Акад. А. Ф. ИОФФЕ

КУРС ФИЗИКИ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

*

Акад. А. Ф. ИОФФЕ

КУРС ФИЗИКИ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ИЗ ОБЛАСТИ МЕХАНИКИ. СВОЙСТВА ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО и МАГНЕТИЗМ

Издание второе заново переработанное

1933

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАД • МОСКВА

АННОТАЦИЯ.

„Курс физики“, ч. I, акад. А. Ф. Иоффе предполагает знакомство с физикой в объеме только средней школы, не повторяя, но давая школьным сведениям более строгую и обобщающую формулировку. С другой стороны, он предполагает, что изучая курс физики, читатель одновременно во втузе или путем самообразования знакомится с основами механики, электротехники и теплотехники. Поэтому курс физики подводит к пониманию физических процессов в электродвигателях и тепловых машинах, но не описывает их.

Первая часть курса охватывает: 1) общие основы механики и разъясняет некоторые из применяемых в физике математических методов, 2) энергетику и, в частности, свойства тепловой энергии и 3) электричество и магнетизм, поскольку можно обойтись без знания структуры атома и квантовой механики. В IV части некоторые вопросы I части снова разбираются с более углубленной точки зрения.

2-я типография ОНТИ им. Евг. Соколовой. Ленинград, пр. Красных Командиров, 29.

ПРЕДИСЛОВИЕ.

Задача курса физики — последовательно развернуть в наиболее удобном для усвоения виде современную картину физических явлений. Курс не ставит себе задачей быть справочной книгой, где можно найти готовый ответ на любой вопрос из области физики. Читатель не найдет здесь ни описания опытов со всеми данными, необходимыми для их воспроизведения, ни строго обоснованной теории с ее математическим аппаратом. В этом курсе я пытаюсь дать точную формулировку физических законов, конкретную картину рассматриваемых явлений и ясное представление об обусловливающем их элементарном механизме. Из экспериментального материала прежде всего приводятся методы получения и измерения описываемых явлений и величин.

Материю мы считаем совокупностью электрических зарядов, хотя появление нейтрона и внесло первые сомнения в правильности универсальной электрической картины мира. Одним из основных физических законов мы продолжаем считать закон сохранения энергии, хотя испускание сплошного спектра β-лучей радиоактивными атомами создало и здесь незаполненный пока пробел. Наконец, определяющим для современной физики является учение о периодических и волновых процессах и о неразрывной связи энергии с частотой.

Сообразно с этим курс физики построен по следующей схеме: сначала излагаются основные понятия и факты из области 1) энергетики, 2) учения об электричестве (I часть) и 3) учения о колебаниях (II часть). Затем следует описание элементарной структуры тел и механизма элементарных явлений (свойства атомов и молекул, лучистой энергии) и законы квантовой механики и статистики (III часть). Наконец, IV часть посвящена учению о реальных физических телах (газообразных, жидких и твердых) и наблюдаемых в них явлениях, излагаемых на основе как суммарных общих законов, так и элементарных фактов и теорий.

В первой части, второе издание которой сейчас выходит из печати, приходится считаться с отсутствием у читателя математической подготовки и знания всего комплекса фактов, из которых выросли современная электродинамика, квантовая механика и статистика. Без этих знаний невозможно и понимание современной физики. Поэтому здесь формулируются лишь законы и даются предварительные довольно поверхностные представления о механизме явлений. В первом издании и этих представлений не было. Кроме того, второе издание включает главу об уравнениях Максвелла, случайно выпавшую в первом издании.

Нет надобности в курсе физики дублировать изложение математики, теоретической механики, электромеханики и теплотехники, составляющих самостоятельные дисциплины в программах втуз'ов и университетов. Поэтому в курсе отсутствуют важнейшие технические применения физики и даются лишь принципы, необходимые для их понимания. Однако совершенно избежать параллелизма с указанными предметами оказалось невозможным, так как систематическое изложение многих понятий в этих курсах приходит слишком поздно. Приходится вводить их в упрощенной форме с самого же начала, чтобы обеспечить точную формулировку физических законов.

Такое предварительное изложение математических и механических понятий в курсе физики представляет и некоторые преимущества. В математическом изложении понятия о производной и интеграле главную логическую трудность представляет самое понятие о пределе отношения или пределе суммы и его существовании. Между тем, когда речь идет не вообще о какой-то функции, а об обобщении понятия скорости, то вопроса о существованни скорости неравномерного движения можно и не ставить. Так же очевидно существование определенных интегралов при вычислении количества движения, времени или скорости.

В учении о теплоте и электричестве приведены некоторые исторические факты. Они имеют целью выяснить исторические пути образования основных понятий: температуры, количества тепла, энергии, количества электричества. Узнав, как из сложных взаимоотношений фактов выкристаллизовываются понятия и величины, при помощи которых мы их теперь описываем, читатель лучше поймет смысл самих законов и оценит их историческое значение для данного времени. Выявление из хаоса тепловых свойств понятия температуры и установление методов ее измерения — результат долгого изучения и многих неудачных попыток. Понятие температуры, как и многие „самоочевидные“ сейчас для нас понятия, вовсе не являются свойствами нашего ума, а результатом истории науки, выросшей на истории техники и социальных отношений. Однако в даном курсе, и особенно в первой его части, я старался не загромождать изложения историческим анализом, как и техническими применениями. И без того потребуется 6 книг, чтобы справиться с задачей.

В 1933 г. удастся повидимому выпустить новые издания I и II части и первую половину III части.

В 1932 г. вышла первая половина IV части (газы и жидкости). Окончание III и IV части выйдет не ранее 1934 года.

А. Иоффе.

ГЛАВА I.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ИЗ ОБЛАСТИ МЕХАНИКИ.

§ 1. Описание движения.

Движения тел, изучением которых занимается механика, могут быть весьма сложны и разнообразны. Мы будем различать движения поступательные, когда все части тела движутся одинаково и по одинаковым направлениям, и вращательные, когда различные части описывают разные пути, двигаясь вокруг какого-либо центра. Движение бывает прямолинейным и криволинейным; равномерным, т. е. с неизменной скоростью, или неравномерным — со скоростью, меняющейся во время самого движения.

Скорость. Простейшим можно считать прямолинейное поступательное и равномерное движение тела, при котором все точки тела во все время движутся параллельно друг другу в одну и ту же сторону и в равные промежутки времени проходят равные пути. За время вдвое больше и пройденный путь окажется ровно вдвое больше, так что отношение между пройденным путем и потребовавшимся на это промежутком времени всегда одинаково. Это отношение мы называем скоростью движения тела. Если тело прошло за *t сек s см*, то мы определяем скорость v как

$$v = \frac{s \text{ см}}{t \text{ сек}}. \tag{1}$$

Чтобы описать скорость, недостаточно знать ее величину, определяемую ур-нием (1). Необходимо еще указать направление скорости, которое совпадает с направлением движения. Величины, подобные скорости, для описания которых необходимо знать кроме их численного значения в каких-либо единицах еще и направление их в пространстве, называются векторами. Скалярами называются величины, не имеющие направления в пространстве, характеризуемые одним только численным значением. Вектором является, например, путь, пройденный телом, скорость, сила; скаляром — плотность тела, его температура, заряд.

Вектор. Для описания направления данного вектора в пространстве нужно указать его положение по отношению к другим известным уже нам направлениям или плоскостям. Например, можно указать те углы, которые наш вектор образует с данными направлениями или плоскостями. Очень удобно изображать векторы графически при помощи стрелки, имеющей то же направление в пространстве, как и изображаемый ею вектор. Чтобы при помощи той же стрелки изобразить и численную величину вектора, нужно выбрать какой-нибудь масштаб, установить чисто условно длину, которую мы принимаем за единицу пути или единицу скорости, единицу силы и т. п., и затем придать стрелке такую длину, чтобы в ней содержалось столько единиц длины, сколько единиц в численном значении данного вектора. Таким образом длина стрелки измеряет численное значение вектора, а направление стрелки совпадает с направлением вектора (рис. 1).

Рис. 1.

§ 2. Сложение и вычитание векторов.

Часто приходится складывать или вычитать векторы друг из друга. Так, например, рассматривая движение человека по палубе парохода, мы можем описать путь или скорость его движения по палубе; но одновременно и палуба с пароходом движется по воде, а вода еще может двигаться по отношению к берегу. Если мы, находясь на берегу, захотели бы описать путь человека, то нам пришлось бы сложить пути всех движений, в которых он участвует. Так же точно пришлось бы сложить все скорости отдельных движений, чтобы описать скорость, с которой перемещается по отношению к нам человек на палубе. В других случаях мы встречаем тела, подверженные одновременно действию нескольких различных и по величине и по направлению сил. Легко понять, что здесь нельзя просто складывать численные значения отдельных путей, скоростей или сил, что результат должен зависеть и от того под каким углом друг к другу направлены отдельные пути или скорости.

Геометрическая сумма. Мы можем установить общее правило для сложения любых векторов, воспользовавшись следующим допущением, которое вполне подтверждается на опыте: результат одновременного действия нескольких векторов таков же, как если бы они действовали последовательно друг за другом. Так, например, чтобы описать путь, на который переместился человек по отношению к берегу, мы можем представить себе, что сначала он прошел свой путь по палубе совершенно неподвижного парохода, затем пароход прошел свой путь по воде и, наконец, вода переместилась мимо берега. Так же точно можно поступать и с отдельными скоростями или силами. Каждый вектор изображается стрелкой (Рис. 2). Чтобы определить их сумму, нужно представить себе, что они действуют последовательно один за другим. Другими словами: нужно взять сначала один вектор OA', изображающий, например, путь, пройденный телом; к концу этого вектора приложить второй — $A'B'$, построив стрелку такой же длины и того же направления, как вектор OB (т. е. путь, пройденный во втором движении); затем к концу B' приложить вектор $B'C'$, равный вектору OC, и наконец к C' — вектор $C'D'$, равный OD.

Соединив теперь точки O и D', мы получим вектор OD', который и укажет нам окончательное перемещение тела, равное сумме всех векторов OA', OB, OC и OD. Если бы мы взяли вдвое меньший промежуток времени, то все отдельные перемещения были бы вдвое меньше; складывая эти векторы, мы получили бы пунктирную линию; сумма изобразилась бы вектором OD'' того же направления, как и OD', но вдвое меньшим по величине. Это видно из того, что многоугольники $OA'B'C'D'$ и $OA''B''C''D''$ очевидно подобны друг другу и обладают параллельными сторонами.

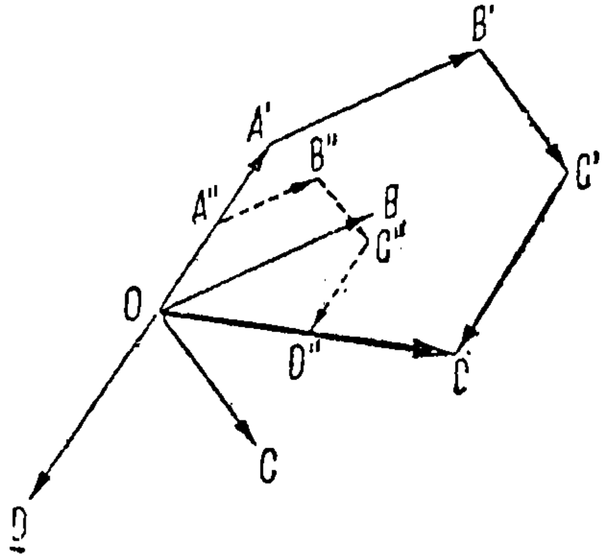


Рис. 2.

Итак, сумма векторов изображается замыкающей стороной многоугольника, построенного приложением друг к другу отдельных слагаемых векторов. В отличие от алгебраической суммы, когда складываются только самые величины с их знаками, или арифметической суммы, где складываются только абсолютные значения величин, указанная здесь сумма векторов называется **геометрической** суммой. Для того чтобы отметить, что данная величина есть вектор и что, следовательно, складывать ее необходимо геометрически, можно поставить стрелку над величиной вектора. Тогда результат, изображенный на рис. 2, можно будет записать так:

$$\overrightarrow{OD'} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}. \qquad (2)$$

Как и при алгебраическом или арифметическом суммировании, точно так же и геометрическая сумма не зависит от порядка, в котором произведено суммирование, так что

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}. \tag{3}$$

Геометрическая разность. Установив правило для сложения векторов, нетрудно перейти и к вычитанию. Вычесть один вектор $\overrightarrow{OA}$ из другого $\overrightarrow{OB}$ — значит найти такой третий вектор $\overrightarrow{AB}$ который, будучи геометрически сложен с вычитаемым ($\overrightarrow{OA}$), дал бы уменьшаемое ($\overrightarrow{OB}$) (рис. 3):

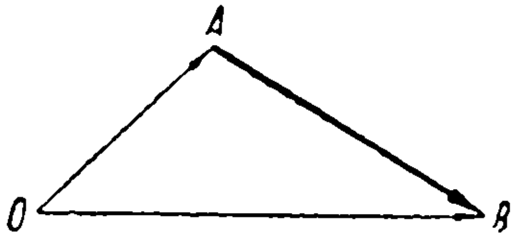


Рис. 3.

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}. \tag{4}$$

Разложение вектора на составляющие. Точно так же, как одновременное действие нескольких векторов мы можем заменить действием одного вектора, равного их геометрической сумме, мы можем и наоборот — действие одного вектора заменить одновременным действием ряда других, так подобранных, чтобы их сумма равна была бы данному вектору. Очевидно такое разложение век-

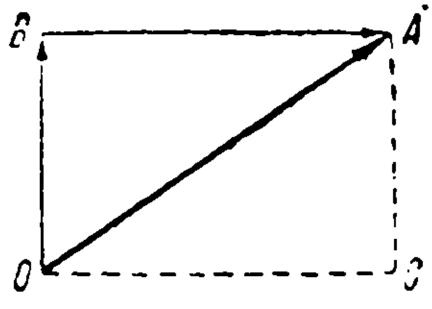


Рис. 4.

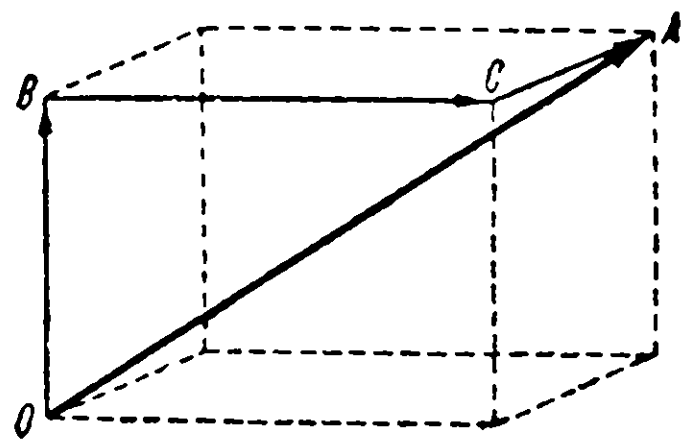


Рис. 5.

тора на его составляющие можно производить самыми разнообразными способами, лишь бы только многоугольник, составленный из векторов, имел бы своей замыкающей стороной данный вектор. Чаще всего приходится разлагать векторы на взаимно перпендикулярные; например, вектор $\overrightarrow{OA}$ (рис. 4), лежащий в плоскости бумаги, на два: вертикальный $\overrightarrow{OB}$ и горизонтальный $\overrightarrow{BA}$.

Легко видеть, что здесь вектор $\overrightarrow{OA}$ является диагональю прямоугольника, составленного из векторов $\overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{BA}$. При разложении вектора $\overrightarrow{OA}$ (рис. 5) на 3 взаимно перпендикулярных вектора, например $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{CA}$, вектор $\overrightarrow{OA}$ составляет диагональ прямоугольного параллелепипеда, для которого векторы $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{CA}$ являются ребрами.

§ 3. Движение по инерции.

Чем больше разнообразных воздействий испытывает движущееся тело, тем сложнее его движение. Вполне устранить всякие влияния мы не можем: на всякое тело действует сила тяжести, и всякое тело испытывает при своем движении трение. Однако из наблюдений над движением мы можем притти к заключению, что если бы удалось тело изолировать от каких бы то ни было внешних воздействий, то такое предоставленное самому себе тело продолжало бы двигаться равномерно и прямолинейно по инерции. Это первый закон движения, установленный Ньютоном.

Потребовалась гениальная наблюдательность Галилея и обобщающая способность Ньютона, чтобы установить это положение. На первый взгляд повседневный опыт, казалось бы, говорит, что для поддержания равномерного движения автомобиля, поезда или нашего собственного движения при ходьбе и плавании нужна непрерывно действующая сила и притом тем большая, чем больше скорость движения. Таково и было убеждение Аристотеля, поддержанное авторитетом церкви на протяжении средних веков. Только путем упорной борьбы, тюремного заключения и казней Галилею и его последователям удалось закрепить новые идеи, положенные в основание механики и развития техники XVII-го и XVIII-го веков. Но в действительности в приведенных примерах сила нужна лишь для противодействия силе трения, замедляющей движение. Чем полнее мы устраним трение, тем меньшая сила может поддерживать движение.

В частности, если тело находилось в покое, т. е. скорость его была равна нулю, то оно будет сохранять эту скорость, т. е. оставаться в покое, пока не появится какое-либо внешнее воздействие.

В этом отношении между покоем и равномерным, прямолинейным и поступательным движением нет разницы. Если целая система тел (например целая лаборатория со всеми там находящимися приборами) участвует в таком движении, то все законы движения внутри этой системы совершенно таковы, как и в неподвижной. Находясь внутри такой системы, мы не могли бы судить о том, движется ли она или стоит. Только выглянув наружу, мы могли бы заметить, что она движется, например, относительно воды, на которой она плавает; но и здесь мы не могли бы утверждать с уверенностью, что лаборатория движется: можно также думать, что вода течет мимо нас в обратную сторону, лаборатория же стоит. Единственное, что действительно можно установить, — это движение лаборатории по отношению к воде или другому какому-нибудь предмету. Только в том случае, когда мы почему-нибудь считаем этот предмет неподвижным, мы говорим, что лаборатория движется с определенной скоростью. Однако неподвижен ли избранный нами предмет в действительности, мы знать не можем. Отдельные звездные миры движутся друг относительно друга в мировом пространстве, но какой из них стоит и какой мимо него движется — мы сказать не можем.

В частности мы не можем узнать, движется или стоит наш солнечный мир, частью которого является земля. Ведь в самом деле, при равномерном, прямолинейном и поступательном движении все явления протекают совершенно одинаково, какова бы ни была скорость движения: нуль или любая другая величина.

Мы не можем судить об абсолютной скорости движения в пространстве и замечаем только о т н о с и т е л ь н ы е скорости движения одного тела по отношению к другому.

§ 4. Принцип относительности.

По отношению к механическим явлениям это утверждение для нас привычно. Находясь в каюте парохода или ночью в вагоне равномерно движущегося поезда, мы можем совершенно забыть о движении или легко можем себя убедить, что едем в противоположную сторону, пока, выглянув в окно, не заметим какого-нибудь внешнего предмета на земле, по отношению к которому мы сразу замечаем свою скорость. Одно время можно было думать, что, хотя и не удается обнаружить абсолютное движение тела при помощи механических опытов, оно может быть замечено при посредстве световых или электрических явлений. Эти явления приписывали заполняющему мировому эфиру. Было установлено, что находящийся в теле эфир не захватывается телом при его движении. Считая мировой эфир абсолютно неподвижным, можно было надеяться обнаружить свое движение в эфире, т. е., следовательно, установить абсолютную скорость в пространстве так же, как по встречному ветру, который мы испытываем во время езды на автомобиле, мы можем судить о скорости его движения по отношению к неподвижному воздуху.

Опыт Майкельсона. Для того чтобы узнать, движется ли вся земля как целое в мировом пространстве, достаточно было бы измерить время, в течение которого луч света проходит расстояние l между двумя точками на земле. Если свет распространяется в пространстве со скоростью $c\,\frac{см}{сек}$, а земля движется в свою очередь по направлению луча света со скоростью $v\,\frac{см}{сек}$, то от наблюдателя A, движущегося с землей, луч света будет уходить в каждую секунду на расстояние $c-v$ (рис. 6); если же наблюдатель вместе с землей будет двигаться со скоростью v в противоположном направлении, то луч света будет от него удаляться со скоростью $c+v$ *см* в секунду; наконец, если наблюдатель движется перпендикулярно к лучу со скоростью v, то за секунду свет достигнет предмета, отстоящего на расстояние $\sqrt{c^2-v^2}$, как легко видеть из рис. 6; точка B', которой достиг луч через секунду, находится на расстоянии $A'B'$ от того положения A', которое теперь занимает точка A; это расстояние равно $\sqrt{c^2-v^2}$.

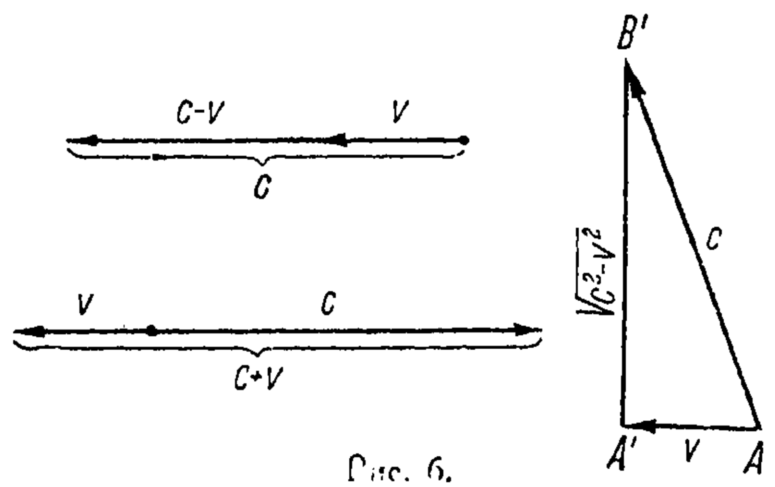


Рис. 6.

В первом случае для прохождения расстояния l потребуется время $\frac{l}{c-v}$; во втором — время $\frac{l}{c+v}$ и в третьем — $\frac{l}{\sqrt{c^2-v^2}}$. Измерить эту скорость невозможно, так как у нас нет средств проследить за лучом света и, находясь на одном конце длины l, определить тот момент, когда световой сигнал дошел до другого конца. Чтобы отметить этот момент, пришлось бы воспользоваться снова световым лучом или электрическим сигналом, которые должны пройти тот же путь в обратном направлении. Если путь вперед будет ускорен движением земли, то обратный путь будет замедлен. Казалось бы задача безнадежная. Но при более точном подсчете оказывается, что все же некоторая разница между посылкой сигнала в разных направлениях существует. Можно произвести следующий опыт: в некоторый момент времени отправим луч света по направлению к зеркалу, так поставленному на расстоянии l, чтобы отразить свет обратно к наблюдателю.

Если земля в это время была неподвижна, то свету потребуется время $\frac{l}{c}$ чтобы пройти путь до зеркала, и столько же для возвращения обратно; мы снова увидим отраженный свет через время $t_1 = \frac{2l}{c}$ *сек*.

Если же земля двигалась со скоростью v по направлению луча, то свет достигнет зеркала через $\frac{l}{c-v}$ *сек*, а на обратный путь потребуется $\frac{l}{c+v}$ *сек*, а всего

$$t_2 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = l\frac{2c}{c^2-v^2} = \frac{2l}{c}\cdot\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \text{ сек.}$$

Столько же времени потребуется, как легко видеть, и при движении земли в противоположном направлении.

Наконец, если земля движется со скоростью v перпендикулярно к лучу света, то на путь до зеркала и обратно потребуется

$$t_3 = \frac{2l}{\sqrt{c^2-v^2}} = \frac{2l}{c}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{ сек.}$$

Таким образом, если существует движение земли по отношению к эфиру, то свет от зеркала, поставленного на одном и том же расстоянии, но в разных направлениях, вернется через различные промежутки времени в зависимости от того направления, в котором мы производим измерение.

Земля, как мы хорошо знаем, обращается вокруг солнца, двигаясь со скоростью около $3\cdot10^6 \frac{см}{сек}$ по своей орбите. Можно было поэтому ожидать, что луч света, идущий в направлении движения земли, возвратится от зеркала позднее, чем луч, направленный перпендикулярно к движению. Так как скорость в $3\cdot10^6 \frac{см}{сек}$ все же в 10000 раз меньше скорости света $c = 3\cdot10^{10} \frac{см}{сек}$, то разница будет, как нетрудно подсчитать, очень невелика; но существуют методы, при помощи которых ее можно было бы обнаружить.

Майкельсон (Michelson), производивший такое сравнение чрезвычайно чувствительным методом интерференции, не обнаружил, однако, ожидаемой разницы. Вопреки ожиданию, движение земли в пространстве не обнаруживается. Повторение его опытов с еще более чувствительными приборами привело к тем же отрицательным результатам.

Рассуждения, подобные предыдущему, заставляли ожидать, что движение земли должно изменить электрическое сопротивление проволок, расположенных по направлению движения, изменить напряжение в конденсаторе и т. п. Опыт, однако, опроверг все эти ожидания. Не существует ни одного явления, которое способно было бы обнаружить наше движение в пространстве. Это — опытный факт. Его можно было бы объяснить при помощи специально придуманных гипотез: например, Лоренц и Фицджеральд предположили, что свет в направлении движения не запаздывает потому, что при движении самая длина (расстояние между нами и отражающим зеркалом) сокращается розно настолько, что свет успевает вернуться за то же время, как и от перпендикулярно поставленного зеркала.

Теория Эйнштейна. Вместо того чтобы придумывать для каждого из этих многочисленных отрицательных результатов опытов обнаружения абсолютного движения земли в эфире особое объяснение, Эйнштейн (Einstein) предложил в 1905 г. прямо признать как несомненный факт, что абсолютное движение системы, движущейся прямолинейно, равномерно и поступательно, не может быть обнаружено; можно лишь заметить относительное движение по отношению к другой какой-нибудь системе. Это утверждение есть так называемый частный принцип относительности.

Теория относительности далее изучает, каковы должны быть свойства физических явлений и законы, их описывающие, чтобы принцип был удовлетворен, т. е. чтобы ни одно явление не давало бы возможности обнаружить абсолютное движение. Теория чисто логическим путем приводит к ряду весьма неожиданных и непривычных заключений. Так, например, приходится принять, что размеры всех тел в системе, движущейся относительно нас со скоростью v, окажутся по нашим измерениям сокращенными вдоль движения в $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ раз; все часы, как бы они ни были устроены, идут в этой системе медленнее и притом указывают нам разное время в различных точках движущейся системы, хотя для наблюдателя, движущегося вместе с этой системой, часы показывают одно и то же время. Ни одно явление, ни один реальный сигнал не распространяется со скоростью, превышающей скорость света. Даже если в системе, движущейся со скоростью, напрнмер, 0,9 скорости света (c), имеется предмет, который в свою очередь в этой системе имеет скорость в $0{,}9\,c$, то мы измерим скорость его движения по отношению к нам не $1{,}8c$, а только $0{,}99c$. Следовательно, самые законы сложения скоростей в этом случае изменяются.

В то время как пространство и время нам представляются совершенно различными по своей природе и свойствам сторонами внешнего мира, теория относительности устанавливает между ними чрезвычайно близкую аналогию. Если время t, измеренное в секундах, умножить на мнимую единицу (т. е. корень квадратный из -1) и на величину $3 \cdot 10^{10}$, равную скорости света c, то величина $c\sqrt{-1} \cdot t$ во всех явлениях механики и электродинамики играет ту же роль, как длина, измеренная в сантиметрах.

Теория относительности является совершенно неизбежным выводом из факта независимости скорости света от направления движения. Сталкиваясь с вопросом о законах движения очень быстрых частиц, мы должны установить для них определенные приемы измерений. Рассмотрим простейшее из них измерение длины. Подходя с неподвижным масштабом к движущемуся телу, мы должны отметить положение на масштабе обоих концов тела. Дальний конец мы можем отметить только тогда, когда свет дойдет от него до нашего глаза, а за это время ближний конец пройдет уже некоторое расстояние, и измерение окажется неверным. Так же точно, желая сравнить показания двух часов, находящихся в разных точках движущейся системы, мы должны учесть, что для того, чтобы увидеть показания часов нужно, чтобы свет успел дойти до нас. Те моменты, которые мы одновременно видим, на самом деле имели место в разное время, так же точно, как свет отдаленной звезды, сегодня доходящий до нас, показывает то, что было может быть тысячи лет назад. Теория относительности и устанавливает наиболее рациональным путем правила измерения длин и времени. Указанные парадоксальные результаты — единственный логический вывод из того факта, что для измерения мы не обладаем более быстрым явлением, чем скорость света.

Почему же эти странности не были замечены раньше, так что они теперь кажутся нам странностями, и наоборот, казалось, прежние законы механики вполне оправдывались на опыте? Дело в том, что отклонения тех результатов, к которым приводит теория относительности, от результатов прежней механики выражаются множителем $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Для скоростей, которые изучались в механике, этот множитель почти не отличается от единицы; даже для такого быстрого движения, как движение земли вокруг солнца, где $v=3\cdot 10^6\ \frac{см}{сек}$, этот множитель отличается от единицы меньше чем на одну стомиллионную, а для ядра, вылетающего из орудия со скоростью $1000\frac{м}{сек}=10^5\frac{см}{сек}$, отступление от законов обычной механики не превышает одной пятидесятимиллиардной. Только тогда, когда скорость тела близка к скорости света, разница становится резко заметной. В этих очень редких на практике случаях (например при движении электронов) опыт вполне подтверждает теорию относительности. При малых же скоростях различие между обеими теориями неощутимо мало, и поэтому заключения обычной механики оправдываются с вполне достаточной точностью.

§ 5. Скорость.

Мы убедились в том, что опыт позволяет установить только относительную скорость по отношению к другому телу или системе тел. Поэтому и определение скорости не будет иметь смысла, пока мы не укажем — по отношению к какой системе измерена скорость или, другими словами, что мы считали неподвижным, определяя скорость. Если мы изучаем движение внутри вагона, то удобнее определять скорости по отношению к вагону, считая его неподвижным, в других случаях удобнее считать землю неподвижной; при изучении движения небесных тел можно принять за неподвижную какую-нибудь удаленную звезду или систему звезд и определять скорости по отношению к этой звезде. В системе, которую мы условились считать неподвижной, мы располагаем три взаимно перпендикулярные плоскости, пересекающиеся по трем взаимно перпендикулярным линиям OX, OY и OZ (рис. 7).

В этой же системе мы устанавливаем масштабы, при помощи которых измеряем длины; часы, при помощи которых измеряем время. Отношение измеренного этим масштабом пути к промежутку времени $\frac{s}{t}$ дает нам величину скорости v, а направление ее мы определяем при помощи углов, образуемых этой скоростью с осями OX, OY и OZ, или же с плоскостями OXY, OYZ и OZX. Нужно только, чтобы все измерения сделаны были относительно одной и той же — принятой за неподвижную — системы.

Производная. Определение скорости, данное нами выше, непригодно для неравномерного движения: когда скорость меняется непрерывно, то отношение пути ко времени будет зависеть от того промежутка времени, который мы выбрали для измерения скорости.

Для того чтобы определить скорость тела в данный момент времени, мы воспользуемся математическим приемом, который и в дальнейшем будем постоянно применять ко всем переменным величинам в физике. Полагая $v = \frac{s}{t}$, мы делаем, как уже сказано, ошибку, так как к концу промежутка времени t скорость имеет иное значение, чем вначале. Мы предполагаем, однако, что скорость меняется не скачками, а непрерывно, проходя через все промежуточные значения. В таком случае можно, очевидно, выбрать такой малый промежуток времени, чтобы скорость не успела еще заметно измениться, а тогда и ошибка, делаемая нами, будет невелика: эта ошибка будет еще далее уменьшаться, по мере уменьшения выбранного промежутка времени, и может быть сделана как угодно малой, если только промежуток времени, служащий для определения скорости, станет меньше любой малой величины, безгранично приближаясь к нулю.

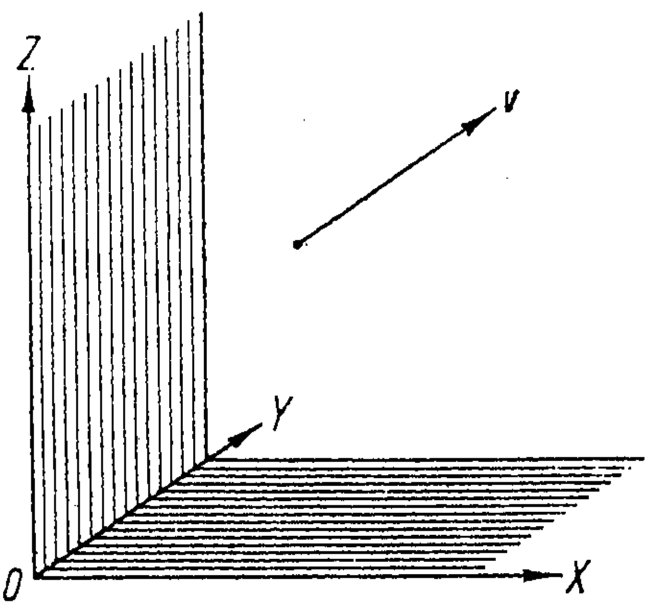


Рис. 7.

Истинное значение скорости в данный момент мы получим, если возьмем тот предел, к которому стремится отношение пройденного пути к потребному на его прохождение промежутку времени, когда последний беспредельно приближается к нулю. Введенное нами бесконечно малое изменение называется **дифференциалом** данной величины и обозначается знаком d, поставленным перед соответственной величиной, а предел отношения двух таких величин называется производной. Пользуясь этими обозначениями, мы можем определить скорость как производную пути по времени и обозначить ее:

$$\vec{v} = \frac{\vec{ds}}{dt}. \tag{5}$$

§ 6. Ускорение.

Чтобы количественно описать неравномерное движение, помимо определения скорости в каждый даный момент, нужно указать, с какой быстротой эта скорость меняется. Для этого мы возьмем отношение изменения скорости, происшедшее за некоторое время, к тому промежутку времени, который на это потребовался; а для того чтобы избежать неопределенности, выберем этот промежуток времени бесконечно малым; тогда и изменение скорости, раз она меняется непрерывно, будет бесконечно малым. Производная скорости по времени, получаемая таким образом, носит название ускорения прямолинейного движения u; очевидно, что и ускорение является вектором, величина которого

$$\vec{u} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \tag{6}$$

а направление при прямолинейном движении совпадает с направлением скорости, но может быть положительным или отрицательным, в зависимости от того, увеличивается ли скорость за время dt (тогда dv и dt оба положительны) или уменьшается (тогда dv отрицательно, а dt положительно, и их отношение отрицательно). В последнем случае направление вектора ускорения противоположно вектору скорости.

Воспользовавшись понятием ускорения, мы можем определить равномерное и прямолинейное движение как такое, ускорение которого равно нулю, а равно-ускоренное — как движение с постоянным ускорением, при котором скорость изменяется в равные промежутки времени на равные величины. В этом частном случае отношение изменения скорости $v_2 - v_1$ к промежутку времени t всегда одинаково, и мы можем определить ускорение:

$$u = \frac{v_2 - v_1}{t}.$$

Если к началу промежутка t скорость v_1, то к концу

$$v_2 = v_1 + ut.$$

Средняя скорость $\overline{v}$ за это время равна полусумме v_1 и v_2:

$$\overline{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

А путь, пройденный телом, в этом случае:

$$s = \overline{v} \cdot t = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t = \frac{2v_1 + ut}{2} \cdot t = v_1 t + \frac{ut^2}{2}. \tag{7}$$

§ 7. Криволинейное движение.

До сих пор мы ограничивались рассмотрением частного случая движения — прямолинейного и поступательного. Часто, однако, мы встречаемся с движениями, при которых изменяется не только величина скорости, но и самое направление движения всего тела или отдельных его частей.

Ускорение при равномерном круговом движении. Для определения ускорения тела при равномерном круговом движении—рассмотрим сначала тот частный случай, когда скорость, не изменяясь вовсе по величине, меняет непрерывно свое направление в пространстве.

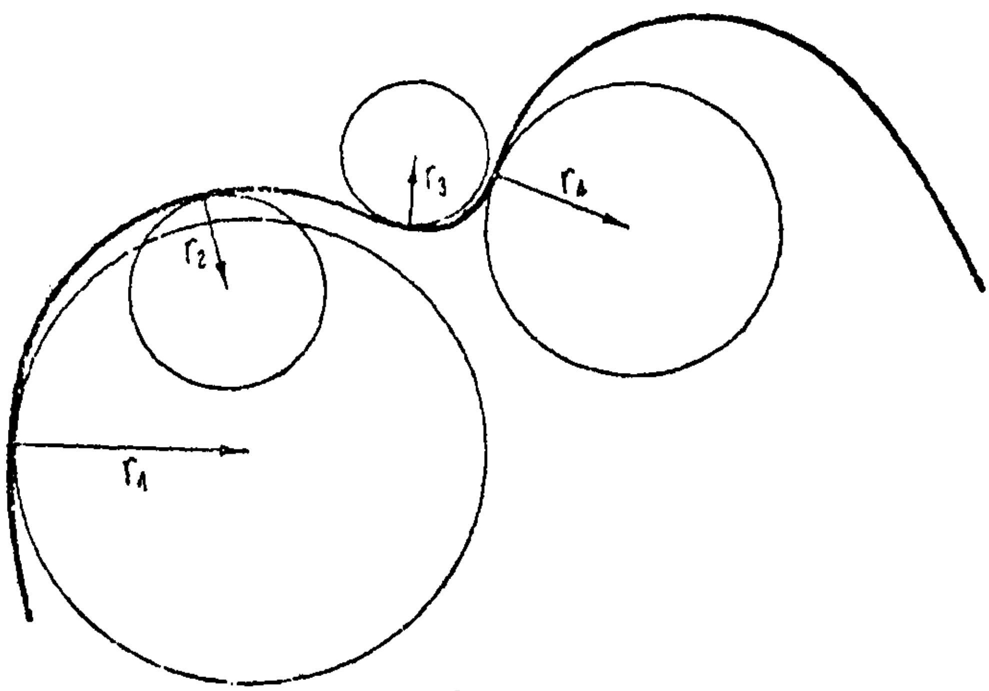


Рис. 8.

Кривую, описываемую телом (рис. 8), мы всегда можем разбить на отдельные достаточно малые участки, каждый из которых можем рассматривать как часть круга с соответственно подобранным радиусом, который в этом случае называется радиусом кривизны данного участка. Достаточно будет поэтому рассмотреть движение тела по кругу, чтобы потом перейти к общему случаю движения по кривой. Направление скорости в каждой точке круга (рис. 9) есть направление движения и, следовательно, совпадает с касательной к кругу. При прохождении через точку A скорость изобразится вектором AC, по длине равным скорости v; через некоторое время t тело будет проходить через точку B, пройдя по кругу путь $AB = v \cdot t$, а скорость его в точке B изобразится вектором BD. Чтобы определить изменение скорости за время t, нужно из вектора BD вычесть вектор AC, но вычесть геометрически;

нужно найти, следовательно, такой вектор, который вместе с вектором AC составил бы многоугольник, замыкающей стороной которого будет вектор BD. Проведя из точки A прямую AD', равную и параллельную BD, мы найдем, что этому требованию удовлетворяет вектор CD', который и будет искомой геометрической разностью. Сравнивая равнобедренные треугольники ACD' и ABO, мы замечаем, что углы CAD' и AOB, как образованные взаимно перпендикулярными прямыми, равны между собою; следовательно, треугольники подобны и

$$\frac{CD'}{AB}=\frac{AC}{OA},$$

откуда

$$CD'=AB\frac{AC}{OA}=AB\cdot\frac{v}{r}.$$

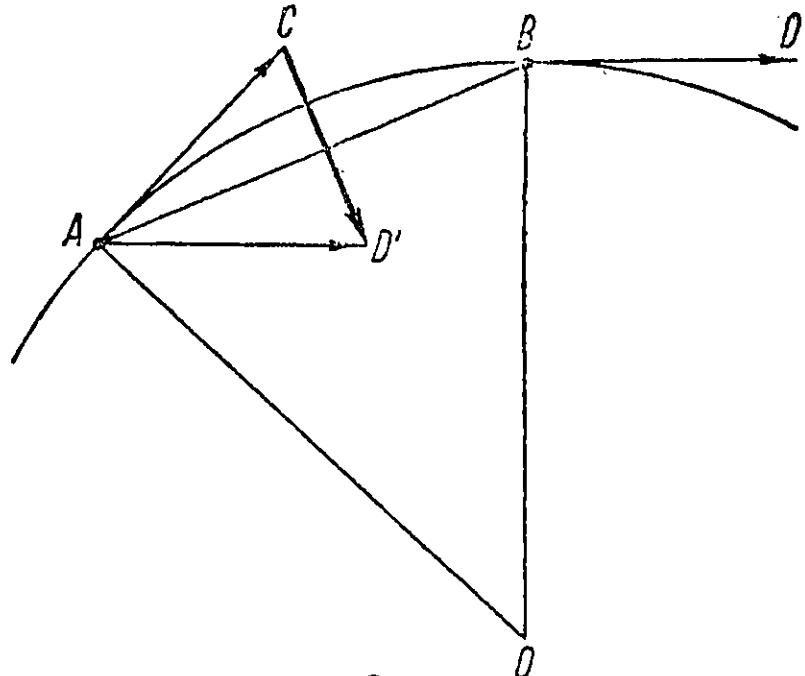


Рис. 9.

Если бы мы в этом выражении хорду AB заменили длиной дуги AB, то сделали бы ошибку; однако эта ошибка будет тем меньше, чем меньше дуга; взяв бесконечно малую дугу, соответствующую бесконечно малому промежутку времени dt, мы получим право заменить хорду дугой, длина которой будет $v\,dt$. Вектор же CD' в этом случае изобразит изменение скорости за время dt, т. е. $u\,dt$, если через u обозначить ускорение. Тогда вышенаписанное равенство примет вид:

$$u\,dt=v\,dt\cdot\frac{v}{r}$$

или

$$\overrightarrow{u}=\frac{v^2}{r}. \tag{8}$$

Ускорение при равномерном движении по кругу тем больше, чем меньше радиус круга и чем больше скорость движения. Ускорение при равномерном круговом движении есть тоже вектор, но направленный по радиусу перпендикулярно к движению в направлении к центру круга. Таким образом направление ускорения может и не совпадать с направлением скорости движения.

Ускорение при неравномерном криволинейном движении. В общем случае возможно изменение скорости как по величине, так и по направлению. Для определения ускорения мы должны взять отношение изменения скорости (но изменения геометрического) к промежутку времени dt. Чтобы отметить, что с величинами v и u нужно обращаться как с векторами, снабдим их стрелками. Ускорение можно во всех случаях определить:

$$\vec{u} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Мы всегда можем разложить истинное ускорение на две составляющие: 1) по направлению движения, — эта составляющая, определяемая выражением (6), изменяет только величину скорости — и 2) на составляющую, нормальную к пути — эта составляющая, определяемая выражением (8), зависит только от изменения направления движения. Сложение этих двух составляющих должно, очевидно, также происходить по правилу геометрического сложения векторов.

§ 8. Сила и масса.

Предоставленное самому себе поступательно движущееся тело должно двигаться по инерции с неизменной скоростью. Изменение скорости по величине или направлению всегда вызывается какой-либо внешней причиной. Эту причину, сообщающую телу ускорение, мы называем силой, каково бы ни было ее происхождение. Так как единственное свойство, по которому мы судим о силе, — это сообщенное ею телу ускорение, то о величине силы мы будем судить по величине ускорения, а направлением силы будем считать направление вызванного ею ускорения. Однако опыт показывает, что само по себе ускорение не вполне характеризует силу: одна и та же сила вызывает в разных телах разные ускорения в зависимости от их массы. Если одна и та же сила действует на два тела с массами m_1 и m_2, то ускорения u_1 и u_2 оказываются обратно пропорциональными массам:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

или

$$m_1 u_1 = m_2 u_2.$$

Произведение из массы тела на полученное им ускорение одинаково для всех тел, если на них действует одна и та же по величине сила. Очевидно, что это произведение и следует выбрать как меру силы f:

$$f = mu. \tag{9}$$

Это определение составляет содержание второго закона Ньютона. Масса m есть скаляр, а ускорение u и сила f — векторы, имеющие одинаковое направление.

Когда тело движется прямолинейно, направление ускорения и силы совпадает с направлением движения и может быть положительным или отрицательным в зависимости от того, имеем ли мы дело с ускоренным или замедленным движением. В этом случае

$$f = mu = m\frac{dv}{dt}. \tag{10}$$

При равномерном круговом движении ускорение u перпендикулярно к движению и направлено к центру. Оно должно быть вызвано так же направленной центростремительной силой f:

$$f = mu = m\frac{v^2}{r}. \tag{11}$$

Когда мы вращаем камень на веревке, то нам приходится натягивать веревку тем сильнее, чем больше скорость камня и чем меньше радиус описываемого им круга. Если бы мы выпустили из рук веревку или если бы веревка разорвалась, сила, притягивающая камень к центру, исчезла бы, и он начал бы с этого момента двигаться прямолинейно и равномерно по инерции.

Каково бы ни было движение, вектор силы может быть определен выражением:

$$\overrightarrow{f} = \overrightarrow{mu} = m\frac{\overrightarrow{dv}}{dt}, \tag{12}$$

где изменение скорости $\overrightarrow{dv}$ нужно определять геометрически.

Мы здесь рассматриваем отдельное изолированное тело, на которое действует внешняя сила f. В большинстве интересующих нас случаев (за исключением вопросов астрономии и опытов в пустоте) движение происходит в некоторой среде (воздухе или воде), которая в свою очередь воздействует на движущееся тело. Влияние окружающей среды обыкновенно сводится к замедлению движения, к сообщению телу отрицательного по отношению к его движению ускорения. Это ускорение мы должны приписать действию некоторой силы, которую называют силой трения. При не слишком больших скоростях движения оказывается обыкновенно, что сила трения F, всегда направленная в сторону, противоположную скорости тела в среде, изменяется пропорционально относительной скорости v движения тела по отношению к среде

$$F = -Kv.$$

На тело таким образом во время движения действуют две силы f и F, противоположные по направлению. Ускорение тела будет поэтому равно

$$u = \frac{f+F}{m} = \frac{f-Kv}{m}.$$

Первая из этих сил f остается постоянной, вторая же F, по мере возрастания скорости, растет. Поэтому ускорение u все уменьшается и наконец становится равным нулю, при некоторой скорости v_0, удовлетворяющей условию

$$f = Kv_0.$$

Начиная с этой скорости, тело движется равномерно с постоянной скоростью v_0. Хотя на него и продолжает действовать сила f, но создаваемое ею ускорение уравновешивается равным и противоположным ускорением силы трения. Скорость v_0, с которой в этих условиях движется тело, пропорциональна действующей на тело внешней силе. Ошибка Аристотеля и заключалась в том, что, наблюдая эти случаи, он не замечал влияния среды, не учитывал силы трения.

§ 9. Тяготение.

Особый интерес представляет для нас сила тяготения, и в особенности притяжение к земле. Притяжение, испытываемое со стороны земли одним и тем же телом, различно в разных точках земной поверхности и по величине и по направлению. Оно направлено приблизительно по радиусам земного шара и убывает с удалением от земли. Но размеры наших лабораторий так малы по сравнению с размерами земли, что в пределах той же лаборатории мы можем без большой ошибки считать притяжение везде одинаковым и одинаково направленым. Сила тяжести, как и всякая сила, проявляется в ускорении, сообщаемом различным телам; но в отличие от других сил — тяготение сообщает в данном месте одинаковое ускорение всем телам, каковы бы ни были их массы. Вблизи поверхности земли это ускорение — около $981 \frac{см}{сек^2}$.

Так как силу мы определили как произведение из массы на ускорение, то силу тяжести, которая всем телам сообщает одинаковое ускорение, мы должны считать всегда пропорциональной массе тела.

Ньютон установил, что наблюдаемая на земле сила тяжести — только частный случай всемирного тяготения, возникающего между всякими двумя телами. Ньютон показал, что тяготение проявляется между всеми небесными телами, отделенными друг от друга громадными пространствами, а Кэвендиш обнаружил на опыте тяготение двух небольших шаров. Сила тяготения между двумя телами есть всегда сила взаимодействия, с одинаковой силой притягивающая друг к другу оба тела. Она пропорциональна как массе одного тела, так и массе другого, т. е. следовательно, произведению масс притягивающихся тел. Если мы и говорим, что камень притягивается к земле, а не земля к камню, несмотря на то, что силы притяжения равны, то только потому, что эта сила сообщает малой массе камня большое ускорение — $981\,\frac{см}{сек^2}$, а громадной массе земли — ускорение во столько раз меньшее, во сколько раз масса камня меньше массы земли, т. е., примерно, в 10^{24} раз меньше $\left(\text{около } 10^{-21}\,\frac{см}{сек^2}\right)$.

С увеличением расстояния между притягивающимися телами сила притяжения убывает обратно пропорционально квадрату расстояния между ними. Обозначив через m_1 и m_2 массы тел, через r расстояние между ними, мы можем выразить силу f взаимного притяжения:

$$f = \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2}. \tag{13}$$

Здесь γ — некоторый коэффициент пропорциональности, который по измерениям оказался одинаковым во всех случаях; его называют постоянной всемирного тяготения. В абсолютной системе, где сила измеряется в динах,

$$\gamma = 6{,}658 \cdot 10^{-8}\frac{см^3}{г \cdot сек^2}.$$

В сущности расстояние между двумя телами — понятие весьма неопределенное. Всякое физическое тело занимает некоторый объем, и в зависимости от того, между какими именно точками внутри объемов двух тел мы захотим измерить расстояние, и результат мы получим разный. Чтобы получить правильный результат, мы должны разбить объем V каждого тела на бесконечно малые элементы dV, в каждом из которых будет заключаться масса dm, вычислить силу взаимодействия между каждым элементом первого тела и каждым элементом второго тела и затем все эти силы сложить так, как складывают векторы — т. е. геометрически. Такой расчет показывает, например, что притяжение совершенно однородного шара происходит так, как если бы вся его масса была сосредоточена в центре. Поэтому при притяжении двух однородных шаров с массами m_1 и m_2 мы можем считать расстояние r между ними равным расстоянию между их центрами.

Поле тяготения. Если перед нами одно только тело с массой M, то силы тяготения мы не наблюдаем, пока не появится другая масса. Однако мы можем себе представить, что все пространство вокруг данного тела находится в особом состоянии. Как только мы в какую-нибудь точку этого пространства, находящуюся на расстоянии r от массы M, внесем массу m, последняя испытает силу f, выражаемую уравнением (9), и получит, следовательно, ускорение

$$u = \frac{f}{m} = \gamma \frac{M}{r^2}, \tag{14}$$

зависящее только от массы первого тела M и расстояния до него r, а не от массы внесенного в данную точку нового тела m. Мы говорим в этом случае, что тело M окружено полем тяготения, простирающимся во все стороны до бесконечности, но ослабевающим с удалением от тела. Поле тяготения в данной точке мы можем количественно определить по тому ускоренню u, которое получает согласно ур-нию (14) любое тело в этой точке или по той силе, которую испытает масса, равная единице, будучи внесена в данную точку поля тяготения. Эта величина измеряет напряжение поля тяготения в данном месте.

§ 10. Общий принцип относительности.

Независимость ускорения, создаваемого полем тяготения, от массы тела позволила Эйнштейну распространить принцип относительности на неравномерное движение с любым ускорением. Если мы лишены возможности обнаружить абсолютную скорость своего движения в пространстве, то присутствие ускорения мы легко можем заметить по целому ряду признаков. Мы можем не заметить движения вагона или судна, в котором находимся, пока скорость их постоянна, но стоит затормозить вагон или быстро остановить его, как мы это почувствуем самым несомненным образом. Точно так же легко заметить ускорение вращательного движения. Мы не замечаем поступательного движения земли по орбите, но мы можем обнаружить вращение ее вокруг оси. Для этого стоит только подвесить маятник или волчок, которые сохраняют плоскость своего колебания или вращения неизменной, и мы сейчас же обнаружим, что земля под ними поворачивается. Таких признаков, определяющих ускорение нашего движения, можно придумать много. Но, как указал Эйнштейн, мы можем приписать все эти признаки и другой причине — действию силы, и именно силы тяготения. Когда вагон тормозится, нас как будто тянет вперед; при пуске в ход, наоборот, отбрасывает назад. Представим себе систему, например целую лабораторию, которая движется с направленным вверх ускорением *u*. Для наблюдателя, находящегося в этой лаборатории, все явления происходили бы так, как в неподвижной лаборатории, где существует поле тяготения, направленное вниз. Если бы например среди лаборатории выпустить из рук камень, то он, продолжая двигаться равномерно, отставал бы от пола лаборатории, и пол, двигаясь ускоренно вверх, вскоре настиг бы камень. Находясь в лаборатории, мы сказали бы, что камень падает ускоренно вниз на пол как бы под действием тяготения. Если бы лаборатория была неподвижна, но находилась бы в таком поле тяготения, которое сообщало бы всем телам ускорение — *u* в обратном направлении, то результат был бы тот же. Мы не имели бы никаких средств различить, движется ли в пространстве вся система в целом с ускорением *u*, или же система стоит, и все тела в ней под влиянием тяготения получают ускорение — *u*.

Дальнейшее развитие этой мысли привело Эйнштейна в 1915 г. к общему принципу относительности, утверждающему, что абсолютное движение никогда не может быть обнаружено и что на опыте мы обнаруживаем лишь движение относительно других тел или тяготение к окружающим телам. Общая теория относительности приводит к еще более непривычным представлениям, чем частная. Не только существует аналогия между свойствами времени и пространства, но их нельзя и отделить строго одно от другого, — только совокупность времени и пространства имеет реальное значение. Не только размеры тел и ход часов оказываются иными в движущейся относительно нас системе, но и самые законы геометрии искажаются присутствием материи, создающей поле тяготения. Например, измеренная соответственными масштабами сумма квадратов катетов не равна строго квадрату гипотенузы и т. п.

Многие следствия этой теории подтверждены были опытом. Так, например, в полном согласии с теорией оказалось, что луч света, проходя мимо самого края солнца, отклоняется в поле солнечного тяготения на угол в 83″; орбита Меркурия вращается на 43″ за каждые 100 лет; световые колебания на солнце происходят несколько медленнее, чем на земле. Как и в частной теории относительности, отступления от законов, установленных механикой Ньютона, очень малы и наблюдаются только при громадных скоростях.

§ 11. Импульс силы и количество движения.

Иногда измерение ускорения встречает большие трудности: так например, при ударе тел или при других быстро протекающих явлениях мы не успеваем уследить за изменением движения при помощи наших измерительных приборов. В этих случаях полезно бывает преобразовать ур-ние (10), определяющее величину силы, написав его в следующем виде:

$$f\,dt = m\,dv. \tag{15}$$

Произведение силы на тот промежуток времени, в течение которого она действовала, носит название импульса силы, а произведение массы тела на скорость его движения называется количеством движения; правая часть нашего равенства выражает собою бесконечно малое изменение количества движения тела, вызванное бесконечно малым импульсом силы, действовавшим на него.

Интеграл. Положим, что в течение конечного времени t на тело массы m действовала сила f постоянного направления, весьма быстро за это время изменявшаяся по величине. Для того чтобы описать результат ее действия, мы воспользуемся следующим приемом, который имеет самое обширное применение во всех областях физики. Мы разобьем мысленно все время t на ряд столь мелких промежутков, чтобы в течение каждого отдельного промежутка можно было без заметной ошибки считать силу f постоянной. Если сила не меняется скачком, то ее всегда можно считать постоянной в течение бесконечно малого промежутка dt. К нему мы можем применить наше равенство. Напишем ряд таких равенств для всех последовательных промежутков времени, из которых складывается время t:

$$f_1\,dt_1 = m\,dv_1$$
$$f_2\,dt_2 = m\,dv_2$$
$$\cdots\cdots$$

Число таких уравнений, равное числу промежутков dt, будет очевидно бесконечно велико. Сложим теперь левые и правые части этих равенств:

$$f_1\,dt_1 + f_2\,dt_2 + \cdots = m\,dv_1 + m\,dv_2 + \cdots = m(dv_1 + dv_2 + \cdots).$$

Мы встречаемся здесь с суммой бесконечно большого числа бесконечно малых последовательных слагаемых, называемой **интегралом** и обозначаемой знаком $\int$, причем у нижнего края этого символа отмечается то значение, с которого начинается суммирование, а у верхнего то, которым суммирование заканчивается. Положим, что сила начала действовать в момент времени T_1, когда скорость была V_1, а закончилось действие в момент T_2, когда скорость достигла значения V_2. Применив указанное обозначение, мы можем переписать последнее равенство в следующем виде:

$$\int_{T_1}^{T_2} f\,dt = \int_{V_1}^{V_2} m\,dv = m\int_{V}^{V_2} dv.$$

Последний интеграл представляет собою сумму всех последовательных изменений скорости, испытанных телом за весь период времени $T_2 - T_1$; очевидно, что эта сумма равна разности между значениями скорости в конце и в начале этого периода времени, т. е. $V_2 - V_1$; поэтому

$$\int_{T_1}^{T_2} f\,dt = m(V_2 - V_1). \tag{15a}$$

§ 12. Инертная масса.

Выражения (15) и (15a) могут служить не только для определения силы, но и для определения массы приведенного в движение тела, если импульс силы и вызванное им изменение скорости известны:

$$m = \frac{f\,dt}{dv} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} f\,dt}{V_2 - V_1}. \tag{16}$$

Мы можем определить массу как производную количества движения по скорости, а изменение количества движения заменить равным ему импульсом силы.

Часто приходится рассматривать движение тела, связанного с рядом других тел, захватываемых им при своем движении; так, например, снаряд при своем полете увлекает часть окружающего его воздуха. Проследить за массой и скоростью каждой отдельной увлеченной телом частицы весьма затруднительно. В таких случаях полезно бывает определить ту кажущуюся или инертную массу, которую должно бы иметь тело, чтобы приложенный к нему импульс вызвал то изменение скорости, которое в действительности наблюдалось. Эта кажущаяся масса превышает массу самого снаряда и определяется ур-нием (16); она зависит от скорости, формы снаряда и других условий, определяющих количество связанного со снарядом воздуха. Когда мы рассматриваем тело, движущееся совершенно самостоятельно, не сообщающее количества движения другим телам, то кажущаяся масса совпадает с истинной.

Самый удобный путь для определения массы — это определение веса тела — силы притяжения к земле, которая всегда строго пропорциональна массе. Но бывают случаи, когда этот путь неприменим — не всякое тело можно положить на весы; нельзя, напр., взвесить звезду или атом. В таких случаях можно воспользоваться ур-нием (16). Так была, например, определена масса электрона или масса лучистой энергии. Оказалось, что масса эта не остается постоянной, а меняется в зависимости от скорости движения. Обозначим массу электрона при очень медленном движении через m_0, а массу его при движении со скоростью v через m; тогда теория относительности утверждает, что

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{17}$$

где c, как и раньше, скорость света — $3 \cdot 10^{10} \frac{см}{сек}$. По тому же закону меняется и масса всякого тела. Впрочем те скорости, с которыми приходится иметь дело при движении бо́льших материальных тел, так малы по сравнению со скоростью света, что m можно положить равным постоянной величине m_0. Даже при скорости снаряда $v = 10^5 \frac{см}{сек}$ m отличается от m_0 меньше, чем на 10^{-10}. Только у электронов приходится встречать такие скорости, при которых знаменатель заметно отличается от единицы, и в этих случаях ф-ла (17) вполне подтверждается.

Теория относительности утверждает далее, что массой обладает всякая вообще энергия. Энергии E мы должны приписать массу m:

$$m = \frac{E}{c}, \tag{18}$$

где c — скорость света; m выражено в граммах, а E в эргах.

Можно было бы различать массу, определяемую ур-нием (16), или инертную массу, и массу тяготения, определяемую весами, но общая теория относительности считает их совпадающими при всех условиях, и опыт это подтверждает.

Средняя сила. Ур-ние (15а) мы можем использовать для определения силы в тех случаях, когда определение ускорения почему-либо невозможно. Так например, если бы мы захотели составить себе представление о тех быстро меняющихся силах, которые возникают при толчке, то могли бы вычислить, какая постоянная сила F вызовет за время толчка такое же изменение количества движения, как и действительно существовавшая переменная сила f. Если бы сила была постоянной, то импульс ее можно было бы определить, вынеся F, как общий множитель, за знак суммы или интеграла:

$$\int_{T_1}^{T_2} F\,dt = F\int_{T_1}^{T_2} dt,$$

а сумма всех промежутков времени dt очевидно равна $T_2 - T_1$, так что мы получим для постоянной, средней силы F:

$$F(T_2 - T_1) = m(V_2 - V_1)$$

т. е.

$$F = m\frac{V_2 - V_1}{T_2 - T_1}.$$

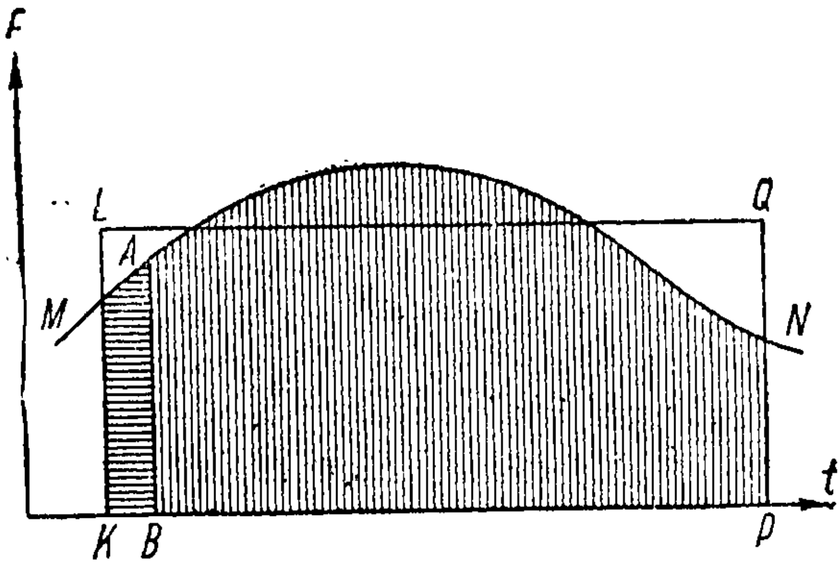


Рис. 10.

Указанные соотношения приобретают особенную наглядность, если воспользоваться графическим приемом, имеющим благодаря этому весьма обширное приложение. Для описания меняющейся во времени силы мы воспользуемся двумя взаимно перпендикулярными прямыми — осями координат, из которых на горизонтальной оси абсцисс (рис. 10) будем отмечать в произвольном, но удобном для нас масштабе время, а на вертикальной оси ординат — опять в любом масштабе — величину силы. Чтобы указать, что в момент времени t сила имела определенное значение f, мы отметим на чертеже точку A, отдаленную от осей координат в горизонтальном направлении на величину t, а в вертикальном на величину, изображающую f. Каждому моменту времени соответствует определенное значение силы, следовательно — определенная точка на чертеже; геометрическое место таких точек — линия MAN, изображает закон, по которому изменялась сила с течением времени. На том же чертеже можно изображать и импульс силы: каждое из слагаемых $f\,dt$

изобразится произведением ординаты f в данном месте на бесконечно малый отрезок dt оси абсцисс, а это произведение равно площади бесконечно узкой полоски $MABK$. Импульс же силы за весь рассматриваемый промежуток времени складывается из ряда непосредственно друг к другу прилегающих площадок, образующих в своей совокупности площадь всей фигуры $KMANP$. Отыскание среднего значения силы f, обладающей тем же импульсом, сводится при графическом решении к нахождению такой ординаты KL, чтобы площадь, образуемая прямоугольником $KLQP$, равнялась площади фигуры $KMANP$. Если зависимость силы от времени, изображаемая кривой MAN, нам известна, то вычисление интеграла $\int dt$ графическим путем всегда легко осуществимо.

§ 13. Работа и мощность.

Понятия силы и импульса силы недостаточно для целесообразного описания механических явлений; так например, предмет, лежащий на столе, подвержен действию силы тяжести и тем не менее, сколько бы времени эта сила ни действовала, никаких изменений она не вносит. Отсутствие ускорения мы объясняем в этом случае тем, что одновременно с силой тяжести на тело действует другая сила (давление сжатого телом стола), равная ей и прямо противоположная по направлению. Незаметно и присутствия громадного числа сил сцепления, действующих между соседними молекулами тела, так как все они взаимно уравновешиваются. Пользуясь одним только понятием силы, приходится такое простое явление, как неподвижное лежание тела, объяснять и описывать очень сложно при помощи комбинации громадного числа сил.

Понятия силы также недостаточно и для правильного описания пределов нашего воздействия на природу: при помощи простых машин (рычага, наклонной плоскости и т. п.) мы можем, пользуясь малой силой, преодолеть большую. Архимед утверждал даже, что достаточно иметь точку опоры, чтобы при помощи рычага перевернуть весь мир. Однако „золотое правило“ механики в значительной степени ограничивает пределы доступного нам воздействия: оно утверждает, что малая сила должна пройти путь, во столько же раз больший того, на который мы перемещаем преодолеваемую нами силу, во сколько раз меньше сама сила. Мы можем поднять гору силой наших мускулов, но для того чтобы поднять ее на 1 *мм*, нам пришлось бы, нажимая на другой конец рычага, пройти путь, равный нескольким земным меридианам. Очевидно, что сама по себе величина силы, которую мы преодолеем, не оценивает еще результатов нашего воздействия на тело.

Работа постоянной силы. Произведение из силы на путь, ею пройденный, одинаково как для силы действующей, так и для силы противодействия во всех простых машинах. Этого произведения мы никакой машиной изменить не можем, тогда как отдельные множители можно выбрать по произволу. Важво помнить, что при вычислении произведения нужно считать перемещение только в направлении действия самой силы; перемещение в направлении, перпендикулярном к силе, можно производить совершенно свободно, независимо от присутствия силы. Произведение из силы f, действующей в данном случае на тело, на перемещение s точки приложения силы в направлении ее действия, мы называем работой, произведенной силой, если сила не изменилась ни по величине, ни по направлению. Положим, что тело, на которое действовала сила f, прошло некоторый путь l (рис. 11). Направление движения вовсе не должно совпадать с направлением рассматриваемой силы, так как на тело могут одновременно действовать и другие силы в других направлениях. Обозначим угол между направлением движения и силы через α. Силу f, как всякий вектор, мы можем разложить на две взаимно перпендикулярные силы: одну вдоль направления движения тела — эта сила будет равна $f\cos\alpha$ — и другую, перпендикулярную к движению и равную $f\sin\alpha$. Вторая сила, согласно сказанному выше, иикакой работы не произведет. Первая же сила $f\cos\alpha$, пройдя путь l, совершает работу W:

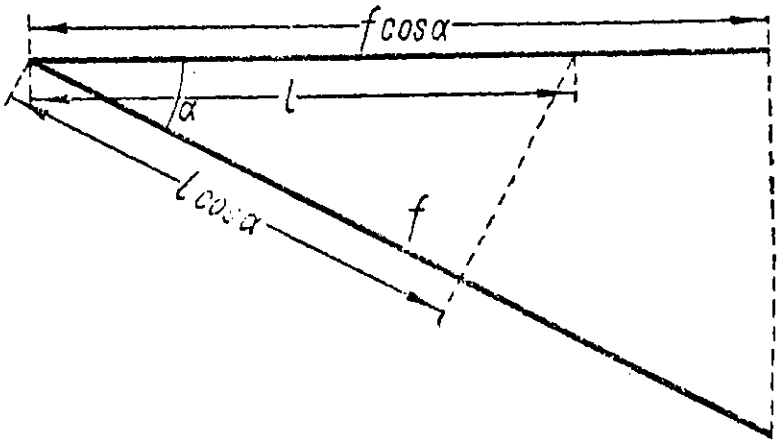


Рис. 11.

$$W = f \cdot l \cdot \cos\alpha. \tag{19}$$

Величина $f\cos\alpha$, определяющая составляющую силы, действующую в направлении пути l, называется проекцией силы f на иаправление пути l. Вместо того чтобы брать проекцию силы f на направление пути l, мы могли бы для определения работы взять проекцию пути l на направление силы, т. е. $l\cos\alpha$, и умножить ее на силу f. Когда угол α, составляемый направлением силы с направлением перемещения, острый, то $\cos\alpha$, а следовательно и работа, имеют положительиый знак; в этом случае мы говорим, что сила f

производит работу или затрачивает ее на тело, к которому приложена; когда же угол α тупой, то $\cos \alpha$ и работа W отрицательны, и мы говорим о работе, получаемой от тела или производимой против силы f.

Работа переменной силы. Определение работы, выраженное ур-нием (19), пригодно лишь для тех случаев, когда за все время движения тела ни сила, ни направление перемещения не изменились. Нетрудно обобщить наше определение, воспользовавшись примененным уже нами приемом: мы мысленно разбиваем весь путь, пройденный телом, на столь малые участки, чтобы на протяжении каждого участка и силу и направление движения тела можно было считать постоянными; вычисляем бесконечно малую работу dW, произведенную на бесконечно малом пути dl:

$$dW = f\,dl \cos(f, dl) \qquad (19a)$$

и затем суммируем все отдельные слагаемые на всем протяжении от исходного положения l_1 до окончательного l_2:

$$W = \int_{l_1}^{l_2} f\,dl \cos(f, dl).$$

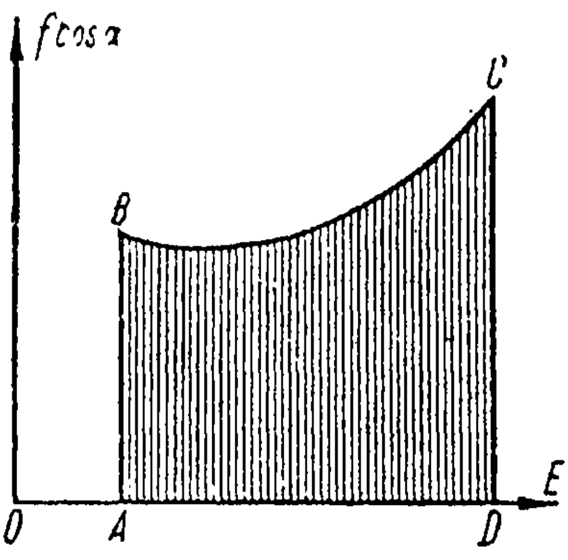


Рис. 12.

Применяя графический метод, мы могли бы наносить по оси абсцисс значения $l \cos(f, dl)$, а по оси ординат — f (рис. 12), либо по оси абсцисс — l, а по оси ординат — $f \cos(f, dl)$; и в том и в другом случае работа изобразится площадью $ABCD$, ограниченной кривой, двумя крайними ординатами и осью абсцисс. Работа, в отличие от силы, представляет собою скаляр, т. е. величину, не имеющую определенного направления; поэтому работы, производимые различными силами, складываются алгебраически, а не геометрически.

Мощность. Величина работы, как видно из ее определения, не зависит от того, сколько времени продолжалось движение, а только от пройденного пути. Часто, однако, особенно в технике, время оказывается для нас далеко не безразличным; помимо общего количества затраченной работы, нас интересует и то, с какой скоростью расходуется или получается работа. С этой целью мы вводим новую величину — м о щ н о с т ь

$$L = \frac{dW}{dt}, \qquad (20)$$

равную отношению произведенной работы dW к промежутку времени dt, в течение которого работа dW произведена.

§ 14. Энергия.

Понятие о работе, произведенной данной силой, получает важное физическое значение благодаря тому, что затрата работы на какое-нибудь тело никогда не проходит бесследно, она всегда вызывает в нем те или иные заметные изменения. Эти изменения, несмотря на все разнообразие своих внешних форм, все обладают тем общим свойством, что они, в свою очередь, сообщают телу способность произвести работу, равную той, которая на иих была затрачена. Эту способность мы называем энергией и измеряем количество сообщенной телу энергии работой, которую тело способно произвести. В зависимости от характера произведенных в теле изменений, мы различаем и виды энергии: потенциальиую, проявляющуюся в изменении положения тела в пространстве; кинетическую, выражающуюся в появлении скорости; упругую, вызваниую изменением формы или размеров тела; электрическую и магнитную — при изменении электрического или магнитного состояния тела; тепловую, связанную с температурными изменениями; химическую — при химических реакциях и т. д.

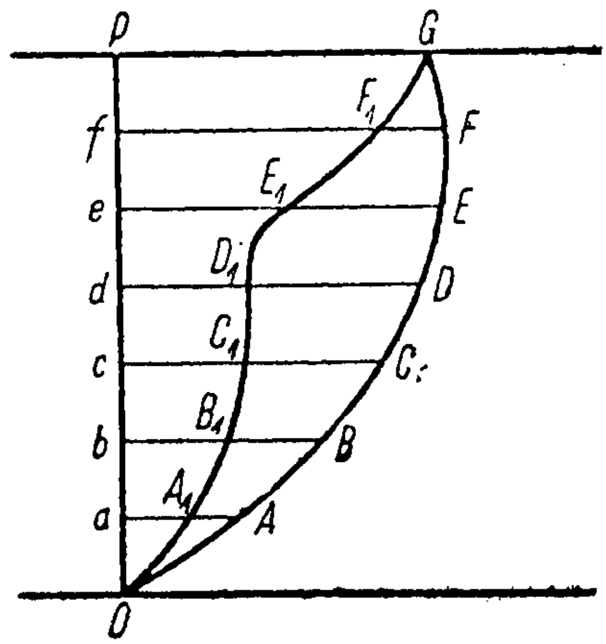


Рис. 13.

Энергия тяготения. а) Энергия тяготения вблизи поверхиости земли. Из миогочисленных случаев потенциальной энергии мы рассмотрим здесь энергию тяготеиия, создаиную силой притяжения к земле, и притом на таких небольших от поверхности земли расстояииях, что силу притяжения можно считать постояиной. Положим, что тело, подверженное этой силе, переместилось из первоначального своего положения O (рис. 13) в новое положение G, пройдя некоторый произвольный путь $OABCDEFG$. Энергия, приобретенная телом благодаря этому передвижению, по нашему определению, равна работе, затраченной телом; чтобы вычислить эту последнюю, мы разобьем весь путь $ABCDEFG$ на ряд почти прямолинейных участков. Чем больше этих участков, тем, вообще говоря, точнее вычисление; на чертеже мы ограничимся небольшим числом их; для точного же вычисления необходимо было бы разбить на бесконечно большое число участков (в данном случае, впрочем, результат не зависит от числа участков). Работа, произведенная на пути OA, равна силе тяжести f, умноженной на путь OA и на $\cos AOa$, т. е. силе f, умноженной на проекцию Oa пути OA на направление действия силы f; точно так же работа на пути AB равна $f \cdot ab$ и т. д. Вся затраченная работа равна сумме всех отдельных эмементов, т. е. $f \cdot Oa + f \cdot ab + f \cdot bc + \ldots$ Предполагая (как это и имеет место на небольших расстояниях от земной поверхности), что сила f одинакова на всех участках по величине и направлению, мы можем вынести ее за знак суммы как общий множитель и тогда получим для работы, произведенной против силы тяжести,

$$W = f(Oa + ab + bc + \ldots) = f \cdot OP.$$

Здесь OP — путь, пройденный телом в направлении силы тяжести, т. е. в вертикальном направлении. Отсчитывая в вертикальном направлении от некоторого уровня, например от уровня океана, мы нашли бы, что точка O находится на высоте H_1, а точки G и P на высоте H_2; тогда энергию тяготения, приобретенную телом, мы могли бы выразить в виде:

$$E = f \cdot (H_2 - H_1). \tag{21}$$

Если, достигнув положения G, тело снова вернулось бы в исходное положение O, то оно при этом возвратило бы как раз ту же работу, по какому бы новому пути $GF_1E_1D_1C_1B_1A_1O$ ни происходило это возвращение. Действительно, разбив наш новый путь на участки и сложив все проекции отдельных участков, мы снова получим работу $f(H_2 - H_1)$. Из выражения для энергии земного притяжения можно заключить, что ту же работу мы получим, если тело, вместо того чтобы вернуться в точку O, придет в другую точку, лежащую на той же высоте H_1 над уровнем океана. Мы можем поэтому вообще утверждать, что если тело, притягиваемое силой $f = Mg_1$, где g ускорение силы тяжести, перешло с уровня H_1 на уровень H_2, то энергия его возрасла на

$$f(H_2 - H_1) = Mg(H_2 - H_1). \tag{21a}$$

б) Энергия тяготения на больших расстояниях. На больших расстояниях от земли силу тяготения нельзя уже считать постоянной — она убывает обратно пропорционально квадрату расстояния r до центра земли. Если масса земли M, а масса притягиваемого тела m, то сила их взаимного притяжения:

$$f = \gamma \frac{M \cdot m}{r^2}.$$

Если тело, находившееся на расстоянии r_1, перешло на расстояние r_2, то при вычислении произведенной работы необходимо помнить, что сила f непрерывно меняется. Мы поэтому разбиваем весь путь между r_1 и r_2 на бесконечно малые элементы dr, вычисляем работу dW на одном таком участке dr:

$$dW = f\,dr = \gamma \frac{Mm}{r^2}\,dr,$$

и для вычисления всей работы суммируем работы, произведенные на всех расстояниях, начиная с r_1 и кончая r_2:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} f\,dr = \int_{r_1}^{r_2} \gamma \cdot \frac{Mm}{r^2}\,dr. \qquad (22)$$

Вычисление этого интеграла можно было бы произвести, например, графическим путем, построив по точкам зависимость силы f от расстояния r (рис. 14). Заштрихованная на чертеже площадь и изобразит величину работы W.

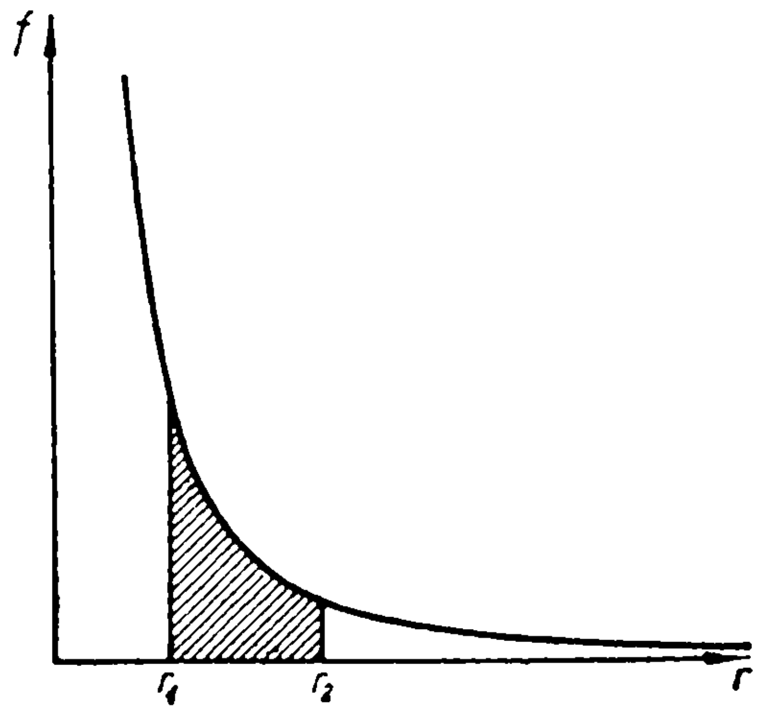


Рис. 14.

Если расстояния r_1 и r_2 мало отличаются друг от друга, то мы не сделаем большой ошибки, если r^2 заменим произведением $r_1 \cdot r_2$, а силу f будем считать на протяжении между r_1 и r_2 постоянной. Тогда работа W может быть выражена так:

$$W = f \cdot (r_2 - r_1) = \gamma \frac{Mm}{r^2}(r_2 - r_1) = \gamma \frac{Mm}{r_1 r_2}(r_2 - r_1) = \gamma Mm\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \qquad (23)$$

На эту величину возрастает и потенциальная энергия при переходе от расстояния r_1 к расстоянию r_2, если r_2 больше чем r_1; наоборот — с приближением к земле потенциальная энергия убывает на соответственную величину. Так как силы притяжения тела к земле и земли к телу одинаковы, то и энергию нельзя отнести к одному из этих тел — это взаимная энергия земли и тела.

Выражение (23) было получено нами приближенным путем

Однако, применяя правила интегрального исчисления к выведенному нами ранее точному выражению (22), мы пришли бы к тому же самому результату. Несмотря иа неточности вывода, результат оказался точным, справедливым для любых расстояний r_1 и r_2. С удалением от земли сила f убывает, а потенциальная энергия растет. На очень больших расстояниях сила становится исчезающе мала, и поэтому производимая ею работа ничтожна. Наибольшей потенциальной энергией земля и тело будут обладать, когда они удалятся на бесконечно большое расстояние друг от друга. Для вычисления этой энергии нужио положить в формуле (23) $r_2=\infty$, тогда

$$W=\gamma Mm\frac{1}{r_1}, \tag{24}$$

где r_1 есть то расстояиие, с которого они начали удаляться друг от друга, накопляя энергию, и до которого они могут снова сблизиться, выделяя энергию и производя работу. Если бы возможно было сделать $r_1=0$, т. е. сблизить их так, чтобы расстояние между их центрами сделалось равным иулю, и чтобы в то же время массы их M и m имели определеиное коиечное значеиие, то энергия W сделалась бы равиой бесконечности. Однако эти условия в действительности невыполнимы: тела, ие имеющие размеров, не имеют и массы.

Мы видим, что величина энергии зависит от того, с какого места ее начать отсчитывать. Можно, например, условиться отсчитывать энергию от того положения, когда оиа наибольшая и когда тела удалены на бесконечно большие расстояния. Если в этом положеиии считать эиергию за нуль, то с приближением тел оиа будет уменьшаться и сделается отрицательной. На расстоянии r_1 от центра отрицательная энергия тяготения равна $-\gamma Mm\dfrac{1}{r_1}$.

В § 9 мы ввели понятие о поле тяготения, создаваемом массой M на расстоянии r от иее, определяя это поле той силой притяжения, которую испытает единица массы, виесенная в данный участок поля. То же самое поле тяготеиия мы можем характеризовать и той потенциальной энергией, которой будет обладать единица массы в данном месте. Эта эиергия единицы массы иазывается **потенциалом** поля в данном месте. Из выражения (24) ясно, что потеициал P поля тяготения, создаваемого массой M иа расстоянии r от нее, равен

$$P=-\gamma\frac{M}{r}, \tag{24a}$$

а потенциальная энергия массы m в том месте, где потенциал поля равен P:

$$W = P \cdot m. \qquad (24б)$$

Кинетическая энергия. Для того чтобы сообщить телу определенную скорость, необходимо, чтобы сила, ускоряющая его движение, действовала на некотором расстоянии по направлению его движения, т. е. произвела бы определенную работу. С другой стороны, из повседневного опыта ясно, что, останавливая быстро движущееся тело, мы можем получить от него значительную работу или вызвать новые изменения. Чтобы вычислить тот запас энергии, который заключается в теле, обладающем массою m и движущемся поступательно без вращения с некоторою скоростью v, мы предположим, что оно было остановлено какой-нибудь силой f, которую, для простоты вычисления, будем считать постоянной. Эта сила вызывает отрицательное ускорение u в теле, уменьшая его скорость за каждую секунду на величину

$$u = \frac{f}{m};$$

так как первоначально скорость его была v и она уменьшалась в каждую секунду на u единиц, то на полную остановку тела потребуется число секунд t

$$t = \frac{v}{u} = \frac{v \cdot m}{f}.$$

Путь s, пройденный телом за это время, определится, если мы примем во внимание, что движение происходило равномерно замедляясь, причем начальная скорость была v, а конечная 0; мы можем поэтому среднюю скорость за все время t принять равной $\frac{v}{2}$, а путь s выразить произведением средней скорости на время t:

$$s = \frac{v}{2} \cdot t = \frac{mv^2}{2f}.$$

Наконец, произведенная телом против силы f до полной его остановки работа, измеряющая кинетическую энергию тела, равна

$$T = f \cdot s = \frac{1}{2} mv^2. \qquad (25)$$

Заметим, что произвольная сила f, введенная нами при вычислении, не входит в окончательное выражение для энергии; поэтому мы получили бы тот же результат, если бы воспользовались какой угодно другой силой; кинетическая энергия тела определяется исключительно его массой и скоростью его движения. Так как ни масса тела, ни квадрат его скорости не могут быть отрицательными, то и кинетическая энергия есть величина всегда положительная. При очень больших скоростях, приближающихся к скорости света, выражение для кинетической энергии изменяется. Теория относительности, как мы видели (ур-ние 18), утверждает, что всякая масса m выражает собою запас энергии E, равный $E = mc^2$. Мы далее видели, что масса меняется с возрастанием скорости по закону

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где m_0 — масса, которой тело обладает в состоянии покоя. Следовательно, энергия движущегося со скоростью v тела может быть выражена

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Если произвести извлечение корня и деление, то E можно представить в виде

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{3}{8} m_0 \frac{v^4}{c^2} + \ \ldots$$

Здесь первый член $m_0 c^2$ измеряет энергию неподвижного тела, а остальные — увеличение энергии, зависящее от скорости v. Совокупность всех этих остальных членов и представляет собою кинетическую энергию T движения по теории относительности:

$$T = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \ \ldots \tag{25a}$$

Пока v невелико по сравнению с c, это выражение совпадает практически с выражением (25).

Упругая энергия. Когда тело под действием внешних сил изменяет свою форму, то приложенные к нему силы, проходя некоторый путь, затрачивают работу, которую затем снова можно получить от деформированного тела, когда оно возвратится в первоначальное состояние; примером может служить сжатая пружина в часах. При вычислении энергии деформированного тела необходимо принять во внимание, что сила, производящая деформацию, возрастает по мере нарастания деформации и притом пропорционально происшедшей уже деформации. В начальный момент, когда тело обладает нормальными размерами, сила может быть как угодно мала. Положим, что, сократив размер тела на длину L, сила возрасла до величины P. Так как сила возрастала равномерно от нуля до P, то при вычислении затраченной работы мы можем считать, что весь путь L пройден средней силой $\frac{P}{2}$, а следовательно работа равна $\frac{1}{2} P \cdot L$.

Произведем тот же самый расчет графически (рис. 15), нанося в горизонтальном направлении деформацию L, а в вертикальном — соответствующие значения силы P. Требование, чтобы сила всегда была пропорциональна произведенной деформации, будет выполнено, если мы проведем через точки O и A прямую; из подобия треугольников OCD и OAB непосредственно следует, что силы и деформации в каждой точке остаются пропорциональными друг другу. Работа выразится как сумма произведений сил CD, действующих в данный момент на бесконечно малый пройденный ими при деформации путь dL; подобно тому, как на рис. 12 работа изображалась площадью $ABCD$, в данном случае она равна площади треугольника OAB, т. е.

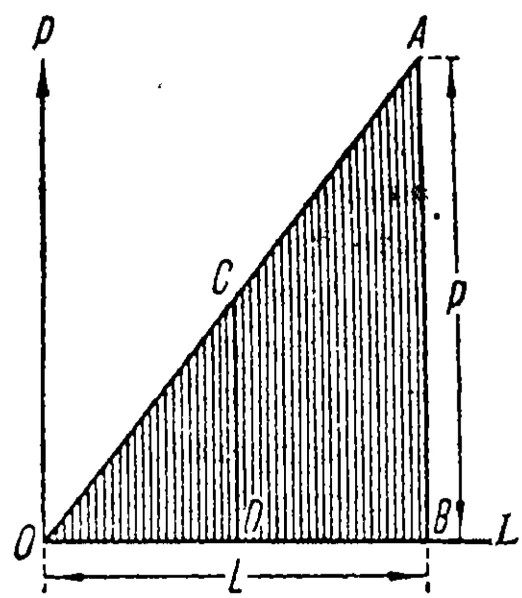


Рис. 15.

$$\frac{1}{2} P \cdot L.$$

Постепенно уменьшая сжимающую силу P до нуля, мы можем заставить тело снова вернуться в первоначальное состояние и произвести при этом ту же работу, которая раньше была затрачена. Итак, величина

$$U = \frac{1}{2} P \cdot L$$

выражает собою энергию всякого упруго деформированного тела. Здесь предполагается, что точка приложения силы P переместилась по своему направлению на длину L, а самая сила P возрастала пропорционально L.

Работа трения и тепловая энергия. Среди различных сил, встречающихся в природе, особое место занимают силы трения, которые противодействуют всякому движению тела относительно среды; в частности, если среда неподвижна, то сила трения направлена в сторону, противоположную движению. В какую бы сторону ни двигалось тело по отношению к среде, работа сил трения будет всегда отрицательной. Если, двигая тело в одну сторону, мы затрачиваем работу, преодолевая силы трения, то при возвращении мы не получим обратно этой работы, как было во всех рассмотренных до сих пор случаях, а должны будем затратить еще новую работу. Нельзя поэтому утверждать, что работа трения сообщает телу потенциальную энергию; но, с другой стороны, и работа трения не пропадает совершенно бесследно, — она вызывает ощутимые изменения в трущихся телах, а именно повышение их температуры. Для того чтобы иметь право назвать эти тепловые изменения энергией, мы должны убедиться, что они сообщают телу способность производить работу. Не всегда, однако, очевидно, что нагревание сообщает телу эту способность; так например, нам трудно было бы придумать, как можно снова превратить в работу ту теплоту, которая образовалась вследствие трения едущей телеги или саней. С другой стороны, несомненно, что иногда теплота способна производить работу, так как ведь главная часть работы, производимой нашей техникой, получается при помощи тепловых двигателей из теплоты горения угля, нефти, бензина и пр. Известно также, что нагретый воздух и сжатый пар, расширяясь, способны производить работу.

В следующей главе мы рассмотрим условия, при которых удается превращать работу в теплоту и теплоту в работу, и убедимся в том, что когда это превращение происходит, из данного количества теплоты получается ровно столько работы, сколько на нее было потрачено. Это свойство теплоты позволяет нам рассматривать ее как один из видов энергии и измерять ее по тому количеству работы, которое она совершает, переходя в работу. Среди других видов энергии теплота занимает, однако, совершенно особое место, как мы увидим в следующей главе.

§ 15. Вращательное движение.

Мы рассматривали до сих пор поступательное движение тел и почти не касались вращения. Для установления понятия о работе силы мы воспользовались уже однако законом вращения рычага вокруг своей оси, установленным еще А р х и м е д о м. Два груза, подвешенные к рычагу и стремящиеся его повернуть в противоположные стороны, уравновешивают друг друга, если произведение из каждой силы f на расстояние ее a до оси вращения равны друг другу

$$f_1 a_1 = f_2 a_2. \tag{27}$$

На рис. 16 изображен рычаг I рода, в котором ось вращения расположена между уравновешивающими друг друга силами f_1 и f_2, на рис. 17 рычаг II рода, где обе силы f_1 и f_2 — по одну сторону оси вращения.

Мы можем давить на рычаг и в другом направлении под каким-нибудь углом α к вертикали (рис. 18). Такую наклонную силу f мы можем разложить на две: одну нормальную к рычагу $f \cos\alpha$ и другую вдоль рычага. Последняя будет только прижимать рычаг

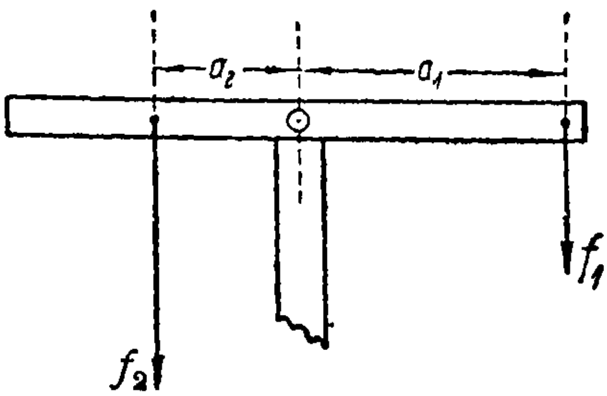


Рис. 16.

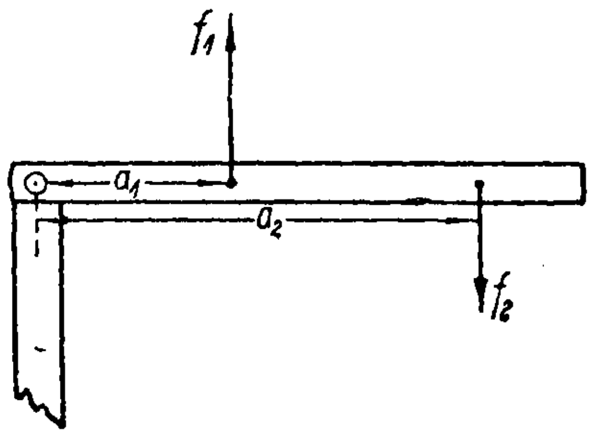


Рис. 17.

к его оси, но не будет его вращать. Первая же сила $f \cos\alpha$ будет так же точно вращать рычаг, как раньше действовала сила f_2. Условие равновесия рычага выразится теперь так:

$$f \cos\alpha \cdot a = f_1 n. \tag{27a}$$

Вместо того чтобы умножать плечо a на проекцию силы $f \cos\alpha$, мы могли бы также рассматривать левую часть уравнения как произведение всей силы f на величину $a \cos\alpha$, которая, как легко убедиться из рис. 18, равна перпендикуляру, опущенному из оси вращения на силу f, или, другими словами, расстоянию n силы f от оси рычага. Мы

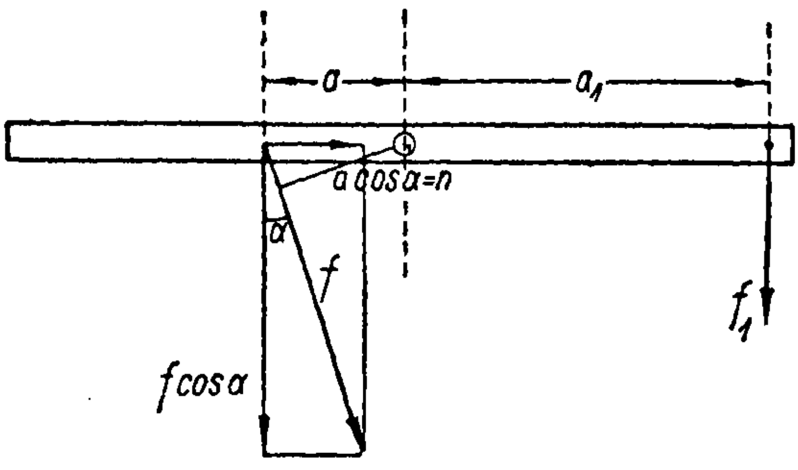


Рис. 18.

можем теперь обобщить закон рычага на случай сил не только параллельных, но и каких угодно, выразив его так: для равновесия рычага необходимо, чтобы произведения из сил на их расстояния до оси вращения были бы одинаковы для сил, вращающих рычаг в противоположные стороны. Форма рычага при этом не играет никакой роли; это может быть круглый или прямоугольный стержень, пластинка или тело всякой иной совершенно произвольной формы. Следовательно, установленный нами закон относится к вращению всякого твердого тела вокруг оси, даже если это тело и не называется рычагом.

Момент силы. Мы видим, что в вопросе о равновесии вращающегося тела получает значение некоторая новая величина: произведение из силы на расстояние ее до оси вращения $f \cdot n$, которое мы называем моментом силы f относительно оси. Равновесие не

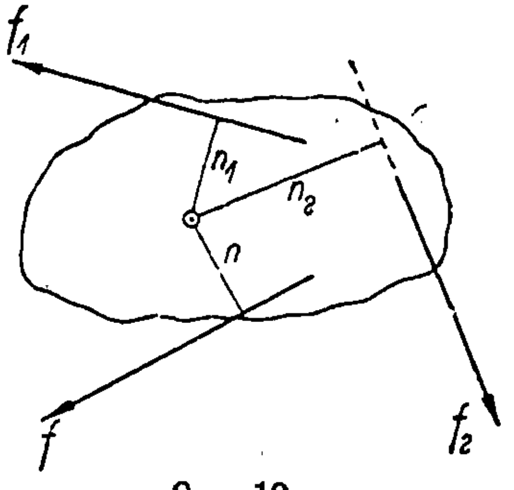


Рис. 19.

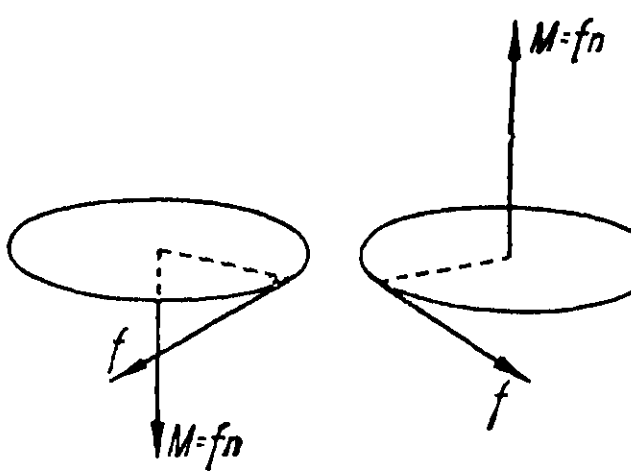


Рис. 20.

нарушится, если мы перенесем точку приложения силы вдоль ее направления или если мы заменим одну силу f другой f_2, лежащей в той же плоскости и обладающей тем же моментом $f_2 n_2 = fn$ (рис. 19).

Для того чтобы изучить вращение тела, достаточно поэтому знать: 1) величину момента fn, 2) плоскость, в которой он лежит, и 3) направление, в котором он вращает тело. Наоборот, совершенно безразлично, где именно в данной плоскости приложена сила f и каковы в отдельности множители f и n. Момент силы есть вектор. Мы можем изобразить его при помощи перпендикуляра, восставленного к плоскости, в которой лежат прямые f и n; длину этого перпендикуляра мы выбираем так, чтобы в избранном нами масштабе она изображала произведение fn. Остается еще изобразить этим перпендикуляром направление вращения. Для этого мы можем направить перпендикуляр либо в одну, либо в другую сторону от плоскости. Условимся направлять перпендикуляр, изображающий момент силы, в ту сторону, при взгляде вдоль которой сила будет вращать тело по часовой стрелке, т. е. так же, как движутся стрелки часов (рис. 20). Тогда момент силы мы изобразим стрелкой по длине равной fn, нормальной к плоскости, составленной вектором f, n и направленной так, чтобы сила f вращала тело по часовой стрелке. Связь между направлением вектора, изображающего момент силы, и направлением вызванного этой силой вращения можно сопоставить также с направлением вращения и направлением перемещения винта или бурава. Если мы будем вращать винт по часовой стрелке, то он завинчивается и уходит вглубь, туда же указывает и стрелка вектора. Если вращать винт против часовой стрелки, то он будет вывинчиваться, двигаясь вперед, — это направление и в этом случае совпадает с направлением стрелки; мы будем его считать отрицательным, соответствующим вращению в противоположную сторону.

Момент силы, изображаемый стрелкой M, есть вектор. Моменты можно складывать и вычитать геометрически так же, как и другие вектора (см. рис. 21). Если тело может вращаться только вокруг одной определенной оси O, то необходимо уравновесить только моменты, вращающие вокруг этой оси. Для этого мы можем разложить все моменты на составляющие, параллельные оси, которые вызовут, следовательно

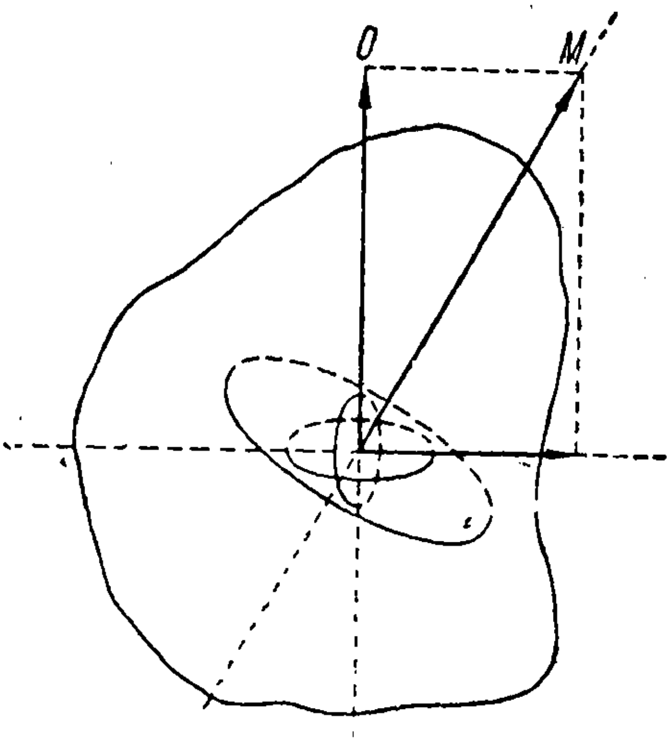


Рис. 21.

вращение вокруг этой оси, и на составляющие момента, перпендикулярные к оси — эти составляющие будут стремиться только повернуть самую ось, но вращения тела вокруг этой оси вызвать не могут.

Итак, для равновесия тела, вращающегося вокруг оси O, достаточно, чтобы проекции моментов сил на направление этой оси уравновешивали друг друга, т. е. чтобы алгебраическая сумма проекций моментов на эту ось была равна нулю.

Если тело может вращаться в разных направлениях, то для равновесия необходимо, чтобы проекции моментов на всякую возможную ось уравновешивали друг друга, а для этого нужно, чтобы геометрическая сумма моментов была равна нулю, так как тогда равнодействующий момент равен нулю.

Условия равновесия. Рассматривая самый общий случай, когда возможно как поступательное, так и вращательное движение тела, мы можем установить теперь самые общие условия, обеспечивающие равновесие сил, приложенных к телу. Для равновесия необходимо:

1) чтобы геометрическая сумма сил, действующих на тело, была равна нулю; 2) чтобы геометрическая сумма моментов всех сил также была равна нулю.

Если оба эти условия удовлетворены, то силы не будут вызывать ни поступательного, ни вращательного движения твердого тела. Однако те скорости, которыми тело обладало, сохранятся по свойству инерции. Тело будет продолжать двигаться поступательно в том же направлении с той же скоростью и вращаться с той же скоростью вокруг той же оси. Общая теория относительности утверждает, что такое нращательное движение можно заметить только по отношению к другим, не вращающнмся телам (например вращение земли сказывается в целом ряде явлений вследствие присутствия солнца и звезд, не участвующих во вращении земли). Во всяком случае вращающиеся тела, например волчки, явно отличаются по своим свойствам от тел, движущихся только поступательно.

§ 16. Законы вращательного движения абсолютно твердого тела.

Рассмотрим сначала вращение абсолютно твердого тела, форма и размеры которого не меняются во время движения. В некоторый момент времени все точки этого тела движутся с определенными скоростями. Из рис. 22 ясно, что скорости v прямо пропорциональны расстояниям r этих точек до оси вращения:

$$v_1 : v_2 : v_3 = r_1 : r_2 : r_3.$$

Угловая скорость и ускорение. Отношение $\omega = \frac{v}{r}$, одинаковое для всех точек вращающегося тела, носит название **угловой скорости.** Она численно равна скорости движения точки, находящейся от оси на расстоянии $r = 1$ *см.* Так как угловая скорость ω одинакова для всех точек тела, тогда как линейная скорость $v = \omega \cdot r$ различна в разных частях его, то естественно для описания вращательного движения пользоваться угловой скоростью, а не линейной.

Подобно тому как величину $\frac{d\vec{v}}{dt}$ мы называли линейным ускорением, мы будем называть величину $\frac{d\omega}{dt}$ угловым ускорением

Подобно тому как причиной ускорения мы считали силу, мы должны считать причиной углового ускорения момент силы. Связь между угловым ускорением и вызвавшим его моментом мы определим следующим образом. Положим, что на расстоянии r от оси мы имеем твердо с ней связанное тело с массой m, на которое действует сила f по направлению, перпендикулярному к r. Связь между силой, массой и ускорением тела m мы знаем:

$$f = m\,\frac{dv}{dt}.$$

Для того чтобы перейти к моменту, умножим обе части равенства на расстояние r от оси до силы f и подставим вместо dv его выражение через угловую скорость $dv = r\,d\omega$

$$f \cdot r = mr^2\,\frac{d\omega}{dt}, \tag{28}$$

или

$$fr\,dt = mr^2 d\omega. \tag{29}$$

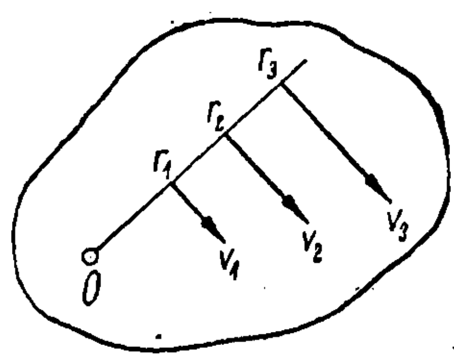


Рис. 22.

Мы определили работу силы, действующей по направлению поступательного движения со скоростью v, как

$$f \cdot ds = f \cdot v\,dt.$$

Для вращательного движения $v = r \cdot \omega$ и работа выражается

$$fr \cdot \omega\,dt. \tag{30}$$

Кинетическая энергия вращения

$$\frac{1}{2}\,mv^2 = \frac{1}{2}\,mr^2 \cdot \omega^2. \tag{31}$$

Момент инерции. Если мы имеем дело не с одной массой m, находящейся на расстоянии r от оси, а с целым телом, отдельные части которого находятся на различных расстояниях, то мы можем разбить его на отдельные бесконечно малые элементы с массой dm и рассматривать его энергию как сумму энергий всех этих элементарных масс. Тогда мы должны будем просуммировать все бесконечно малые энергии:

$$\frac{1}{2}\,dm \cdot r^2\omega^2,$$

помня, что r для различных элементов различно, но угловая скорость ω для всех одинакова; она может быть вынесена, следовательно, как общий множитель, за знак суммы. Кинетическая энергия вращающегося тела равна

$$\frac{1}{2}\omega^2\int_0^r dm\cdot r^2. \qquad (32)$$

Введенный здесь интеграл $\int dm\cdot r^2$ — сумма произведений из массы каждого элемента тела на квадрат его расстояния до оси вращения — получил название м о м е н т а и н е р ц и и т е л а. Когда мы имели только одну массу на расстоянии r от оси, то момент инерции ее выражался mr^2. Мы будем обозначать момент инерции тела буквою I. Рассматривая как выражение для энергии, так и другие приведенные выше формулы для вращательного движения, можно установить полную аналогию с поступательным движением, заметив, что момент инерции I при вращении играет ту же роль, что масса в поступательном движении; на место скорости становится угловая скорость ω, а на место силы — момент силы M.

Так, сопоставим формулы поступательного и вращательного движения:

$$f=m\,\frac{dv}{dt};\quad M=I\,\frac{d\omega}{dt}, \qquad (33)$$

$$f\,dt=m\,dv;\quad M\,dt=I\,d\omega. \qquad (34)$$

Выражение для работы

$$fv\ dt;\ M\omega\ dt. \qquad (35)$$

Кинетическая энергия:

$$\frac{1}{2}\,mv^2;\ \frac{1}{2}\ I\omega^2. \qquad (36)$$

Первые два выражения для момента силы и импульса мы получили для отдельной массы m, но можно показать, что они справедливы и для всякого вращающегося тела. Положим, что на такое вращающееся тело действует момент M, равный сумме моментов отдельных сил, который и увеличивает угловую скорость вращения с ω на $\omega+d\omega$. Работа, произведенная этим моментом, пойдет на изменение кинетической энергии тела.

$$M\omega\ dt=\frac{1}{2}I(\omega+d\omega)^2-\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}I\omega^2+I\omega\ d\omega+\frac{1}{2}I\,d\omega^2-\frac{1}{2}I\omega^2=I\omega\,d\omega; \quad (37)$$

действительно, величина $\frac{1}{2} I\, d\omega^2$ неизмеримо мала по сравнению с $I\omega\, d\omega$, и поэтому ею можно пренебречь. Сократив еще обе части равенства на ω, мы получим для вращения тела

$$M\,dt = I\,d\omega \tag{38}$$

$$M = I\,\frac{d\omega}{dt}. \tag{39}$$

Все механические явления можно рассматривать как применения этих формул. Поэтому отмеченная здесь аналогия между вращательным и поступательным движением имеет весьма обширное применение.

§ 17. Вращение физического тела.

Однако существует и одно существенное практически различие между массой при поступательном движении и моментом инерции при вращении. Масоу мы обычно можем считать постоянной, тогда как момент инерции остается постоянным только для абсолютно твердого тела. На практике приходится иметь дело с массами, смещающимися в теле во время движения и с перемещением оси вращения. В этих случаях величина I переменная; ее нельзя при суммировании или вычитании выносить за скобки. Работа здесь производится не только моментами M, но и теми центростремительными силами, которые связывают отдельные части тела с осью вращения, и которые равны

$$m\,\frac{v^2}{r} = m\,\frac{\omega^2 \cdot r^2}{r} = m\omega^2 r. \tag{40}$$

Момент количества движения. Законы вращении в этом более общем случае, когда в теле может меняться не только угловая его скорость, но и форма, выразятся так:

$$M dt = d\,(I\omega) \tag{41}$$

$$M = \frac{d\,(I\omega)}{dt}. \tag{42}$$

Величина $I\omega$ играет здесь ту же роль, что и количество движения mv при поступательном движении. Она называется **моментом количества движения**. Момент количества движения есть также вектор, направленный перпендикулярно к плоскости вращения (следовательно вдоль оси вращения) в ту сторону, в которую вращение кажется происходящим по часовой стрелке.

Уравнения наши выражают основной закон вращения всякого тела: импульс момента сил, действующих на тело, равен изменению момента количества движения его.

Закон сохранения момента количества движения. Если равнодействующая моментов сил, действующих на тело, равна нулю или если на тело совсем не действуют извне силы, то ур-ние 42 показывает, что момент количества движения его не может измениться. Произведение из момента инерции I на угловую скорость ω остается неизменным во всяком изолированном теле. Если в нем происходят такие изменения, от которых момент инерции увеличивается, то угловая скорость соответственно уменьшается, и наоборот, если увеличивается угловая скорость, то убывает момент инерции. Так например, если стать на легко вращающийся столик и начать вертеться с какой-нибудь угловой скоростью ω, то достаточно будет расставить руки, чтобы вращение замедлилось, и опустить руки, чтобы вращение ускорилось, так как, подымая руки горизонтально, мы увеличиваем расстояние r той массы, которая в них заключается, от оси вращения и, следовательно, увеличиваем момент инерции их mr^2; опуская руки, мы снова уменьшаем момент инерции.

Если подвесить на нитке ящик, в котором находится вращающийся волчок, то момент количества движения ящика должен оставаться неизменным, пока на него ничто не действует извне. Если по какой-либо причине вращение волчка в ящике затормозится (например от трения), весь ящик начнет вращаться в ту же сторону, куда вращался волчок, с такой угловой скоростью, чтобы момент количества движения всей системы остался бы прежним.

Для того чтобы изменить момент количества движения $I\omega$, нужен момент сил M, действующий в течение определенного времени t. Чем больше $I\omega$, тем медленнее он меняется под действием данного момента M. Момент количества движения есть вектор; изменение его направления так же затруднительно, как и изменение его численного значения, так как в ур-ние (41) входит геометрическое изменение вектора. Поэтому быстро вращающееся тело (например волчок или велосипедное колесо) самым очевидным образом противится всякому изменению направления оси их вращения. Этим обстоятельством пользуются часто и на практике: устойчивость быстро едущего велосипеда по сравнению с неподвижным в значительной степени обязана вращающимся колесам. Для противодействия качке на судах помещают на них быстро вращающиеся волчки с большим моментом инерции. Такими же волчками снабжаются вагоны на однорельсовых железных дорогах.

Земля, вращаясь вокруг солнца, сохраняет свой момент количества движения, так как хотя на нее и действует все время притяжение солнца, но эта сила проходит через ось вращения, расстояние ее до оси, а следовательно и момент этой силы — равны нулю. Поэтому во все время движения величина $I\omega$ остается постоянной. Момент инерции равен:

$$I = mr^2,$$

где m — масса земли, а r — расстояние между солнцем и землей (рис. 23). В то время, когда земля удаляется от солнца, I увеличивается, а следовательно угловая скорость ω убывает; наоборот, когда земля проходит вблизи солнца, ω велика.

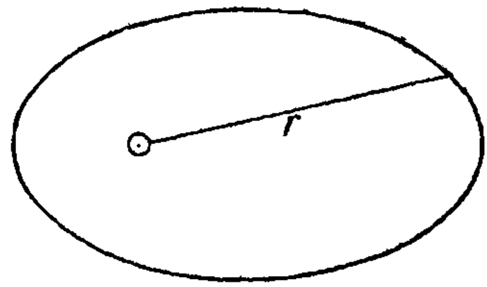


Рис. 23.

Момент количества движения мы можем переписать и так:

$$I\omega = mr^2\omega = mr \cdot r\omega = m \cdot r \cdot v, \quad (43)$$

т. е. как произведение из массы тела на ее скорость и на расстояние до оси вращения. Мы видим, что с увеличением расстояния r не только угловая скорость ω, но и линейная скорость v убывают, так как произведение $mr \cdot v$ должно остаться неизменным.

§ 18. Единицы измерений.

Для количественного описания явлений, составляющего задачу точного знания, необходимо измерять каждую вводимую в рассмотрение величину, сравнивая ее с некоторой величиной, принятой за единицу. Выбор единиц можно сделать произвольно, но выгоднее всего подобрать единицы так, чтобы соотношения между различными величинами получили бы возможно простой вид. В научном исследовании оказалась чрезвычайно полезной рационально построенная система различных единиц, называемая **абсолютной системой**. Она пользуется следующим общим приемом. Каждое новое понятие вводится при помощи связи его с другими более элементарными, — связи, выражаемой определенной формулой (например одной из формул настоящей главы, утверждающей, что сила пропорциональна массе и ускорению; работа пропорциональна силе и пройденному точкой ее приложения пути и т. д.). Каждая такая формула заключает произвольный коэффициент, зависящий от того, в каких единицах измерены отдельные величины, входящие в формулу. В абсолютной системе мы выбираем эти единицы так, чтобы коэффициент сделался равным единице, чтобы определяемая величина была не только пропорциональна величинам, стоящим в правой части равенства, но, выраженная в абсолютных единицах, численно равна ей. Условившись поступать таким образом со всякой новой величиной, вводимой нами в описание природы, мы каждую формулу, служащую определением величины, используем для установления единицы, ее измеряющей.

Условность абсолютной системы. Нельзя не указать, что, несмотря на видимую безупречность такого приема, абсолютная система заключает в себе элемент произвола. Всякая величина связана с другой рядом разнообразных зависимостей. Случайности исторического развития науки определяют часто, какая из этих зависимостей послужила для установления единицы. Раз единица выбрана, все другие зависимости уже не могут быть выражены так просто, как первая: в эти новые зависимости входят, уже помимо нашей воли, коэффициенты, которые иногда даже оказываются именованными числами. Например, мы имели две формулы, определяющие силу, — (9) и (13). Первую из них мы использовали для выбора единицы силы. Коэффициент пропорциональности в ур-нии (9) равен поэтому 1. Зато в формулу (13), определяющую силу тяготения, нам пришлось ввести коэффициент γ, значение которого определяет уже опыт. Если бы мы, наоборот, исходили из ур-ния (13), то за единицу силы должны были бы принять силу взаимодействия между двумя массами по 1 *г* на расстоянии 1 *см*; γ была бы равна единице, зато в ур-нии (9) появился бы коэффициент k, который нужно было бы измерить: $f = k \cdot m \cdot u$. Несмотря на некоторый элемент случайности, абсолютная система лишена внутренних противоречий и может быть совершенно последовательно проведена через всю систему наших знаний.

Основные единицы. Необходимо условиться только предварительно относительно нескольких основных единиц, за которые избраны были: длина, масса и время. Казалось целесообразным основать эти единицы на величинах, встречающихся в природе, которые всегда могли бы быть восстановлены и проверены. Так например, для установления единицы длины воспользовались измерением длины мердиана, и так как не все меридианы имеют точно одинаковую длину, то единицу длины построили, исходя из меридиана, проходящего через Париж. За 1 *м* принята была $\frac{1}{40\,000\,000}$

длины этого меридиана, а в абсолютной системе принята в качестве единицы $\frac{1}{100}$ *м*, или сантиметр. Изготовлен был Парижской Палатой мер и весов стержень из сплава платины с иридием, на который нанесены были две черты на расстоянии возможно точно равном метру. Исходя из тех же соображений, за единицу массы — грамм — принята была масса 1 *см*^{3} воды при температуре наибольшей плотности — при 4° С, и той же палатой изготовлен был платиновый килограмм, масса которого по возможности точно равнялась 1000 *г*, или массе 1 *дм*^{3} (литра) воды при 4° С. Наконец, для измерения времени воспользовались строгой периодичностью астрономических явлений и приняли за 1 секунду $\frac{1}{86\,400}$ средних солнечных суток. Однако вскоре выяснились неудобства указанного определения единиц: всякое измерение сопряжено с неизбежными ошибками, вследствие чего платиновый эталон соответствует своему заданию только в меру точности измерений. Всякое новое более точное измерение длины меридиана или массы воды должно изменить общепринятую единицу и заставить пересчитать все полученные на основании ее численные результаты. Между тем гораздо легче сравнить данную длину с платиновым образцом Парижской палаты, чем с длиной парижского меридиана. Поэтому в настоящее время за основу приняты эталоны Парижской палаты: за метр принят эталонный брусок, хранящийся в Париже, хотя он по тщательным измерениям и не равен $\frac{1}{40\,000\,000}$ меридиана; за килограмм — платиновый эталон, находящийся также в Париже, хотя масса его равна 1,00005 *дм*^{3} воды при 4° С. Тщательно сравненные с этими эталонами копии хранятся в каждой стране и служат основанием для всей системы мер. Метр Парижской палаты был тщательно сравнен с единицей длины, которая всегда может быть воспроизведена в природе, а именно с длиной волны λ красной линии кадмия. Оказалось, что 1 *м* $= 1\,553\,164{,}1\ \lambda$. Это измерение позволило бы воспроизвести длину метра с точностью до 0,0000001, если бы эталоном нельзя было воспользоваться. И только определение секунды можно было сохранить без изменения.

Производные единицы. Исходя из трех основных единиц: *см*, *г*, *сек*, — нетрудно построить рациональную или абсолютную систему единиц скорости, ускорения, силы, работы и энергии, воспользовавшись теми определениями, которые мы привели.

Единицей силы — **дин о й** — называется сила, способная сообщить одному грамму ускорение, равное единице, т. е. увеличивающая его скорость за каждую секунду на 1 *см/сек*. Единица работы и энергии — один э р г, это — работа, производимая одной диной при продвижении точки приложения ее по направлению силы на 1 *см*. Единица давления—б а р, давление в одну дину на 1 *см*^{2}.

Размерность. Определяя единицу для измерения данной величины, мы одновременно определяем и ее размерность в абсолютной системе. Так, из ур-ния (1) мы получаем для скорости измерение $\left[\frac{см}{сек}\right]$; из ур-ния (6) для ускорения $\left[\frac{см}{сек^2}\right]$; ур-ние (9) дает для силы $\left[\frac{г\ см}{сек^2}\right]$; ур-ние (15) для импульса силы: $\left[\frac{г\ см}{сек}\right]$. Размерность работы по ур-нию (19) $\left[\frac{г\ см^2}{сек^2}\right]$ и т. д. Если все величины, входящие в данное уравнение, уже определены, как например в ур-нии (13), то коэффициент получает такую размерность, чтобы обе части равенства имели одинаковую размерность.

Практические единицы. Благодаря полной взаимной согласованности и отсутствию внутренних противоречий, эта система является вполне пригодной для научного описания явлений. Однако в практической жизни и технических приложениях она не всегда удобна: величины, с которыми мы имеем дело в технике, часто выражаются громадным числом абсолютных единиц или же ничтожно малой долей этих единиц; обращение с такими числами неудобно. Поэтому предпочитают пользоваться более крупными или более мелкими единицами, так подобранными, чтобы иметь дело по возможности с небольшими числами, — для этого за единицу принимают 10, 100, 1000... или же $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ абсолютной единицы длины. Так, в физике пользуются следующими единицами: м и к р о н, $1\mu = 10^{-3}$ *мм* $= 10^{-4}$ *см*; м и л л и м и к р о н, $1\ m\mu = 10^{-6}$ *мм*; о н г с т р е м, $1\ \text{Å} = 10^{-8}$ *см*, и и к с, $1\ X = 10^{-11}$ *см*. В астрономии измеряют расстояния до звезд с в е т о в ы м и г о д а м и — расстоянием, проходимым светом в один год и равным $9{,}46 \cdot 10^{17}$ *см*, или величиной п а р с е к, равной $3{,}1 \cdot 10^{18}$ *см* (3,25 световых лет). За единицу длины в технике принят 1 метр, т. е. 100 *см*. Гораздо важнее расхождение в измерении силы: дина — величина слишком малая для технических измерений, так как она равна всего $\frac{1}{981}$ той силы, с которой земля притягивает массу в 1 *г*.

В технике же, которая раньше имела дело преимущественно со статическими нагрузками мостов и зданий, чаще всего сравнивают силы с силой тяжести; поэтому, вместо того чтобы воспользоваться единицей, равной, например, 10^6 динам, за единицу силы принят килограмм, т. е. сила, с которой масса в 1 *кг* притягивается к земле, или приблизительно 981 000 дин. Помимо неудобства такого сложного множителя при переходе от технических единиц к абсолютным, недостатком технической единицы силы является непостоянство ускорения силы тяжести в различных местах земной поверхности (условно принятая сила в 980 620 дин только на 45 параллели выражает собой вес 1 *кг*). Кроме того обозначение одним словом „килограмм" двух совершенно различных понятий — массы и силы, способной сообщить этой массе ускорение в $981 \frac{см}{сек^2}$, ведет часто к нежелательной неясности. Приняв за единицу силы килограмм, а за единицу длины метр, мы, очевидно, должны в технической системе измерять работу и энергию в килограммометрах, равных $9{,}81 \cdot 10^7$ эрг. В электротехнике пользуются в качестве единиц для измерения энергии джоулем, равным 10^7 эрг, и килоджоулем, равным 1000 джоулей, или 10^{10} эрг, а также киловаттчасом, равным 3600 килоджоулей. Для мощности — ваттом, равным одному джоулю в секунду, или киловаттом, равным 1000 ватт. В тепловой технике за единицу мощности принимают лошадиную силу, равную 75 *кг-м* в сек. или 735,5 ватт, 0,7355 киловатт (1 киловатт равен 1,36 лошадиных сил).

Предложена была, а во Франции даже декретирована законом, техническая система единиц, свободная от указанных недостатков, построенная по образцу абсолютной. В ней за основные единицы приняты: масса в одну тонну (1000 *кг* или 10^6 *г*); длина в один метр, равный 10^2 *см*, и время в одну секунду. Единицей силы здесь является сила, сообщающая одной тонне ускорение в $1 \frac{м}{сек^2}$. Эта единица, названная стэном, равна 10^8 динам, или 102 килограммам силам. Единицей работы оказывается работа одного стэна на расстоянии одного метра: $10^8 \cdot 10^2 = 10^{10}$ дин, или один килоджоуль. Единицей мощности — один килоджоуль в 1 секунду или один киловатт.

Эта система, которая утверждена и в СССР, пока еще весьма мало распространена. По трем основным единицам эта система кратко обозначается как система MTS, тогда как абсолютная система, исходящая из сантиметра, грамма и секунды, обозначается CGS.

§ 19. Методы измерений.

1. Измерение длины. В зависимости от размеров измеряемой величины применяются различные методы. Самые большие расстояния между звездами, например, измеряют по тому времени, которое необходимо свету, чтобы пройти этот путь. Зная, что скорость света составляет $3 \cdot 10^{10}\ \frac{см}{сек}$, или точнее $2{,}998 \cdot 10^{10} \frac{см}{сек}$, и что свет распространяется по прямым линиям, легко вычислить длину по времени прохождения ее светом. На земле иногда пользуются с той же целью звуком, скорость которого в воздухе при 0° C равна $332\ \frac{м}{сек} = 3{,}32 \cdot 10^4 \frac{см}{сек}$. Для измерения больших расстояний на земной поверхности пользуются стальными лентами или, при более точных измерениях, проволоками из особой никелевой стали „инвара“, не изменяющего своей длины при изменении температуры. При съемках карт измеряют этим путем с большой точностью только одно какое-нибудь расстояние между двумя точками — „базис“, а затем, измеряя углы CAB, DAB, CBA, DBA, $CDB, \ldots$ (рис. 24), строят треугольники и находят положение точек C, D и т. д.

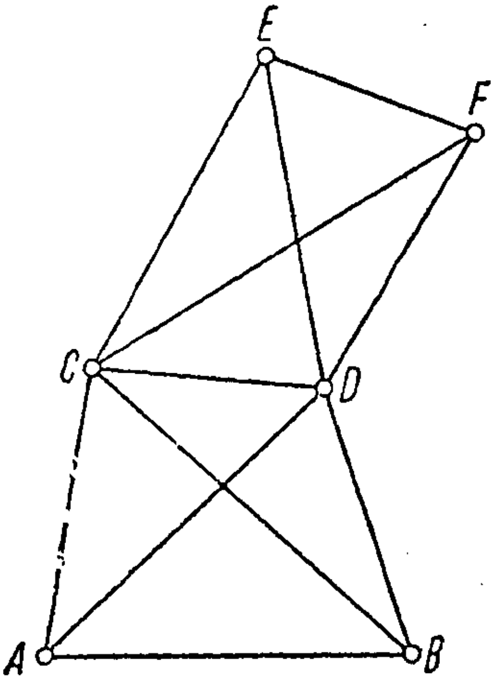


Рис. 24.

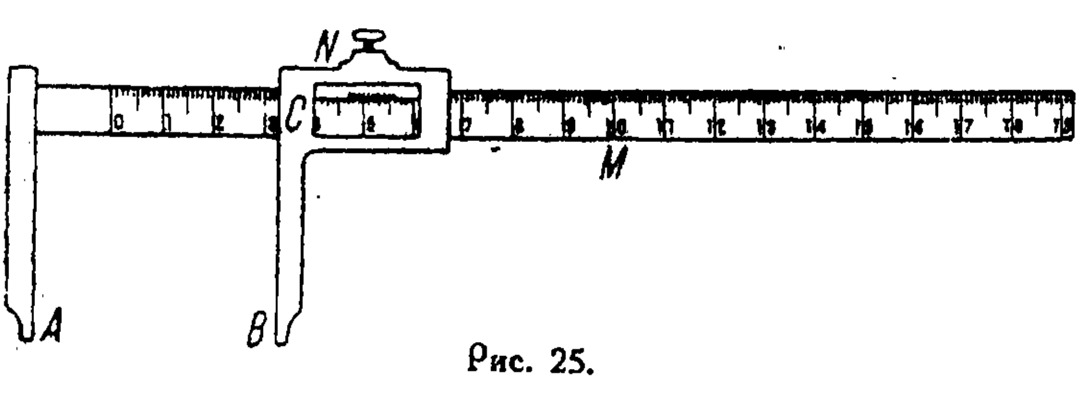


Рис. 25.

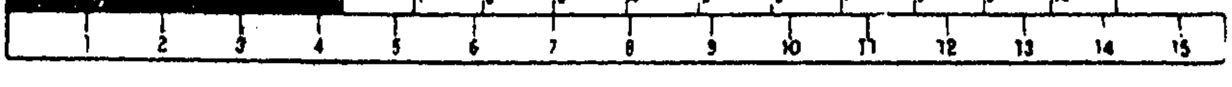


Рис. 26.

Для измерения размеров предметов пользуются масштабами, штанген-циркулем (рис. 25) с нониусом для более точного отсчета. Нониус (рис. 26) представляет собой линейку с делениями, так подобранными, чтобы 10 делений нониуса соответствовали бы 9 делениям масштаба. Каждое деление нониуса тогда на 0,1 меньше деления масштаба. Если тело занимает несколько целых делений масштаба с дробью, то, приставив к телу нониус, замечают, какое из делений нониуса совпадает с одним из делений масштаба. Пусть это будет 3-е деление нониуса. Так как каждое деление нониуса на 0,1 короче деления масштаба, то 3 деления короче соответственных 3 делений масштаба на 0,3 деления. Эта разница в 0,3 деления дополняется как раз остаточным куском тела, выходящим за последнее целое деление масштаба; следовательно, левый край линейки нониуса на рис. 26 соответствует 4,3 деления масштаба.

При более точных измерениях сравнивают данную длину с масштабом под двумя микроскопами, поставленными у обоих концов предмета, или передвигают микроскоп при помощи очень точно сработанного винта, каждый оборот которого перемещает микроскоп на точно известную величину. Для точных измерений пользуются также набором пластинок различных

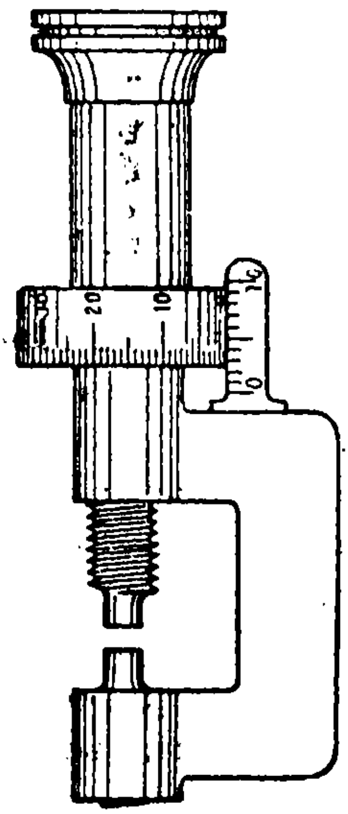


Рис. 27.

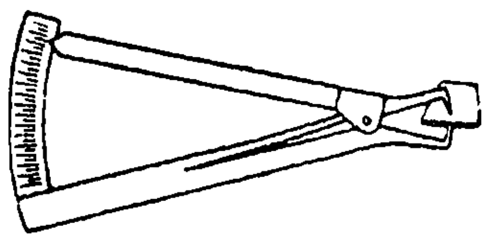


Рис. 28.

длин, настолько точно сработанных, что, будучи приставлены друг к другу, они прилипают, не оставляя заметных промежутков (плитки Иогансона).

Измерение толщины производят при помощи микрометра-винта, каждый оборот которого передвигает его на 1 *мм* или на 0,5 *мм*, доли поворота отсчитываются по барабану, прикрепленному к головке винта и разделенному на 100 или 50 частей (рис. 27).

Вместо микрометренного винта пользуются также измерительными щипцами (рис. 28), в которых небольшому перемещению зажимающих концов соответствует значительное перемещение другого конца, скользящего по круговому масштабу и снабженного часто нониусом.

Наконец, очень точный прибор для измерения толщин изображен на рис. 29. Здесь измеряемый предмет кладется на нижний столик, и на него свободно опускается серебряный масштаб. На определенной высоте в микроскоп отсчитывается показание масштаба, лежащее на этой высоте; вынув затем тело, опускают масштаб прямо на столик и снова отсчитывают показание в микроскоп. Разность двух отсчетов дает толщину предмета.

Малые длины измеряют под микроскопом, перемещая в окуляре микроскопа нить при помощи микрометренного винта. Зиая, какой длине соответствует при данном увеличении микроскопа перемещение нити иа один оборот винта, можно затем измерять размеры микроскопических предметов, поставив нить сначала против одного конца и переместив ее микрометром до другого конца.

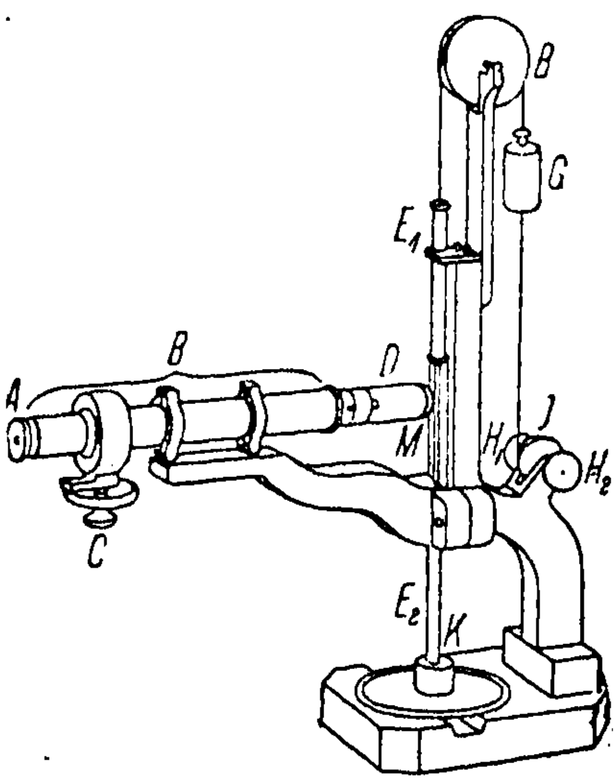


Рис. 29.

Еще более точен метод оптический, основанный на интерференции света. Подробнее мы познакомимся с этим явлением в оптике. Самый прием заключается в следующем: если пучок света, отражаясь от одной поверхности, затем отражается и от другой, приблизительно параллельной поверхности, то оба отраженных пучка, возвращаясь обратно, дают картину попеременно темных и светлых полос. При изменеиии расстояния между отражающими плоскостями картина перемещается: всякий раз, когда плоскости сближаются или удаляются на половину длины волны света, одна полоса становится на место другой. Если пользоваться желтым светом иатрового пламени с длиной волны $5{,}89 \cdot 10^{-5}$ *см*, то перемещению картины на одну полосу соответствует изменение расстояния на $2{,}95 \cdot 10^{-5}$ *см*. Подсчитав число прошедших через поле зрения полос, можно определить изменение длины. Таким путем Майкельсон пытался установить движение земли в пространстве, но получил, несмотря на большую чувствительность метода, отрицательиый результат. Он же сравнил этим методом длииу парижского эталона метра с длиной волны кадмиевого света и установил точную связь между этими двумя длинами. Еще более точен способ биений электрических колебаний. Поверхности, расстояние между которыми желательно определить, служат пластинами одного из конденсаторов, создающих электрические колебания. Приближение или удаление этих поверхностей друг от друга меняет частоту колебаний, что может быть весьма точно установлено методом биений. Этим путем можно заметить перемещение меньше 10^{-7} *см.*

Измерение объемов производится по количеству вытесненной телом жидкости в сосуде, взвешиванием его в воде или другой жидкости точно известной плотности (например четыреххлористом углероде) и в воздухе.

2. Измерение углов. Простейший прибор — это транспортир, круг с нанесенными делениями на градусы (рис. 30).

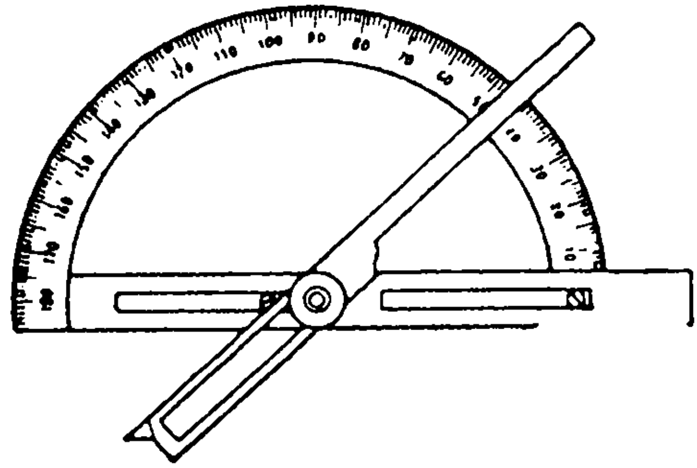


Рис. 30.

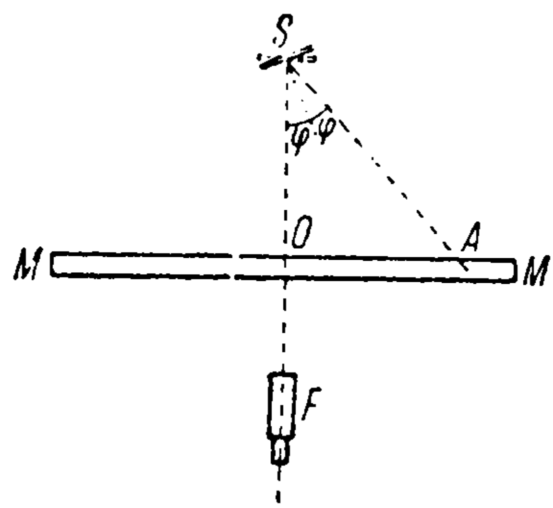


Рис. 31.

Для точных измерений пользуются трубой, вращающейся на оси, с точно разделенным кругом. С трубой соединен нониус, передвигающийся по кругу; отсчеты производятся при помощи особой лупы. Деления на круге наносятся в градусах, причем в наиболее точных приборах до $\frac{1}{4}°$, а нониус имеет 30 делений, позволяя отсчитывать $\frac{1}{2}'$.

Очень широкое распространение получил зеркальный метод. Предмет, угловое вращение которого желательно измерить, снабжается зеркалом S (рис. 31). В трубу F рассматривают изображение в этом зеркале шкалы MM. Если зеркало вместе с предметом повернется на угол φ, то в трубе мы увидим вместо изображения точки O шкалы точку A. Угол OSA равен двойному углу поворота зеркала 2φ.

$$AO = OS \operatorname{tg} 2\varphi.$$

Если AO и OS известны, то нетрудно вычислить и угол φ.

Вместо трубы F можно поместить светящуюся нить с собирающей линзой и наблюдать, как переместилось отраженное ее изображение на шкале M.

Окружность делится обыкновенно на 360 градусов, но во Франции еще принято деление на 400 частей. Для вычислительных целей удобнее угловые единицы, где за единицу угла принимается угол, дуга которого равна радиусу. Эта единица равняется $\frac{360^\circ}{2\pi} = 57^\circ 17' 45''$.

3. Измерение времени. Определение времени производится наиболее точно по звездам, причем надо помнить, что звездные сутки, т. е. промежуток времени между прохождением через зенит одной и той же звезды, на 4 сек. короче средних солнечных суток, принятых за основание для определения часа, минуты и секунды.

Весьма точной мерой времени является, кроме часов, определение периода колебания маятника. Этот период зависит от длины маятника и от ускорения силы тяжести. Измерение колебаний маятника производится настолько точно, что им пользуются для определения малых изменений силы тяжести, вызванных присутствием более тяжелых масс (близостью горы, дома или тяжелого предмета) или влиянием высоты места над уровнем океана.

Если измеряемый промежуток времени очень мал, то его отмечают замыканием и размыканием электрического контакта, измеряя время прохождения тока, или отметкой на быстро движущейся ленте, скорость которой хорошо известна. Для сравнения на той же ленте записывают быстрые колебания камертона с определенной частотой колебаний или отметки маятника. Если отметка производится рукой в момент, отмечаемый глазом или ухом, то отметка всегда запаздывает на 0,1 — 0,2 сек. вследствие того, что передача происходит через головной и спинной мозг путем соответственных рефлексов. Это запаздывание, называемое личным уравнением, приходится учитывать при точных измерениях. Очень чувствителен метод вращающегося зеркала, которое отбрасывает отражение предмета на фотографическую пластинку. Если зеркало быстро вращается, то изображение предмета с очень большой скоростью скользит по пластинке, стоящей на месте шкалы, и самые малые промежутки времени в 10^{-6} сек. могут быть отмечены. Еще меньше промежутки времени отмечают при помощи сравнения их с электрическими колебаниями или даже еще более быстрыми световыми.

4. Измерение массы и плотности. Массы астрономических тел определяются по вызываемому ими притяжению, причем за постоянную закона Ньютона принимается $\gamma = 6{,}65 \cdot 10^{-8}$ абс. ед. Для земных предметов пользуются весами рычажными с отношением плеч 1:10 или 1:100 для тяжелых предметов и равноплечими весами для более легких предметов от 10 *кг* и меньше. В точных химических весах заботятся о легкости и в то же время отсутствии изгиба коромысла весов. Наиболее точные весы измеряют еще 0,001 *мг* при общем весе в 10 *г*, что составляет точность в $\dfrac{1}{10\,000\,000}$ измеряемой величины. В общежитии еще пользуются пружинными весами, в которых вес, а следовательно и масса измеряются по растяжению стальной пружины. Подвешивая тело на тонкой кварцевой нити, можно по изгибу этой нити измерять нагрузки гораздо меньше чем 0,001 *мг*. Еще чувствительнее метод электрического взвешивания, где маленькое заряженное тело (пылинка с массой 10^{-13} *г*) поддерживается электрическими силами между пластинками конденсатора. Измеряя разность потенциалов на конденсаторе, можно определить вес пылинки.

При определении плотности тела, т. е. отношения массы его к занимаемому им объему, главная трудность заключается в точном измерении объема. Это делают, измеряя потерю в весе тела при погружении его в жидкость известной плотности (воду, четыреххлористый углерод), или же опуская тело в калиброванный сосуд с жидкостью — пикнометр, наблюдают объем вытесненной из пикнометра жидкости. Очень удобен для определения плотности метод взвешивания в жидкости такой плотности, чтобы тело не тонуло и не всплывало на поверхность. Если такая жидкость путем смешения более плотной и менее плотной жидкости подобрана, то можно утверждать, что плотность тела равна плотности жидкости.

5. Измерение силы и работы. Силы чаще всего измеряют по сравнению с силой тяжести или с силой упругости, необходимой для растяжения пружины. Очень чувствительный метод для измерения силы — определение той электризации, которую она вызывает в некоторых так называемых пьезоэлектрических кристаллах (кварце например). Очень малые силы определяют, уравновешивая их другими столь же малыми, но точно известными силами — электрическими, магнитными или силой тяготения.

Работа и мощность машины определяются тормозами, помещенными на валу машины. Тормоза прижимают к шкиву, сидящему на валу. Чтобы они не были захвачены вращающимся шкивом благодаря трению, к ним нужно приложить момент M, равный и противоположный моменту сил трения. Если силы F, удерживающие тормоза, известны, если, кроме того, известны радиус шкива R и его угловая скорость ω, то можно определить работу, доставляемую машиной в течение времени t и затрачиваемую в данном случае на трение

$$F \cdot R \cdot \omega \cdot t, \tag{44}$$

а мощность, численно равная работе в единицу времени —

$$F \cdot R \cdot \omega. \tag{45}$$

Если машина делает n оборотов в секунду, то угловая скорость ее определяется тем, что она в 1 сек. описывает угол $2\pi n$.

Следовательно работа машины может быть представлена так:

$$2\pi R \cdot n \cdot F \cdot t, \tag{46}$$

а мощность ее

$$2\pi R \cdot n \cdot F. \tag{46a}$$

ГЛАВА II.

СВОЙСТВА ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ.

§ 1. Температура.

Основная величина, характеризующая тепловые явления — это температура. В настоящее время это понятие кажется нам совершенно естественным, непосредственно вытекающим из свойственного нам теплового чувства. Однако ясное понимание того, что одно и то же тело может быть горячим и холодным, было чуждо естествоиспытателям до середины XVII столетия. Аристотель, например, теплоту и холод, влажность и сухость считал четырьмя основными элементами, образующими видимый мир: комбинация тепла и сухости давала огонь, тепла и влажности — воздух, холода и влажности — воду и холода и сухости — землю. Затем теплоту и холод рассматривали как свойства, присущие вполне определенным телам: например перец и спирт считались горячими (очевидно по ощущению, создаваемому ими во рту), вода — холодным телом. Для уяснения сущности тепла и холода обсуждался следующий опыт: если дохнуть на руку широко раскрытым ртом, появляется ощущение теплоты, если же подуть со сжатыми губами, замечается охлаждение руки. Исходя из этого опыта, предполагали, что крупные частицы тепла могут выходить только через раскрытый рот, тогда как через узкое отверстие прорываются только более мелкие частицы холода.

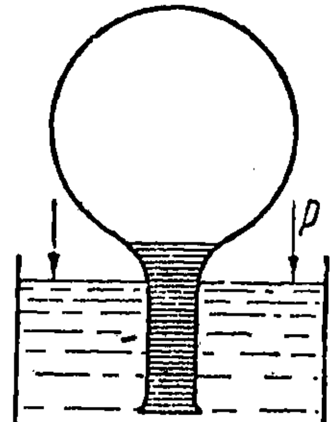


Рис. 32.

Только в XVII веке Галилей и Санкториус изобрели первый термометр — шарик с трубкой, опущенной в воду (рис. 32). Уровень воды в трубке тем ниже, чем сильнее нагрет воздух в шарике. Санкториус изобрел свой термометр для определения состояния здоровья больных, так как замечено было, что многие болезни сопровождаются резким повышением температуры. Шарик термометра Санкториуса помещался в рот больного, и затем наблюдалось опускание воды в трубке в течение 7 ударов маятника-пульсомера, одновременно изобретенного Санкториусом для счета пульса. Термометры Галилея служили затем для измерения температуры воздуха в комнатах, причем главным их достоинством считалась художественная резьба деревянной подставки. Только с появлением термометров укоренилось представление о том, что одно и то же вещество может находиться в разных тепловых состояниях.

О тепловом состоянии тела мы можем судить непосредственно по ощущению тепла или холода, получаемому при прикосновении. Однако это ощущение зависит не только от температуры тела, но и от его теплопроводности и теплоемкости и, кроме того, как и все наши ощущения, от состояния нашего собственного организма. Хорошо известно, например, что металлические предметы кажутся на морозе гораздо холоднее, а в горячем состоянии гораздо горячее деревянных или войлока, хотя последние и находятся при той же температуре. Это объясняется большой теплопроводностью металлов, отнимающих или передающих коже гораздо больше тепла, чем соответственно нагретые дерево или войлок. Поэтому, например, металлические поручни трамвайных вагонов обертываются на зиму сукном или войлоком. Мы не могли бы пользоваться на морозе железной лопатой или топором, если бы они не имели деревянной ручки, или же если бы мы не пользовались рукавицами. Наша субъективная оценка температуры будет совершенно различна для голого металла и обернутого сукном. Некоторые тела, раздражая кожу, вызывая прилив крови, создают ощущение тепла и не обладая высокой температурой. Как и органы чувств, тепловое чувство резко реагирует на изменение температур, на явление контраста. Как дневной свет покажется невыносимо ярким после долговременного пребывания в темноте, так и комнатная вода покажется холодной руке, которая долго была в горячей воде; после снега — комнатная вода, наоборот, кажется теплой. Все эти обстоятельства заставляют отвергнуть тепловое чувство как объективную меру температуры внешних тел. Для измерения температуры необходимо пользоваться объективными признаками, наблюдая те изменения, которые сопровождают нагревание тела. О тепловом состоянии тела можно судить по изменению длины или объема, по изменению его электрического сопротивления или электродвижущей силы, возникающей при соприкосновении с другим телом, или наконец по изменению интенсивности и окраски излучаемого телом света. Указанные свойства позволяют судить о тепловом состоянии данного тела, но не дают основания для сравнения температур различных тел. Решение этой последней задачи основывается на следующем опытном факте: ряд тел, находящихся в соприкосновении или достаточно близком соседстве, в конце концов приходит в состояние взаимного теплового равновесия; это равновесие характеризуется равенством температур всех отдельных тел. Температуру мы и можем определить как ту величину, которая одинакова у всех тел, пришедших в тепловое равновесие, каковы бы ни были их остальные свойства. Поэтому для определения температуры данного тела нет надобности измерять его собственный объем или сопротивление — достаточно узнать температуру другого тела, которое пришло с данным в тепловое равновесие. Можно пользоваться одним и тем же телом — термометром — и по его тепловому состоянию судить о температуре любого тела, с которым он находится в тепловом равновесии.

§ 2. Термометры.

Общий прием всякого измерения температур заключается в следующем. Мы выбираем какое-нибудь из свойств тела, зависящих от температуры, и изучаем эту зависимость. Измеряя это свойство, мы им определяем температуру даниого тела, а следовательно и того тела, температуру которого нам нужно измерить, установив между ними тепловое равновесие. В зависимости от избранного нами свойства мы получаем различные виды термометров.

1. Объемные термометры, основанные на свойстве тел увеличивать свой объем при нагревании. (Существуют и исключения из этого правила—вода сокращает свой объем при нагревании от 0° до 4° C и имеет одинаковый объем при 0° и 8°, при 2° и 6° и т. п.; поэтому вода при этих температурах непригодна как термометрическое вещество.) Наибольшее расширение испытывают при нагревании газы. В первых термометрах Г а л и л е я, как уже упоминалось, расширение воздуха в шарике с трубкой, опущенной в стакан воды, понижало уровень воды в трубке. Перемещение уровня жидкости действительно легко измеримо, но оно обусловливается не только температурой окружающего шарик воздуха, но и атмосферным давлением p, действующим на поверхность воды в сосуде. Повышение давления воздуха в комнате подымает воду в трубке так же, как охлаждение воздуха, и таким образом вносит ошибку в измерение температуры.

Термометры с жидкостью. Удобнее в обращении оказались термометры с жидкостью—и в частности со ртутью—в запаянном стеклянном сосуде. Жидкости расширяются гораздо слабее, чем газы; но если при большой емкости резервуара соединить его с очень тонкой трубкой, то даже небольшое увеличение объема жидкости в резервуаре переместит ее на заметную высоту в узкой трубке. Можно добиться того, чтобы уже от нагревания на 0,001° получилось измеримое перемещение. Подобный термометр изображен на рис. 33б.

Ртуть однако не всегда применима в качестве термометрической жидкости. При —32° С ртуть замерзает, при 360° С — кипит под атмосферным давлением; ртутные термометры обычно ограничиваются этими пределами (рис. 33в); можно повысить температуру кипения, поместив над поверхностью ртути газ (азот) под большим давлением; этим путем удается еще пользоваться ртутным термометром до 550 и даже до 700° С (рис. 33а). Для более низких температур, чем температура замерзания ртути, пользуются спиртовыми термометрами, а для температур еще более низких, до —200° С, — термометром с пентаном, не застывающим еще при температуре жидкого воздуха.

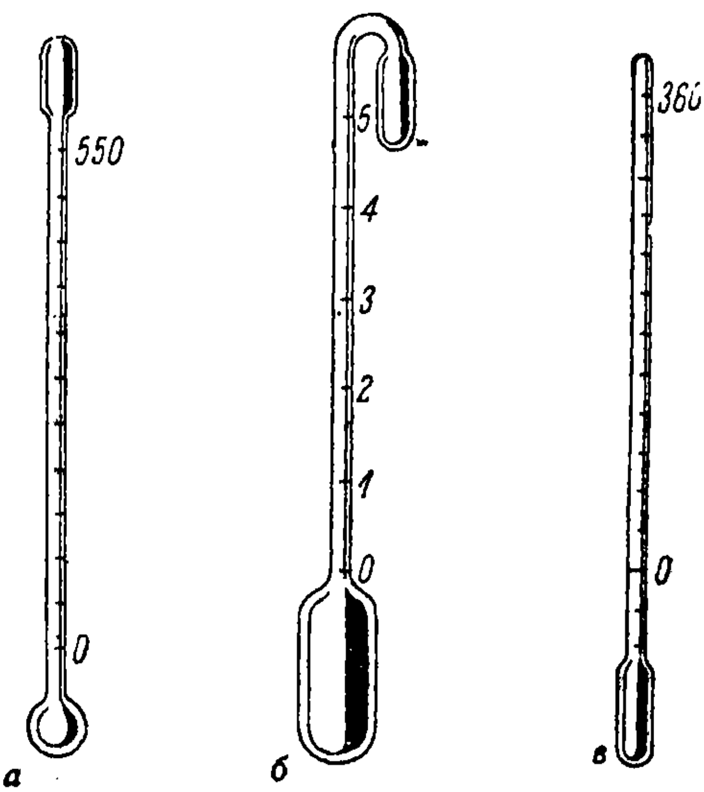


Рис. 33.

Малое расширение жидкостей по сравнению с газами имеет еще одно неудобство: при нагревании термометра нагревается не только жидкость, но и стеклянный резервуар, емкость которого от нагревания увеличивается. Если быстро нагреть термометр, то в первый момент нагреется стекло, и жидкость опустится; только потом расширение жидкости перевесит расширение сосуда, и показания термометра начнут расти. Расширение стекла составляет около $^1/_7$ расширения ртути. При охлаждении стекло не сразу и не полностью сокращается до первоначального объема, имевшегося при той же температуре до нагревания. В течение многих часов, а иногда и месяцев, продолжается еще сокращение объема стекла, а следовательно и изменение показаний термометра при неизменной температуре.

Поэтому после охлаждения показания термометра при той же температуре будут ниже, чем до него. Это свойство—тепловое последействие—различно у различных сортов стекла: удалось изготовить такие сорта, последействие которых ничтожно, и таким образом сильно ослабить эту ошибку. Чистое кварцевое стекло расширяется в 20 раз меньше обычного стекла; поэтому в кварцевых термометрах указанная ошибка ничтожна.

Шкала температур. Первые термометры показывали изменения температуры, но каждый экземпляр имел свои собственные деления, несравнимые с показаниями другого термометра. Реомюр предложил на всех термометрах наносить постоянные точки—температуру замерзания воды и температуру кипения воды, разделив расстояние между этими точками на 80 равных частей. Цельзий заметил, что температура кипения воды вовсе не является постоянной температурой,—она зависит от атмосферного давления,—и предложил принять за постоянную точку температуру кипения воды под давлением в 760 *мм* ртутного столба. В связи с введенной тогда метрической децимальной системой Цельзий разделил расстояние между постоянными точками на 100 частей. Первоначально за 0° принималась температура кипения, и от нее температура отсчитывалась вниз до температуры замерзания воды при 100°; но затем более удобной оказалась принятая ныне система, где 0° C соответствует нижней, а 100° C верхней постоянной точке. Изменение температуры, перемещающее столбик ртути на $^1/_{100}$ расстояния между постоянными точками термометра, называется одним градусом Цельзия. В Англии и Америке употребляют в общежитии и в технике термометр Фаренгейта, в котором температуре замерзания воды соответствуют 32 градуса, а кипения 212 градусов. (В этой шкале нормальная температура человеческого тела почти 100° F).

Термометр с жидкостью может привести к противоречиям при точном установлении температур. Каждая жидкость и каждый сорт стекла расширяются по своим особым законам. Поэтому если даже в двух термометрах совпадают постоянные точки, то показания их при промежуточных температурах будут различны. Пришлось бы различать температуры и градусы ртутные, спиртовые, пентановые и т. п. В этом отношении большим преимуществом обладают газы, которые, согласно опытам Гей-Люссака, расширяются почти одинаково и настолько сильно, что расширение стеклянного сосуда не играет заметной роли. Объем газа, взятый при 0° C, увеличивается затем с нагреванием на каждый градус на $^1/_{273}$ того объема v_0, которым газ обладал при 0° C. При этом предполагается, что давление, испытываемое газом, не меняется во все время опыта. Изобразим эту зависимость графически, нанеся температуру t по оси абсцисс, а объем v по оси ординат. При нагревании на t°С объем увеличится на $t \cdot \frac{1}{273} v_0$ и сделается равным $v_0 + t \cdot \frac{1}{273} \cdot v_0$, а при охлаждении до температуры $-t$ насколько же сократится и станет равным $v_0 - t \cdot \frac{1}{273} \cdot v_0$. Очевидно, что по этому закону при температуре $t = -273$° С объем сделается равным нулю, что и выражено на рис. 34 пересечением прямой с осью абсцисс при температуре -273° С.

Закон Гей-Люссака чрезвычайно упростится, если мы на оси абсцисс, изображающей температуру, перенесем начало координат от 0° С в эту точку пересечения, соответствующую $t = -273$°,

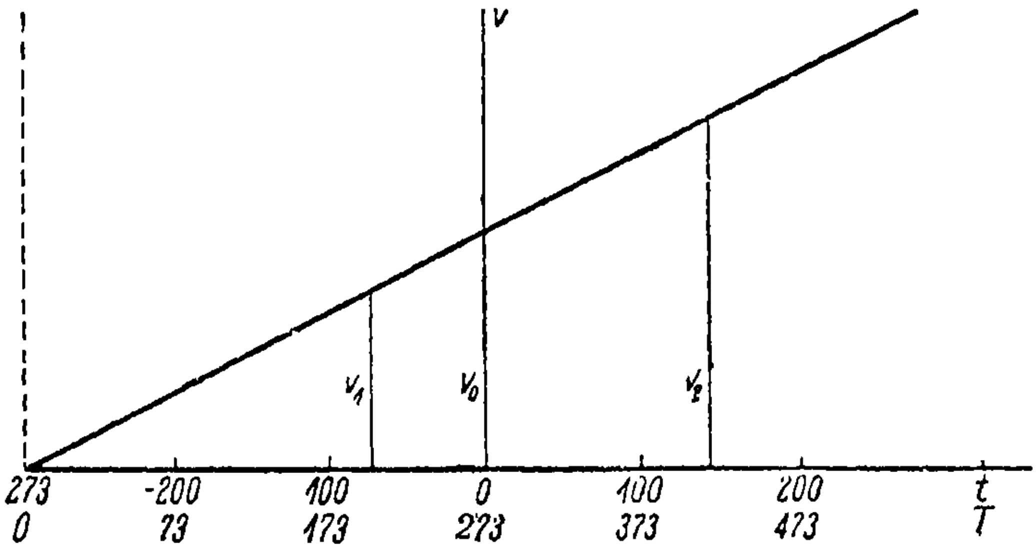


Рис. 34.

и начнем отсчитывать новые температуры T от этой точки. Эти новые температуры, называемые абсолютными, нанесены под температурами Цельзия. При температуре абсолютного нуля объем газа по уравнению Гей-Люссака должен бы быть равен нулю и затем возрастать по прямой, т. е. так, что объемы всегда прямо пропорциональны абсолютиым температурам. Для двух каких-нибудь температур T_1 и T_2 объемы v_1 и v_2 удовлетворяют следующему уравиению:

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2}. \tag{1}$$

Закон Гей-Люссака утверждает, следовательно, что отношение объема газа к абсолютной его температуре остается для данного количества газа одинаковым, если только не изменилось давление. Под абсолютной температурой T мы понимаем при этом температуру по Цельзию t, увеличенную на 273, или, точнее, на 273,09:

$$T = t + 273{,}09. \quad (2)$$

Закон Гей-Люссака перестает быть справедливым при низких температурах (здесь наступает сжижение газа), и поэтому объем газа вовсе не обращается в нуль при абсолютном нуле. Кроме того законы расширения разных газов не вполне совпадают между собою, хотя и различаются гораздо меньше, чем расширение различных жидкостей. Нельзя отрицать поэтому, что определение температур при помощи газов не лишено некоторого произвола и недостатков. Рационально построенную шкалу температур следовало бы обосновать на общих законах тепловых явлений, а не на индивидуальных свойствах того или другого вещества. Эти общие законы, которые мы рассмотрим ниже, привели, однако, к температурам, которые почти не отличаются от абсолютных температур, определяемых наиболее совершенными газовыми термометрами (водородным или гелиевым). В частности, и температура $T=0$ или $t=-273{,}09°$ C является действительно наинизшей возможной в природе, хотя и недостижимой практически температурой. При абсолютном нуле исчезают всякие тепловые явления (но тело сохраняет еще большой запас энергии, определяемой его массой, и определенный объем). Поэтому эта температура по праву может быть названа абсолютным нулем, а несколько только исправленная газовая шкала температур — абсолютной шкалой.

При устройстве газового термометра необходимо перед каждым отсчетом объема привести давление газа к одной и той же величине, обычно к 760 *мм* ртутного столба. Можно пользоваться газовыми термометрами, в которых объем сохраняется постоянным, а измеряется давление, оказываемое давным объемом газа при разных температурах.

Все газы при достаточном охлаждении сжижаются и тогда становятся непригодными для газового термометра; наиболее трудно сжижаемый газ гелий под атмосферным давлением переходит в жидкость при $T=4{,}2°$ абс. Еще более низкие температуры измеряют либо пользуясь кипящим под уменьшенным давлением гелием, либо же произведя быстрое расширение и охлаждение гелия и вычисляя температуру теоретически. Каммерлинг-Оннесу в Лейдене удалось получить температуру всего в 0,85° абс. Наивысшая температура, наблюдавшаяся в электрической дуге, превышает 7000°, тогда как поверхность солнца имеет температуру около 6000°, а самых горячих звезд—до 20 000°. По вычислениям Эддингтона температуры в центре этих звезд измеряются миллионами градусов.

2. Термометры сопротивления. Электрическое сопротивление чистых металлов возрастает с повышением температуры по определенному закону, приблизительно пропорционально абсолютной температуре (около 0,4% при нагревании на 1°). Зная этот закон и измерив возможно точнее сопротивление металлической (обыкновенно платиновой) проволоки, можно определить ее температуру, а следовательно и температуру соприкасающегося с ней тела. Такие приборы называются **болометрами**. Они обыкновенно состоят из тонкой платиновой проволоки, намотанной спирально на трубку из кварцевого стекла или фарфора. Электрическое сопротивление такой проволоки может быть измерено с чрезвычайно большой точностью, так что изменения температуры в 0,01° и даже в 0,001° могут быть еще хорошо замечены. Болометрами можно

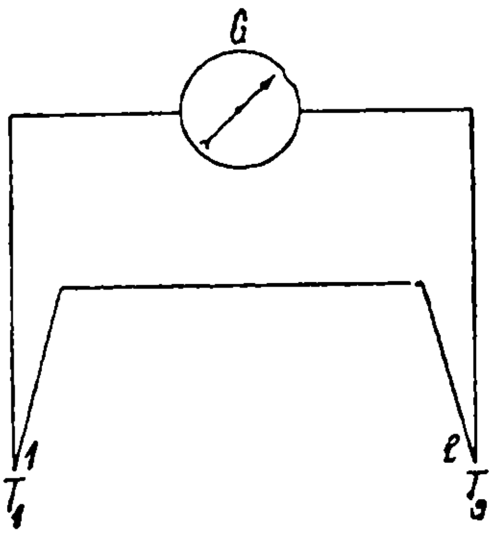


Рис. 35а.

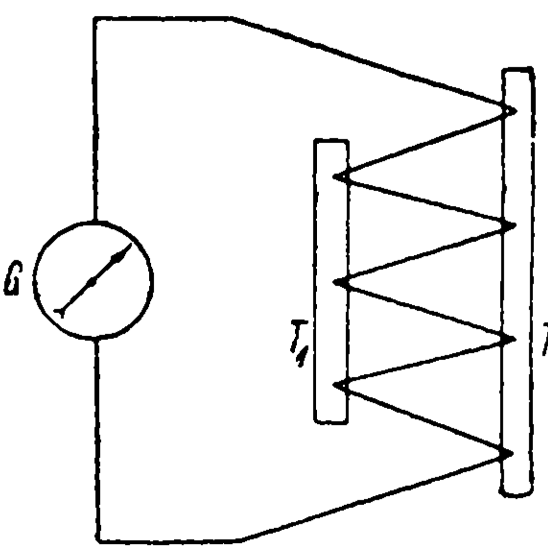


Рис. 35б.

пользоваться для измерения как самых низких доступных нам температур, так и весьма высоких, вплоть до температуры плавления проволоки. Только при крайне низких температурах, около—270° С (несколько градусов абсолютных), сопротивление определеных металлов внезапно так сильно падает, что становится недоступным измерению. В этом состоянии металлы называются **сверхпроводниками** и становятся непригодными как болометры. Но этим свойством обладают только немногие металлы.

3. Термоэлементы. Если составить замкнутую электрическую цепь из двух разных металлов (рис. 35а), то в этой цепи появится ток всякий раз, когда места соединения (спаи) этих металлов имеют различную температуру. По величине электродвижущей силы, появившейся в такой цепи, называемой термоэлементом, и по температуре одного из спаев можно судить о температуре другого. Измерение электродвижущей силы или вызванного ею электрического тока может быть произведено с большой точностью, так что термоэлементы позволяют измерять тысячные доли градуса и подобно болометрам могут быть применены к измерению как низких, так и высоких температур. Для измерения помещают один спай термоэлемента в пространство, температуру T_1 которого желают измерить, другому же спаю придают постоянную температуру T_0, окружая его, например, тающим льдом. Силу тока в цепи или, еще лучше, электродвижущую силу измеряют соответственным гальванометром. Заметив показания гальванометра при определенных температурах первого спая (например при температуре плавления олова, свинца, кадмия и т. п.), можно установить зависимость показаний гальванометра от температуры спая и пользоваться термоэлементом для измерения неизвестных температур.

Для того чтобы термоэлектродвижущая сила была возможно больше, подбирают соответственные пары металлов. Наиболее употребительны термоэлементы из железа и сплава, называемого константаном, для измерения же очень высоких температур—выше температуры красного каления—пользуются термоэлементом из платины и сплава 90% платины с 10% родия. Когда приходится измерять очень малые разности температур, применяют цепь из большого числа термоэлементов, соединенных последовательно друг с другом так, чтобы электродвижущие силы их складывались. Один ряд спаев принимает измеряемую температуру T_1, тогда как другой ряд поддерживается при температуре T_0 (рис. 35б).

4. Оптические пирометры. Всякое нагретое тело излучает в окружающее пространство лучистую энергию. С повышением температуры количество излучаемой энергии возрастает по определенному закону, различному для разных тел. Особенно прост закон лучеиспускания так называемого абсолютно черного тела, т. е. тела, поглощающего целиком все падающие на него лучи. Энергия E, излучаемая в секунду каждым квадратным сантиметром абсолютно черного тела, возрастает пропорционально четвертой степени абсолютной температуры T (закон Стефана-Больцмана):

$$E=5{,}60 \cdot 10^{-5} \cdot T^4 \ \frac{эрг}{сек.\,см^2}. \tag{3}$$

Лучеиспускание всех других тел также весьма сильно растет с температурой, но оно всегда меньше излучения абсолютно черного тела при той же температуре. Зная закон лучеиспускания.

мы получаем возможность судить о температуре тела даже не прикасаясь к нему, измеряя только его излучение, о котором мы судим по нагреванию болометра или термоэлемента, поставленных на пути лучей. Таким путем можно хотя бы приблизительно судить о температуре поверхности солнца и самосветящихся звезд, а также о температуре в печи, в топке котла или в домне. Определение температуры звезд этим способом не может быть точным, так как мы не знаем веществ, составляющих поверхность этих звезд. В последних же трех случаях наши измерения оказываются значительно точнее, так как излучение, исходящее из небольшого отверстия, сделанного в пустом замкнутом теле, как например отверстия в стенке топки или печи, по своим свойствам совпадает с излучением абсолютно черного тела. Действительно, всякий луч, попавший в отверстие, должен внутри печи испытать столько отражений, раньше чем ему удастся выйти наружу, что он будет почти полностью поглощен, хотя при каждом отдельном отражении поглощается лишь часть падающей на стенкv энергии. Отверстие, через которое мы наблюдаем излучение печи, играет поэтому роль поверхности абсолютно черного тела, и к нему вполне приложим закон, выражаемый уравнением (3).

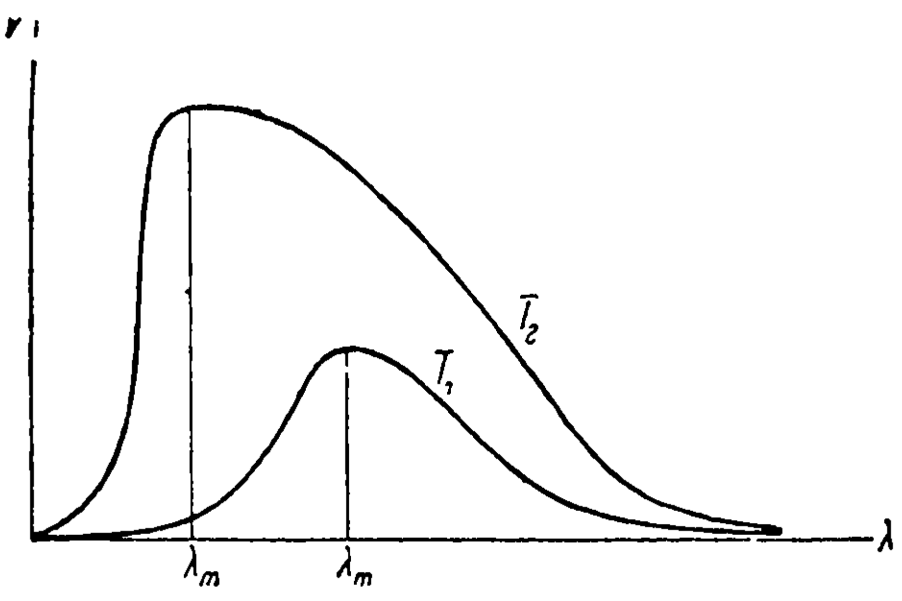


Рис. 36.

5. Спектры теплового излучения. С повышением температуры изменяется не только количество, но и качественный состав лучеиспускания. Лучеиспускание нагретого тела состоит из колебаний всевозможных длин волн—от самых длинных до весьма коротких. При помощи спектроскопа можно исследовать энергию излучения каждой отдельной длины волны; оказывается при этом, что определенной длине волны λ_m соответствует наибольшая энергия; чем дальше длина волны от этой преобладающей в спектре, тем меньше ее энергия. С повышением температуры спектр нагретого тела изменяется: энергия каждой длины волны возрастает, но не одинаково, а тем больше, чем короче длина волны; поэтому, при более высокой температуре T_2, преобладающая в спектре длина волны λ_m меньше, чем при более низкой T_1. Измененне энергии различных длин волн можно видеть из рис. 36, где по оси абсцисс нанесены длины волн, а по оси ординат энергии V, которыми при данной температуре обладает свет этой длины волны.

Закон, по которому преобладающая в спектре длина волны λ_m изменяется в зависимости от абсолютной температуры T, особенно просто выражается для абсолютно черного тела (закон Вина):

$$\lambda_m \cdot T = 0{,}290 \text{ см град.} \tag{4}$$

Измерив для данного черного тела величину λ_m, можно, пользуясь этим уравнением, определить его абсолютную температуру:

$$T = \frac{0{,}290}{\lambda_m}.$$

Так, при комнатной температуре $t = 17°$ C, или $T = 290°$ абс., наибольшей энергией в спектре обладает длина волны:

$$\lambda_m = \frac{0{,}290}{290} = 10^{-3} \text{ см} = 0{,}01 \text{ мм}.$$

Длины волн видимых лучей заключаются между пределами $\lambda = 8 \cdot 10^{-5}$ *см* для крайних красных лучей и $4 \cdot 10^{-5}$ *см*—для крайних

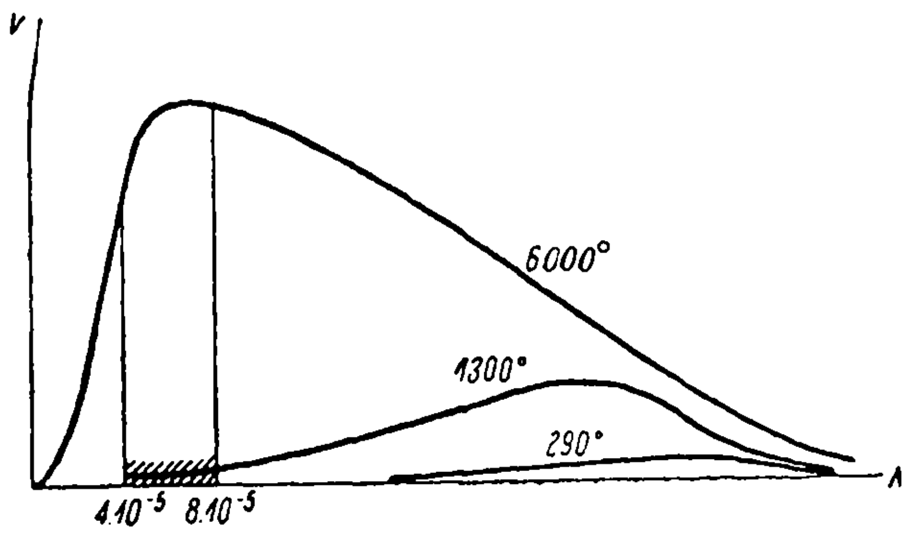


Рис. 37.

фиолетовых. Поэтому при комнатной температуре энергия видимых лучей совершенно ничтожна, и тела не светятся заметно для глаза. Но уже при температурах около 600° C, или около 870° абс., в испускаемом свете становятся заметными видимые лучи наибольшей длины волны — мы замечаем темнокрасное каление. С повышением температуры становятся достаточно яркими и более короткие видимые волны, свечение переходит в светлокрасное и наконец в белое каление при температурах выше 1000° C или 1300° абс. (рис 37). Но и при этой температуре преобладают в спектре невидимые глазом инфракрасные волны. Только при температуре в 6000° абс. преобладающая длина волны лежит в зеленой части спектра, и значительная часть энергии излучается в виде видимого света. Такой именно температурой обладает поверхность солнца и к его свету приспособлены наши глаза.

По характеру каления тел можно получить приблизительное представление об их температуре. Нужно помнить, что точный закон (4) относится только к абсолютно черным телам.

§ 3. Количество теплоты.

Тепловые явления весьма разнообразны. Простейшее из них, которым мы сначала займемся, это — выравнивание температур, которое наступает, когда тела различной температуры приходят в соприкосновение. Блэк, изучивший количественно этот обмен теплоты, внес большую ясность в рассмотрение тепловых явлений, подметив аналогию обмена тепла между горячим и холодным телом с переливанием жидкости между сообщающимися сосудами. Температура играет ту же роль, как уровень воды в сосуде, а по аналогии с количеством жидкости Блэк ввел понятие количества теплоты, вполне удовлетворительно объясняющее изученные им явления. Мы установим это понятие, переходя последовательно от наиболее простых случаев к более сложным. Начнем с обмена тепла между двумя одинаковыми по составу и массе телами, обладающими температурами t_1 и t_2; после установления равновесия оба тела принимают температуру t_0, равную средней арифметической температур t_1 и t_2

$$t_0 = \frac{t_1 + t_2}{2}, \tag{5}$$

откуда

$$t_1 - t_0 = t_0 - t_2$$

или

$$(t_1 - t_0) + (t_2 - t_0) = 0. \tag{5a}$$

Когда устанавливается равновесие между телами, хотя и одинаковыми по составу, но обладающими различными массами m_1 и m_2, то окончательная температура не равна полусумме первоначальных; в этом случае изменения температуры обоих тел обратно пропорциональны их массам:

$$\frac{t_1 - t_0}{t_0 - t_2} = \frac{m_2}{m_1} \tag{6}$$

или

$$m_1(t_1 - t_0) = m_2(t_0 - t_2),$$

$$m_1(t_1 - t_0) + m_2(t_2 - t_0) = 0. \tag{6a}$$

Теплоемкость. Если не только массы, но и вещества тел различны, то и последнее равенство несправедливо; но Б л э к рядом систематических опытов установил, что для каждого вещества можно подыскать такой коэффициент c, чтобы, по умножении массы его на этот коэффициент, получить вполне согласное с опытом равенство:

$$\frac{t_1-t_0}{t_0-t_2}=\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{c_2}{c_1}, \tag{7}$$

$$m_1c_1(t_1-t_0)=m_2c_2(t_0-t_2)$$

или

$$m_1c_1(t_1-t_0)+m_2c_2(t_2-t_0)=0. \tag{7a}$$

При выравнивании температур между различными веществами вместо масс нужно брать величины m_1c_1, m_2c_2 и т. д. Обращаясь к аналогии с выравниванием уровней жидкости, мы можем сказать, что понижение уровня в данном сосуде тем значительнее, чем меньше площадь его поперечного сечения, чем меньшей емкостью он обладает. Подобно этому и данное количество теплоты тем сильнее понизит температуру тела, чем меньше коэффициент c для этого тела. На основании этой аналогии величина mc получила название теплоемкости тела, а самый коэффициент c — удельной теплоемкости вещества. Существование определенных для каждого вещества коэффициентов c не может быть заранее предсказано, а является результатом опытных измерений. Правда, пока мы ограничиваемся двумя телами, мы всегда можем, задавшись величиной c_1, выбрать такой коэффициент c_2, чтобы левая часть ур-ния (7) стала равна правой. Сделаем второй опыт: рассмотрим выравнивание температур между первым телом и каким-нибудь новым третьим телом с массой m_3 и температурой t_3. И здесь еще из уравнения

$$m_1c_1(t_1-t_0)=m_3c_3(t_0-t_3)$$

мы также можем без труда подыскать коэффициент c_3. Но если мы теперь приведем в равновесие второе вещество с третьим, то только опыт может ответить на вопрос, справедливо ли при тех же коэффициентах c_2 и c_3 равенство:

$$m_2c_2(t_2-t_0)=m_3c_3(t_0-t_3),$$

так как коэффициенты c_2 и c_3 были уже ранее установлены нами из первых двух опытов. Измерения Б л э к а и показали именно, что теплоемкость всякого тела, определенная из одного опыта, удовлетворяет и всем последующим. Основываясь на этих результатах, Блэк предложил называть произведение трех множителей: массы тела, его удельной теплоемкости и изменения его температуры — количеством теплоты, приобретенным или потерянным телом, причем Блэк представлял себе количество теплоты как некоторую жидкость, переливающуюся из горячего тела в холодное. Уравнение (7а) утверждает, что столько же теплоты теряется одним телом, сколько приобретается другим, так что общее количество теплоты не изменяется, и алгебраическая сумма количеств тепла, отданных обоими телами, равна нулю. Когда в обмене тепла участвует большее число тел, опыт показал, что это уравнение можно обобщить, утверждая, что алгебраическая сумма количеств тепла, потерянных всеми участвующими в обмене телами, равна нулю:

$$m_1c_1(t_1-t_0)+m_2c_2(t_2-t_0)+m_3c_3(t_3-t_0)+\cdots=0. \qquad (8)$$

Калория. Из уравнения (7) ясно, что, измерив массы m_1 и m_2 и температуры t_1, t_2 и t_0, мы из опыта можем определить только отношение $\frac{c_2}{c_1}$; один из коэффициентов может иметь совершенно произвольное значение. Чтобы установить единицу для измерения количества теплоты, мы выбираем вещество, наиболее употребительное при тепловых измерениях — воду и полагаем ее теплоемкость равной единице; взяв далее единицу массы и изменения температуры, мы получаем единицу количества теплоты — калорию. В абсолютной системе единиц одной калорией называется количество теплоты, способное повысить температуру одного грамма воды на один градус Цельзия (который совпадает с градусом абсолютной шкалы). В технической системе за единицу принята большая калория, равная 1000 малых калорий.

Теплоемкость воды. Приведенное нами определение калории оказывается недостаточным, так как опыт показал, что теплоемкость воды не всегда одинакова. Теплоемкости различных химических веществ резко различны. Но свойства тел изменяются не только от изменения химического состава. При нагревании, сжатии, плавлении тоже меняются все свойства: плотность, твердость и т. п. Удельная теплоемкость, как одно из свойств, также меняется: она в высокой степени зависит от температуры; как общее правило, можно утверждать, что теплоемкость тела повышается с повышением температуры. Теплоемкость воды, представляющей исключение из общего правила, понижается от 0° до 33,5° C, а затем повышается. Очевидно поэтому, что калория не будет иметь определенного значения, пока мы не условимся, при какой температуре считать удельную теплоемкость воды равной единице. В настоящее время принята за единицу 15° калория, — количество теплоты, нагревающее один грамм воды с 14,5° C до 15,5° C. Средняя теплоемкость воды от 0° до 100° C также равна теплоемкости при 15° C.

Так как теплоемкость оказывается величиной переменной, то правильное определение ее возможно только при бесконечно малом изменении температуры dt; если телу массы m для этого изменения температуры потребовалось dq *кал*, то удельная теплоемкость этого тела определится уравнением:

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{dq}{dt}. \tag{9}$$

Скрытая теплота. Уже Блэк заметил, что ур-ние (9) не оправдывается в тех случаях, когда выравнивание температур сопровождается изменением состояния одного из тел — его плавлением, испарением или затвердеванием. В этих случаях всегда оказывалось, что при плавлении как бы исчезало некоторое количество тепла, которое однако вновь появлялось, когда жидкость затвердевала. На испарение затрачивается некоторое количество теплоты, которое выделяется при конденсации пара в жидкость. Чтобы, однако, не нарушить своего представления о количестве теплоты как о некоторой неизменной по количеству жидкости, Блэк ввел в этих случаях понятие скрытой теплоты, которая не сказывается изменением температуры, но поглощается телом при его плавлении и испарении и вновь освобождается при возвращении в твердое или жидкое состояние. Скрытая теплота выражается произведением массы M испытавшего переход тела на удельную скрытую теплоту перехода r. Прибавив эту скрытую теплоту к явной теплоте, выражаемой произведением массы на удельную теплоемкость и разность температур, мы получим уравнение, охватывающее и те случаи, когда изменения температур сопровождаются переходами тел из одних состояний в другие:

$$\begin{gathered} m_1 c_1 (t_1 - t_0) + m_2 c_2 (t_1 - t_0) + m_3 c_3 (t_3 - t_0) + \\ + \cdots + M_1 r_1 + M_2 r_2 + \cdots = 0. \end{gathered} \tag{10}$$

Здесь мы считаем скрытую теплоту положительной, если она выделяется, и отрицательной, если она поглощается.

§ 4. Калориметрия.

Обратимся к способам измерения теплоемкости. Исходной точкой служат ур-ния (8) и (10), называемые калориметрическими уравнениями. Наиболее употребительные приборы для измерения количеств тепла — водяной и электрический калориметры.

1. Водяной калориметр. Взвесив предварительно искомое тело, его нагревают до определенной температуры и погружают в сосуд с водой, масса и температура которой должны быть известны; размешивая воду, измеряют затем устанавливающуюся окончательно температуру. Для того чтобы этот прием дал точные результаты, необходимо ввести в ур-ние (8) некоторые поправки. Кроме воды нагревается вместе с нею и сосуд, в который она налита, погруженный в нее термометр, служащий для измерения температуры, и мешалка; поэтому часть той теплоты, которая получена от погруженного в воду тела, идет на нагревание этих тел. Обозначим массу сосуда через m_c, его удельную теплоемкость через c_c, массу термометра, или, правильнее, погруженной в воду части его — через m_m, а его теплоемкость — c_m, массу и теплоемкость мешалки через $m_м$ и $c_м$, массу воды M, удельную теплоемкость ее c_e, а массу и удельную теплоемкость изучаемого тела через m и c, начальную температуру тела t_1, воды — t_2, а окончательную температуру в калориметре t_0. Калориметрическое уравнение, из которого нетрудно определить искомое c, выразится тогда так:

$$mc(t_1 - t_0) = Mc_0(t_0 - t_2) + (m_c c_c + m_m c_m + m_м c_м)(t_0 - t_2). \quad (11)$$

Стоящее в скобках выражение $m_c c_c + m_m c_m + m_м c_м$, представляющее собою очевидно теплоемкость W всех нагреваемых частей калориметра, носит название в о д я н о г о э к в и в а л е н т а или в о д я н о г о ч и с л а калориметра. Наше уравнение можно сокращенно переписать:

$$mc(t_1 - t_0) = (Mc_0 + W)(t_0 - t_2). \quad (11a)$$

Кроме обмена тепла между внесенным телом и калориметром, возможен еще обмен тепла между калориметром и окружающими предметами при помощи лучеиспускания и теплопроводности; поэтому необходимо учесть и эти потери, введя новую поправку. Можно однако при помощи простого приема сделать эту поправку очень малой: для этого достаточно подобрать первоначальную температуру калориметра так, чтобы она была настолько же ниже температуры окружающей среды, насколько она в конце опыта окажется выше ее. Тогда в первой половине опыта калориметр будет холоднее среды и получит от нее столько же тепла, сколько успеет отдать ей во вторую половину опыта, когда, наоборот, калориметр теплее среды. Но при этих условиях необходимо кроме того позаботиться, чтобы обмен тепла со средой был возможно слабее и возможно менее подвержен случайностям, зависящим от воздушных потоков или местного нагревания воздуха. С этой целью сосуд калориметра (рис. 38) помещают во второй, отделенный воздушной прослойкой, закрывают крышкой и принимают меры против испарения воды. Существуют также — и в определенных случаях оказались удобными — калориметры, в которых о количестве отданной телом теплоты судят по количеству растаявшего льда или испарившейся воды. Зная, что удельная скрытая теплота таяния льда равна 80 *кал*, а удельная скрытая теплота кипения при 100° С — 539 *кал*, можно вычислить из ур-ния (10) теплоту, отданную телом, а следовательно, и его удельную теплоемкость. Ледяной и паровой калориметры сложнее в обращении, но имеют то преимущество, что температура самого калориметра вовсе не меняется, оставаясь равной 0° или 100° С.

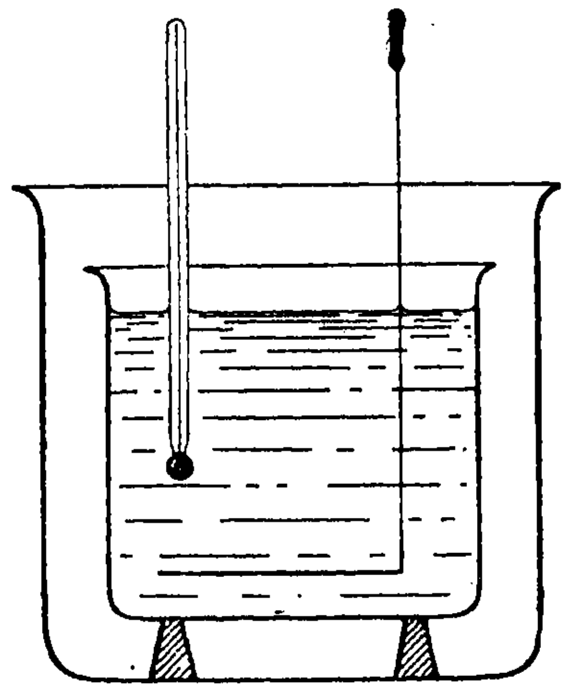


Рис. 38.

2. Электрический калориметр. Водяной, ледяной и паровой калориметры имеют тот общий недостаток, что определение теплоемкости связано всегда с определенной температурой: в первом случае — с комнатной, во втором — 0° С, а в третьем — 100° С, так что мы можем определить только среднюю теплоемкость тела от той температуры, до которой мы его нагрели, до данной температуры. Между тем желательно было бы измерять теплоемкость при всякой заданной температуре. Это весьма удобно достигается при помощи электрического метода, который особенно тщательно был разработан Нернстом и его учениками. Тело окружают платиновой или свинцовой проволокой, через которую пропускают в течение определенного времени электрический ток. Измерив разность потенциалов $V_1 - V_2$ на концах проволоки и силу тока I, мы можем определить количество тепла q, сообщенное телу за τ секунд: $q = a(V_1 - V_2) \cdot I \cdot \tau$. Если разность потенциалов измерена в вольтах, а сила тока в амперах, то $a = 0{,}2390$. Эта теплота повышает температуру тела с T_1 до T_2 градусов. Тогда

$$0{,}239 \cdot (V_1 - V_2) \cdot I \cdot \tau = mc(T_2 - T_1). \qquad (12)$$

Для измерения температур T_1 и T_2 можно воспользоваться той же проволочкой, которая нагревала тело, пользуясь ею в качестве болометра, измеряя ее сопротивление до и после нагревания. Охладив предварительно тело до наинизшей температуры, можно затем постепенно нагревать его каждый раз на небольшое число градусов и таким образом измерять его теплоемкость при постепенно возрастающих температурах. При этих измерениях необходимо позаботиться о том, чтобы по возможности ослабить обмен тепла с окружающей средой, для чего тело вместе с проволочкой, помещают в пустоту (рис. 39) или в стеклянный сосуд с двойными посеребренными изнутри стенками, между которыми воздух выкачан до весьма высокого разрежения (сосуд Дьюара). Этот прием особенно удобен в тех случаях, когда теплоемкость меняется с температурой.

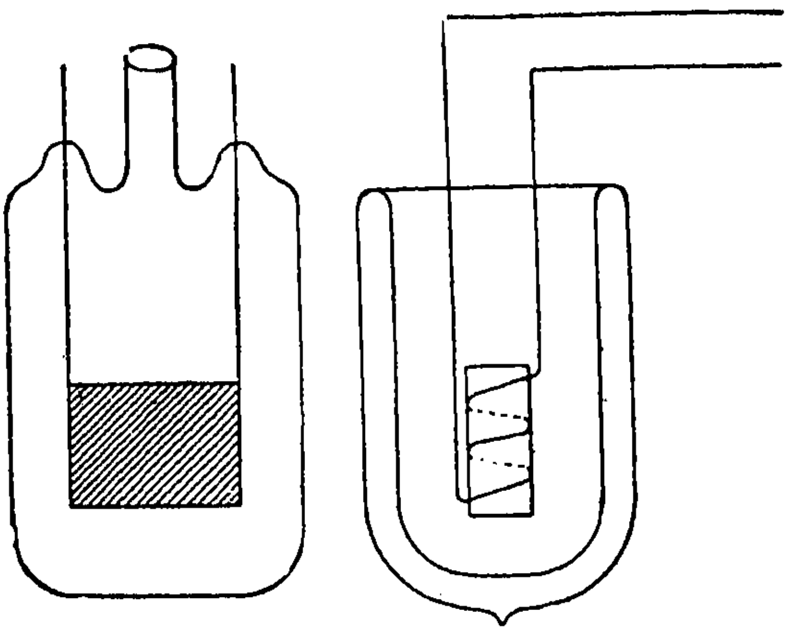


Рис. 39.

Измеренные калориметрами величины теплоемкостей простых твердых тел довольно хорошо укладываются в установленное Дюлонгом и Пти правило: произведение удельной теплоемкости c тела на его атомный вес A равно 6. Это произведение есть не что иное, как теплоемкость A *г* вещества. Вспомним, что все простые твердые тела состоят из атомов, веса которых пропорциональны величине A (в нашей системе атомных весов атомный вес кислорода принят равным 16,000, а атомный вес водорода равен приблизительно единице, точнее 1,0077). В 1,0077 *г* водорода, в 16 *г* кислорода и вообще в A *г* любого элемента заключается одно и то же число атомов, равное $6{,}062 \cdot 10^{23}$. Следовательно правило Дюлонга и Пти может быть высказано и в таком виде. Одно и то же число атомов ($6{,}062 \cdot 10^{23}$) любого вещества имеет одну и ту же теплоемкость $\left(6\,\frac{кал}{г}\right)$; или — на один атом любого вещества приходится теплоемкость $\sim 1 \cdot 10^{-23}\,\frac{кал}{г}$. Это справедливо не только по отношению к простым телам, состоящим из одного только рода атомов, но и для некоторых соединений, состоящих из сложных молекул. От этого правила имеются однако и большие отступления; так например, удельная теплоемкость угля 0,16, а атомный вес его 12; следовательно атомная теплоемкость $Ac = 1,9$, а для алмаза даже $1,4 \frac{кал}{г}$. Еще важнее, что теплоемкость одного и того же вещества меняется с температурой в очень широких пределах, а с приближением к абсолютному нулю падает до нуля. Так например, теплоемкость того же алмаза при температуре $-250°$ C неизмеримо мала; при $-183°$ C (температура жидкого кислорода) $Ac = 0,03$, при $-41°$ C 0,86, при $+140°$ 2,66, при 985° C 5,51. Для железа атомная теплоемкость $A \cdot c$ имеет значения при $-241°$C 0,15; при $-163°$C 3,5; при 0° C—5,8, при 100° C 6,4, а среднее значение Ac между 0° C и 1500° C равна $9,1 \frac{кал.}{г}$. Таким образом правило Дюлонга и Пти имеет лишь приближенный характер и справедливо в определенном участке температур, различных для разных тел. Для большинства элементов оно приблизительно справедливо при комнатных температурах. В следующей таблице приведены удельные теплоемкости некоторых элементов при 18° C:

Алюминий	0	Натрий	0,29	Сера	0,175
Висмут	0,03	Никель	0,106	Серебро	0,055
Железо	0,11	Олово	0,052	Алмаз	0,12
Золото	0,031	Платина	0,032	Фосфор	0,18
Кальций	0,17	Ртуть	0,033	Цинк	0,093
Медь	0,091	Свинец	0,031		

§ 5. Механический эквивалент теплоты.

Ошибочность взгляда на теплоту как на некоторую невесомую жидкость — теплород, перетекающую подобно воде из одного тела в другое, но нигде не исчезающую, стала очевидной, когда установлена была возможность получения теплоты за счет механической работы или другого вида энергии. Еще в 1798 г. Румфорд, наблюдая сверление пушек, отметил сопровождающее его сильное нагревание; ему удалось даже довести до кипения воду, налитую в жерло пушки, причем источником всей этой теплоты была работа двух лошадей, вращавших привод сверлильной машины. Сторонники теплорода старались объяснить нагревание появлением опилок, обладающих якобы меньшей теплоемкостью чем сплошное железо (что, впрочем, неверно). Это объяснение было опровергнуто в 1802 г. опытами Дэви, показавшего, что при трении двух кусков льда образуется вода, обладающая вдвое большей теплоемкостью, чем лед, тогда как скрытая теплота таяния получается за счет работы трения. Однако взгляды Блэка продержались в науке до 40-х годов XIX века, так как в это время мало занимались переходом работы в теплоту; тепловые двигатели еще не играли большой роли; для чисто же тепловых калориметрических опытов гипотеза теплорода, как мы видели, вполне пригодна. Правда, в это время применялись уже паровые машины, переводящие теплоту в работу, но количество получаемой в то время работы составляло лишь ничтожную долю — около 3% всей затраченной теплоты; остальные же 97% в виде теплоты переходили в окружающую среду. Перешедшая в работу часть тепла так мала, что ее легко было не заметить. Неудивительно поэтому, что Сади Карно, напечатавший в 1824 г. замечательное исследование о тепловых двигателях, вскрывшее все главные свойства тепловых явлений, излагает в этом исследовании действие машины, в согласии с взглядами Блэка, как переход теплоты из котла целиком в окружающую среду без изменения количества ее произведенная же машиною работа рассматривается как результат, сопровождающий переход теплоты. Изданные после его смерти заметки показывают впрочем, что позже сам Карно совершенно правильно понимал связь теплоты и работы.

Только в 1843 г. врач Роберт Майер в Германии и Джоуль в Англии доказали, что количество теплоты и механическая работа могут переходить друг в друга, что теплота и работа — разные формы одной величины, энергии.

Роберт Майер пришел к этому заключению из наблюдений над изменением цвета крови при работе человека. Кровопускание являлось тогда главным приемом лечения, и во время своего путешествия в тропики в качестве судового врача Майер имел случай наблюдать, что совершение большой работы сопровождается появлением в крови продуктов горения (соединения с кислородом). Это навело его на мысль, что теплота горения в организме переходит в совершаемую человеком работу. Майер подсчитал даже соотношение между теплотой и работой на одном правильно указанном им примере: если нагревать данное количество воздуха в закрытом сосуде, то теплоемкость его оказывается меньше, чем в том случае, когда воздуху предоставлена возможность расширяться при нагревании. Майер обратил внимание на то, что, расширяясь, газ совершает работу, преодолевая давление внешнего воздуха на крышку или поршень. Представим себе, что нагреваемый воздух помещен в цилиндр, в котором ходит поршень (рис. 40). Поршень сжимает воздух с той же силой, с которой внешний воздух давит на поршень. Если давление воздуха на 1 $см^2$ равно p динам, а площадь его S $см^2$, то сила f, действующая на поршень,

$$f = p \cdot S.$$

Работа, которую совершит эта сила, переместив поршень на длину l, равна

$$p \cdot S \cdot l,$$

но $S \cdot l$, как видно из чертежа, равно увеличению объема воздуха под поршнем от первоначального объема V_1 до окончательного V_2; следовательно работа, совершаемая воздухом при расширении, равна

$$p \cdot (V_2 - V_1).$$

Эта работа, по справедливому мнению Майера, и вызывает затрату дополнительного количества тепла при нагревании воздуха под перемещающимся поршнем по сравнению с нагреванием его в закрытом сосуде.

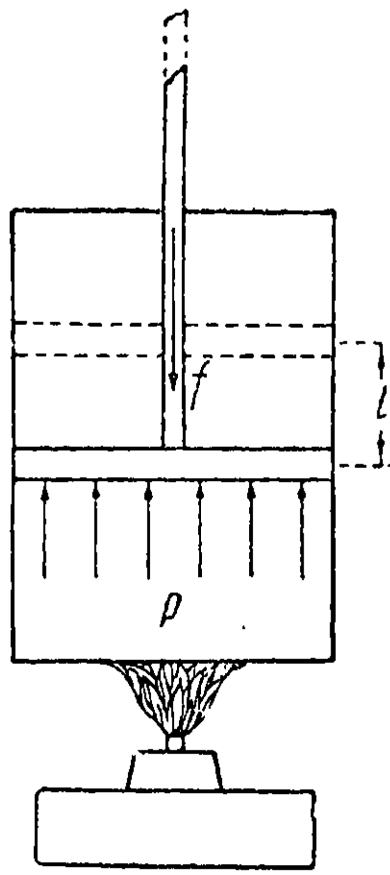


Рис. 40.

Сравнив излишек тепла с произведенной поршнем работой, Майер пришел к выводу, что на производство работы в 365 *кг-м* затрачивается одна большая калория тепла. Если бы данные о теплоемкости, которыми пользовался Майер, были более точными, то он получил бы правильное число — 427 *кг-м* на одну калорию.

Чтобы установить, что теплота есть действительно один из видов энергии, недостаточно убедиться, что работа может вызвать теплоту, и наоборот, — необходимо доказать, что теплота и работа — одно и то же, что каким бы способом мы ни переводили теплоту в работу и работу в теплоту, всегда данному количеству теплоты соответствует одно и то же количество механической работы. Сознавая это, Джоуль и поставил ряд опытов для количественного определения соотношения между теплотой и работой в самых разнообразных условиях. Джоуль получил из своих опытов тот результат, что каждые 424 *кг-м* затраченной механической работы создают 1 большую калорию тепла.

Французский инженер Гирн, который вначале был противником новой теории, пытался опытами опровергнуть взгляд на теплоту как на вид энергии. С этой целью он также измерял соотношение между затраченной механической энергией и полученной теплотой в самых разнообразных случаях, например при ударе, но получал те же числа, что и Джоуль. Особенное значение имеет измерение работы, получаемой из теплоты. Гирн измерил количество теплоты, исчезающее при работе паровой машины, и работу, производимую этой машиной. Оказалось, что вместо каждой потерянной калории тепла появляется на валу ее около 430 *кг-м* работы, т. е. опять почти то же число, как и для перехода работы в теплоту. Все попытки Гирна найти случай, где бы соотношение между работой и теплотой выражалось другим числом, оказались иеудачиыми, и Гирн в результате этих исследований сделался одним из сторонников взгляда на теплоту как иа вид энергии и принял деятельное участие в его развитии. Более точные измерения показали, что во всех случаях отношение работы к полученной из иее теплоте, называемое механическим эквивалентом теплоты, составляет 427 *кг-м* на одну калорию. Опишем некоторые из классических опытов, установивших эквивалентность между теплотой и работой.

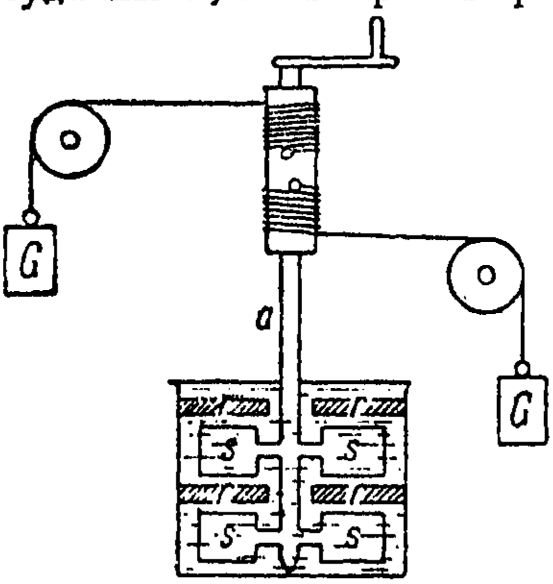


Рис. 41.

В водяной калориметр (рис. 41) помещалась мешалка a, приводимая в быстрое движение грузами G, привязаннымн к веревке, обматывающей ось мешалки. Мешалка снабжена была лопастями s, проходившими со значительным трением мимо соответственных выревов, сделанных в калориметре. Если из работы, произведенной падающнми грузами, вычесть киие-тическую энергию, которой они обладали к моменту остановки (эта энергия теряется при ударе, нагревая груз), и работу сил трения на передаточных блоках, то можно утверждать, что весь остаток пошел на работу трения в калориметре и вызвал его нагревание. Отношение между затрачеииой работой W и полученной теплотой Q и является механическим эквивалентом теплоты I

$$I = \frac{W}{Q}. \tag{13}$$

В позднейших опытах Джоуля вместо падающих грувов в качестве источника работы служил гораздо более мощный керосиновый двигатель. Джоуль измерял также теплоту, получаемую при трении двух чугунных дисков или при продавливании жидкости сквозь узкую трубку, вложенную в виде змеевика в калориметр.

Гирн измерил теплоту, образуемую при ударе о неупругую свинцовую подставку, и потерянную при этом кинетическую энергию; их отношение дало то же число.

При движении металлического тела в магнитном поле мы ощущаем сопротивление, на преодоление которого приходится затрачивать работу; при этом металл нагревается. И здесь отношение работы к теплоте имело, по измерениям Джоуля, то же значение, хотя механизм перехода совершенно иной.

При прохождении электрического тока по проводнику затрачивается электрическая работа, равная произведению разности потенциалов на количество протекшего электричества. Помещая проводник в калориметр и измерив полученную при этом теплоту, Джоуль снова получил то же соотношение. Итак, механический эквивалент теплоты есть действительно некоторая вполне определенная величина, не зависящая от способа ее измерения. Наиболее точное значение этой величины в абсолютной системе единиц

$$I = 4{,}1842 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\textit{кал}} = 4{,}1842 \frac{\text{джоуль}}{\textit{кал}},$$

а в технической

$$I = 426{,}7 \frac{\textit{кг-м}}{\textit{б. кал}} = 4{,}184 \frac{\text{кило-джоуль}}{\textit{б. кал.}}.$$

Обратная величина $A = \frac{1}{I} = 0{,}239 \frac{\textit{кал}}{\text{джоуль}}$ представляет собою, очевидно, тепловой эквивалент механической энергии, число калорий, равнозначное одной единице механической энергии. Всякую энергию можно выражать как в калориях, так и в эргах или джоулях. Так, например, мы можем сказать, что теплоемкость воды при 15° С равна $1 \frac{\textit{кал}}{\text{град.}}$, или $4{,}1842 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{град.}}$, или $4{,}1842 \frac{\text{джоуль}}{\text{град.}}$.

§ 6. Закон сохранения энергии.

Мы видели, что представление Блэка о постоянстве количества теплоты не оправдалось, так как теплота может переходить в другие виды энергии и сама получаться из них. Это не значит однако, что вся теория Блэка должна быть отвергнута. Калориметрическое ур-ние (10) остается справедливым, если никакой иной энергии, кроме тепловой, не появляется; во всех же других случаях оно нуждается в дополнении и должно быть заменено уравнением энергии, утверждающим, что общая сумма всех видов энергии, затрачиваемой всеми участвующими в рассматриваемых процессах телами (а не только одной тепловой) остается постоянной. Очевидно для того чтобы складывать различные виды энергии, необходимо привести их к одним единицам, например выразить все виды энергии в эргах. Тогда мы получим общее уравнение:

$$I\cdot[m_1c_1(t_1-t_0)+m_2c_2(t_2-t_0)+\ldots]+IMr+$$
$$+W+K\cdot E+L\cdot X+\ldots=0. \tag{14}$$

Здесь W обозначает механическую энергию, E — электрическую, X — химическую, а коэффициенты K и L — механические эквиваленты электрической и химической энергии. Обыкновенно электрическую энергию выражают в джоулях, а химическую — в калориях, так что $K=10^7$, а $L=I=4{,}1842\cdot10^7$.

Ур-ние (14), установленное Гельмгольцем, не знает ни одного исключения, несмотря на то, что для проверки его служил весь почти необозримый материал, накопленный до настоящего времени. Выражаемый им закон сохранения энергии можно поэтому считать одним из наиболее несомненных положений современной физики. Необходимо только, применяя ур-ние (14) к определенному случаю, учесть все виды энергии, затрачиваемой каждым из тел, так или иначе участвующих в рассматриваемом процессе. Этого уравнения никак нельзя применять к отдельному телу, получающему или отдающему энергию другим телам. Очевидно, энергия самого тела при этом меняется. Но энергия, потерянная одним телом, приобретена какими-нибудь другими телами. Нужно включить и эти тела и произвести общий учет энергии всех тел, между которыми происходит обмен энергии. Совокупность всех тел, участвующих в данном процессе, называют изолированной системой, и только для такой системы справедлив закон сохранения энергии, являющийся одной из форм первого начала термодинамики.

Perpetuum mobile. Одним из следствий, вытекающих из закона сохранения энергии, является невозможность осуществления так называемого perpetuum mobile, т. е. вечного двигателя, непрерывно производящего работу и не затрачивающего иных видов энергии. Исторически убеждение в бесцельности попыток построить perpetuum mobile создалось раньше, чем установлен был закон сохранения энергии. Так например, Парижская академия наук еще в 1775 г. отказалась от рассмотрения таких проектов, мотивируя свое постановление громадным их количеством и неизменными неудачами всех попыток в этом направлении. Тем не менее попытки эти не исчезли и по настоящее время, когда закон сохранения энергии установил их неосуществимость; всякий такой проект заключает в себе какую-нибудь ошибку, иногда весьма поучительную. Часто для доказательства ошибочности какого-нибудь допущения показывают, что оно могло бы привести к perpetuum mobile, и такой прием доказательства можно считать убедительным.

Внутренняя энергия. Под энергией тела мы понимаем способность его совершать работу. Переводя тело из одного состояния в другое или из одного положения в другое, мы можем, измерив произведенную им работу, определить изменение энергии тела. Но и отдав эту энергию, тело в новом состоянии тоже еще будет обладать некоторой энергией. Чтобы узнать ее величину, нужно было бы лишить тело всей присущей ему энергии, перевести его в состояние, где энергия его равна нулю. Осуществить этого мы не можем. Поэтому узнать всю энергию тела опытным путем мы не можем; единственное, что мы можем измерить, это — изменение энергии тела при данном процессе.

Можно доказать, что разность энергий тела в двух его состояниях есть строго определенная величина, не зависящая от того, каким способом мы перевели тело из первого состояния во второе. Действительно, допустим, что переведя тело одним процессом, мы получили избыток энергии H_1, тогда как другой переход дал энергию H_2. Положим далее, что для возвращения тела в первое состояние потребовалась энергия H, которая не может быть одновременно равна и H_1 и H_2. Положим, что она меньше или больше, чем H_1. Тогда мы можем представить себе машину, которая все время переводит тело из первого состояния во второе, производя энергию H_1, и затем возращает обратно в первое состояние, затрачивая энергию H. В результате мы получим каждый раз избыток или недостаток работы и создадим perpetuum mobile, который мы признали невозможным. Итак, количество энергии, затрачиваемой на перевод тела из одного данного состояния в другое, всегда одинаково, как бы ни происходил переход. Величина $H_1 = H_2 = H$ измеряет изменение внутренней энергии совершенно однозначно.

Обозначим через U внутреннюю энергию тела; тогда изменение ее при переходе из первого состояния во второе

$$U_2 - U_1 = H.$$

В нашем рассуждении H_1, H_2 и H представляют собой все виды энергии, которые выделяются во время изменения состояния тела. Так например, если при этом переходе тело получило извне Q единиц тепловой энергии и произвело некоторую внешнюю работу W, то изменение внутренней энергии, выраженное в эргах, представится

$$U_2 - U_1 = IQ - W,$$

а в калориях

$$U_2 - U_1 = Q - AW. \tag{14a}$$

Знаки перед величинами Q и W вытекают из условия считать полученную теплоту положительной, а работу, наоборот, положительной тогда, когда она данной системой отдается наружу. Эти условия как раз и имеют место в случае тепловых машин. Поэтому в применениях термодинамики к тепловым двигателям ур-нием (14a) пользуются как наиболее удобным выражением закона сохранения энергии. Вообще же для определения внутренней энергии U данного тела или системы тел необходимо учитывать все виды энергии, получаемой или отдаваемой системой во вне. Поэтому в общем виде изменение внутренней энергии системы представится в виде:

$$U_2 - U_1 = IQ - W - KE - LX - \cdots;$$

здесь опять тепловая энергия считается положительной, когда она получается извне, тогда как все остальные виды энергии считаются положительными, когда они отдаются системой наружу. Можно вместо этого условиться считать положительной всякую энергию, получаемую телом, тогда

$$U_2 - U_1 = IQ + W + KE + LX + \cdots \tag{14б}$$

В частном случае, когда тело или система тел, после целого ряда процессов и превращений, снова вернулась в свое исходное состояние $U_2 = U_1$, и следовательно

$$IQ + W + KE + LX + \ldots = U_2 - U_1 = 0.$$

Такой процесс называется **замкнутым**. Сумма всех видов энергии, получаемых данной системой при замкнутом процессе, равна нулю. Это одно из следствий закона сохранения энергии.

Независимостью величины $U_2 - U_1$ от пути перехода из первого состояния во второе часто пользуются для вычисления самой внутренней энергии U. Вместо данного трудно измеримого или трудно вычисляемого процесса перехода мы можем выбрать любой другой доступный нам переход, лишь бы только он перевел тело из того же самого начального в то же конечное состояние.

Законом сохранения энергии можно воспользоваться для вычисления энергии перехода из одного состояния в другое даже в тех случаях, когда мы не можем непосредственно наблюдать такого перехода. Для этого достаточно вычислить энергию перехода из какого-нибудь общего начального состояния U_0 в первое U_1 и энергию U_2 перехода из того же начального во второе состояние. Тогда мы можем утверждать, что

$$U_2 - U_1 = (U_2 - U_0) - (U_1 - U_0),$$

хотя бы прямой переход из первого состояния во второе был бы для нас недоступен. Так например, удается определить энергию разделения атомов в молекуле в твердом теле, энергию отрывания электрона от атома и т. п.

Запас энергии. Для того чтобы определить энергию тела, мы можем условно принять энергию его в каком-нибудь определенном состоянии за нуль и называть энергией тела изменение энергии при переходе из данного состояния в избранное нами нулевое состояние. Очевидно, при таком определении энергия тела может быть как положительной (если она больше, чем в нулевом состоянии), так и отрицательной (если она меньше, чем в нулевом состоянии). В случае энергии тяготения на земле за нулевую энергию принимают обыкновенно энергию на уровне океана. В случае энергии двух притягивающихся тел—энергию при бесконечном удалении их друг от друга. В случае тепловой энергии — либо энергию при 0° C, либо же при 0° абс. Последнее было бы принципиально правильнее, так как при абсолютном нуле тело совсем не обладает тепловой энергией, но достигнуть абсолютного нуля невозможно и поэтому измерить энергию в этом случае опытным путем, строго говоря, невозможно. Однако так как теплоемкость тел вблизи абсолютного нуля сама близка к нулю, то изменение тепловой энергии вблизи 0° абс. ничтожно, и можно без большой ошибки измерить только ту энергию, которую дает тело при охлаждении до очень низких температур 10—20° абс., а не до самого абсолютного нуля.

Надо однако иметь в виду, что при абсолютном нуле тело теряет только свою тепловую энергию, сохраняя энергию в других видах. Общий запас энергии в теле можно определить, исходя из утверждения теории относительности, что масса m тела определяется общим запасом энергии E, в нем заключающимся

$$m = \frac{E}{c^2},$$

где c — скорость света, равная $3 \cdot 10^{10}\ \frac{см}{сек}$.

При всяком изменении энергии тела, вызванном например его движением, нагреванием или химическими реакциями, масса тела, строго говоря, изменяется. Однако, если мы сравним эти изменения энергии с общим ее запасом в теле, то убедимся, что изменение массы настолько мало, что не может быть подмечено на опыте. Действительно, рассмотрим 1 *г* любого вещества. Энергия, которой он обладает, равна $9 \cdot 10^{20}$ эрг. Это энергия, которая выделяется при сжигании 3000 тонн угля. Если бы этот грамм получил скорость пули — $600\ \frac{м}{сек} = 6 \cdot 10^4\ \frac{см}{сек}$, то кинетическая энергия его $\frac{1}{2}\ mv^2 = 1{,}8 \cdot 10^9$ эрг изменила бы массу на $\frac{1{,}8 \cdot 10^9}{9 \cdot 10^{20}} = 2 \cdot 10^{-12}$ *г*. Если нагреть вещество на 1000°, то тепловая энергия увеличится меньше, чем на 1000 *кал* или $4 \cdot 10^{10}$ эрг, а следовательно масса возрастет меньше, чем на $\frac{4 \cdot 10^{10}}{9 \cdot 10^{20}} = 5 \cdot 10^{-11}$ *г*.

Самая мощная химическая реакция дает несколько тысяч калорий на грамм и следовательно не превышает 10^{12} эрг, а сопровождающее ее изменение массы $\frac{10^{12}}{9 \cdot 10^{20}} = 10^{-9}$ *г*. Ясно, что ни в одном из этих случаев изменение массы не достигает размеров, которые можно было бы обнаружить взвешиванием или другими доступными нам методами. Поэтому при всех физических и химических процессах, происходящих с данным количеством вещества, мы можем считать массу его практически неизменной. Однако, строго говоря, масса не может служить мерой количества материи в теле. Масса измеряет не самую материю тела, а запас энергии, которой обладает данное количество материи. Эти понятия раньше не разграничивались, потому что изменения массы, которые мы могли осуществить, неизмеримо малы. Только при движении электронов со скоростями, близкими к скорости света, и при превращениях атомных ядер мы встречаем резкие изменения массы.

§ 7. Особые свойства тепловой энергии.

Из закона сохранения энергии вытекает, что двигатель, производящий работу, должен затрачивать соответственное количество энергии. Теплота, заключенная в окружающей нас среде — в земле, в подпочвенной воде, в морях и в воздухе, — представляет собою почти неограниченный источник энергии, и притом даровой. Если бы мы могли построить двигатель, непрерывно превращающий эту энергию в работу, то по своим практическим последствиям такой двигатель имел бы для нас такое же значение, как и perpetuum mobile. Изучение свойств тепловой энергии приводит нас однако к убеждению, что двигатель, непрерывно превращающий в работу теплоту окружающей нас среды и называемый perpetuum mobile II рода, так же неосуществим, как и perpetuum mobile I рода, производящий работу из ничего.

Схема теплового двигателя. Всякий действительно осуществленный тепловой двигатель пользуется непременно источником тепловой энергии, обладающим более высокой температурой, чем окружающая среда, например котел паровой машины, горячие газы в нефтяных и бензиновых двигателях. Ни один двигатель не использует всей теплоты, полученной от источника энергии; часть ее всегда переходит в окружающую среду — при выпуске пара в конденсатор или при выпуске горячих газов в атмосферу. Достоинство данного двигателя характеризуется его коэффициентом полезного действия K, т. е. отношением производимой им полезной работы W к общему количеству полученной им тепловой энергии Q. Выразив работу W в калориях, мы получим следующее выражение для K:

$$K = \frac{A \cdot W}{Q}. \tag{15}$$

K показывает, какая часть теплоты Q превращена двигателем в полезную механическую работу. Весь остаток неиспользованной теплоты Q_0 перешел в окружающую среду, откуда ее уже не удастся извлечь в виде механической работы, пока мы не изобретем perpetuum mobile II рода. Так как разность между теплотой Q, полученной двигателем, и теплотой Q_0, им отданной, перешла в механическую работу $A \cdot W$, то мы можем выразить коэффициент полезного действия и так:

$$K = \frac{Q - Q_0}{Q} = 1 - \frac{Q_0}{Q}. \tag{15a}$$

В упомянутом уже выше исследовании 1824 г. Сади Карно, указывая на громадную роль, которую суждено сыграть в будущем тепловым двигателям, поставил себе задачей выяснить условия, которым должен удовлетворять *идеальный тепловой двигатель*. Коэффициент полезного действия двигателей того времени составлял всего 3%, да и теперь он меньше 30% для паровой машины. Лежит ли причина этого в неудачной конструкции, в выборе водяного пара или в самих свойствах тепловой энергии?

Обратимые процессы. Рассматривая тепловые процессы, можно их разбить на два класса: одни идут сами собой, как например переход тепла от теплого тела к холодному, переход работы в теплоту при трении, это—естественные процессы; другие процессы, наоборот, никогда не происходят сами собой; если их и удается осуществить, то они неизменно сопровождаются одним из процессов первого рода; таковы, например, переход тепла от холодного тела к теплому, переход теплоты в работу, это — процессы искусственные. Каждый из естественных процессов приводит к результатам, которых нельзя вполне восстановить, нельзя тем же путем вернуться к первоначальному состоянию; естественные процессы, следовательно, *необратимы*.

Так например, если температуры двух тел сравнялись, то они не могут быть сделаны тем же способом снова различными; если при трении образовалась теплота, то нельзя за счет этой теплоты снова привести тело в движение; потребовались бы новые источники энергии, чтобы добиться этих результатов. Мы можем представить себе однако переход тепла, протекающий почти обратимо при бесконечно малой разности температур. Достаточно немного повысить температуру одного тела—и оно начнет отдавать тепло; если немного понизить его температуру, оно будет воспринимать тепло. Правда, такой переход тепла будет происходить бесконечно медленно, но если не заботиться о скорости процесса, а только об его результате, то можно себе представить процессы, как угодно близкие к обратимым. Такие процессы и должны иметь место в идеальном двигателе Карно. Если в машине происходит необратимый процесс перехода тепла от горячего тела к холодному, то это невыгодно, так как мы знаем, что при таком переходе часть теплоты могла бы быть превращена в работу. Если при движении поршня в цилиндре паровой машины давление с одной стороны поршня больше, чем с другой, и вследствие этого движение необратимо, то и это невыгодно, так как тот же поршень мог бы совершить и бо́льшую работу, преодолевая большее сопротивление.

Двигатель Карно. Сади Карно показал, что требование обратимости достаточно, чтобы обеспечить наилучший возможный коэффициент полезного действия. Можно показать, что нельзя изобрести двигатель с бо́льшим коэффициентом полезного действия, чем двигатель обратимый, раз мы не допускаем осуществимости perpetuum mobile II рода. В самом деле, положим, что обратимый двигатель Карно, пользуясь источником тепла с температурой T, получает от него тепловую энергию Q; часть этой энергии — теплота Q_0 в результате работы двигателя—отдается окружающей среде с температурой T_0, остальная же часть $Q-Q_0$ превращается в механическую работу W, причем

$$Q-Q_0=AW,$$

а коэффициент полезного действия

$$K=\frac{Q-Q_0}{Q}.$$

Допустим, что осуществлен двигатель с бо́льшим коэффициентом полезного действия, т. е. такой двигатель, который, получая от источника тепла с температурой T те же Q единиц тепла, дает больше работы и меньше тепла Q'_0 рассеивает в среде, так что

$$Q'_0<Q_0;\ Q-Q'_0>Q-Q_0.$$

Двигатель Карно обратим; следовательно все процессы, в нем происходящие, могут итти в обе стороны; мы можем все процессы повести в обратном направлении: вместо получения тепла—отдавать его, вместо получения работы затрачивать ее, другими словами изменить все знаки теплоты и работы на прямо противоположные. Такая обратно действующая машина Карно будет получать из среды Q_0 единиц тепла, добавлять к ним взятую извне работу AW и передавать сумму их $Q_0+AW=Q$ источнику с температурой T. Рассматривая совместное действие предполагаемой более выгодной машины вместе с обратной машиной Карно, мы увидим, что источник тепла получает столько же тепла Q, сколько и отдает. Окружающая среда постоянно теряет теплоту $Q_0-Q'_0$, и столько же производится работы. Повторяя неограниченное число раз эту операцию, мы будем непрерывно превращать теплоту окружающей среды в работу, т. е. действительно осуществим perpetuum mobile II рода. Итак, как бы ни была устроена тепловая машина, она будет идеальной, будет обладать всегда одним и тем же наибольшим возможным коэффициентом полезного действия, если она обратима. Чтобы определить этот коэффициент, можно взять любую обратимую машину. Коэффициент полезного действия зависит исключительно от температуры источника тепла, доставляющего тепловую энергию, и температуры окружающей среды, воспринимающей неиспользованную часть этой энергии. Обозначим абсолютную температуру источника тепла через T, а температуру среды через T_0. Коэффициент полезного действия идеального обратимого двигателя по вычислению оказывается равным

$$K=1-\frac{T_0}{T}. \tag{16}$$

Сравнив ур-ние (16) с (15а), мы можем выразить связь между количествами теплоты и абсолютными температурами источников тепла в виде

$$\frac{Q}{Q_0}=\frac{T}{T_0}. \tag{17}$$

Абсолютная температура. Этим соотношением, одинаково справедливым для всех тел природы и для всех процессов, воспользовался Кельвин для рационального определения абсолютной температуры: отношение абсолютных температур двух тел равно отношению тех количеств тепла, которые одно из них отдает, а другое получает в обратимой машине Карно. Если условиться еще кроме того разность между температурой таяния льда и температурой кипения воды при давлении в 760 *мм* ртутного столба считать равной 100°, то мы получим достаточно данных для точного определения абсолютной температуры, не зависящего от тех или иных свойств случайно избранного термометрического вещества. Эта абсолютная температура близко совпадает с температурой, определенной газовым термометром, и служит для точного определения температуры. Абсолютную температуру измеряют градусами Кельвина $T°$ K или $T°_{абс}$

$$T°\,\mathrm{K}=t°\,\mathrm{C}+273{,}09.$$

К. п. д. паровой машины. Результат, полученный Карно, не только указывает цель, к которой необходимо стремиться, но и определяет пути, ведущие к ней; эти пути заключаются в устранении необратимых процессов теплопроводности и трения, имеющих место в машине. Устранив вполне необратимые процессы, мы достигнем идеала; ослабив их, мы приблизимся к нему. Раз уже произошел необратимый процесс, то нет никакой возможности устранить его последствия; поэтому каждый необратимый процесс вносит ничем не вознаградимое ухудшение в работу двигателя.

Коэффициент полезного действия современных паровых машин и турбин достигает 25%. Между тем, если бы двигатель удовлетворял требованиям Карно, то его коэффициент полезного действия мог бы достигнуть при температуре пара 200° C, т. е. 573° абсолютных, и температуре окружающего воздуха в 15° C, т. е. 288° абсолютных,

$$K=1-\frac{288}{573}=0{,}49=49\%.$$

Если бы в качестве источника тепла использовать непосредственно топочные газы со средней температурой в 800° C или 1073° абсолютных, то коэффициент полезного действия мог бы быть еще значительно выше

$$K = 1 - \frac{288}{1073} = 0{,}73 = 73\%,$$

а само по себе обратимое горение угля могло бы дать 99%.

Падение коэффициента полезного действия с 99% до 73% вызвано необратимостью процесса сжигания угля в топке котла. Уменьшение с 73% до 49% обязано необратимому процессу теплопроводности при передаче тепла от топочных газов к воде, находящейся в котле, а падение от 39% до 20% вызвано теми необратимыми процессами, которыми сопровождается работа самой паровой машины. В двигателях внутреннего сгорания, нефтяных и бензиновых, избегнута передача тепла сквозь стенки котла, так как горение происходит в самом рабочем цилиндре. Кроме того, Дизель повысил в своем двигателе и температуру горения, вводя жидкое топливо в воздух, предварительно нагретый быстрым сжатием до $1000°$ C и этим сделал процесс горения более обратимым. Соответственно с этим, коэффициент полезного действия этих двигателей значительно выше, достигая 50%. Таким образом причина низкого коэффициента полезного действия наших тепловых машин двоякая: первая из них, это — необратимые процессы, которых не удалось избежать при осуществлении машины; это — недостаток конструкции. Но даже если бы нам удалось построить строго обратимую машину идеальной конструкции, коэффициент полезного действия ее не мог бы быть больше той величины, которую дает ур-ние (16); этот предел, зависящий от температуры источника тепла, определяется свойствами самой тепловой энергии и от нашего искусства не зависит.

§ 8. Использование тепловой энергии.

Техническая ценность запаса энергии. Если мы имеем источник тепловой энергии Q при температуре T, то количество механической работы W, которое мы можем из него извлечь, в лучшем случае определится идеальным двигателем Карно, а на самом деле благодаря необратимым процессам будет еще меньше. Коэффициент полезного действия всегда подчинен условию

$$\frac{AW}{Q} \leqslant 1 - \frac{T_0}{T}. \tag{18}$$

Поэтому работа, производимая машиной, будет

$$AW \leqslant Q - T_0 \frac{Q}{T}. \tag{19}$$

Из всего имевшегося в нашем распоряжении запаса тепловой энергии Q превратимой в механическую энергию и поэтому технически ценной может считаться только часть $Q - T_0 \frac{Q}{T}$, остальная же часть $T_0 \frac{Q}{T}$ никакими способами не может быть превращена в работу, это—непревратимая часть, не имеющая технической ценности. Для электрической или механической энергии такого предела не существует. Если электрические или гидравлические двигатели имеют коэффициент полезного действия, меньший единицы (0,8 — 0,9), то только благодаря необратимым в них процессам, т. е. благодаря недостаткам конструкции. Если бы нам удалось избежать в этих машинах трения, нагревания током, нагревания при намагничивании и т. п. необратимых процессов, то при помощи таких машин можно было бы полностью превращать электрическую или потенциальную энергию в механическую работу.

Из ур-ния (19) можно видеть, что тепловая энергия могла бы сделаться полноценной, сравнявшись с электрической, только при двух условиях: 1) когда T — температура источника тепла — равна бесконечности, или же 2) когда T_0 — температура окружающей среды—равна нулю. Оба эти условия для нашей техники недоступны; поэтому тепловая энергия обладает меньшей технической ценностью, чем другие виды энергии, и тем меньшей, чем меньше T. При $T = T_0$ вся энергия становится полностью непревратимой ни в какую другую форму энергии. Это значит, что perpetuum mobile II рода неосуществим, что мы и положили в основание своих рассуждений.

Тепловая техника. Если бы единственной задачей тепловой техники было получение механической работы, то ур-ние (65) давало бы исчерпывающую оценку тепловой энергии. Но в действительности нам необходима не только работа, но и теплота для отопления зданий, для проведения определенных химических реакций; а иногда, наоборот, технической задачей является отнятие тепловой энергии и поддержание низких температур. Во всех случаях, однако ур-ние (19) служит основанием для выбора правильного решения задачи.

Рассмотрим например задачу отопления зданий. Здесь технической задачей является сообщение достаточного количества тепла при температуре около 20° С. Если мы для этой цели сжигаем топливо в топке котла центрального отопления или в печи, то помимо потери части этого тепла через дымовую трубу, мы остальную энергию затрачиваем по назначению; энергии мы теряем немного. Но недостаток заключается в том, что мы затрачиваем энергию весьма высокой технической ценности на задачу, требующую весьма малоценной энергии. Действительно, техническая ценность калории, необходимой для отопления (при 20° С в комнате и 10° С во внешней среде)

$$-1-\frac{T_0}{T}=1-\frac{283}{293}=0{,}034,$$

тогда как горячие газы при 800° С обладают технической ценностью $1-\frac{283}{1073}=0{,}74$. Затратив эту теплоту на отопление, мы уже теряем возможность получить из нее механическую работу.

Гораздо рациональнее использовать для отопительных целей теплоту отработавшего пара. Поступая при 90—100° С в отопительную систему, он обладает уже небольшой технической ценностью около 0,23, и охлаждение его в отопительной системе до 60° С еще дальше понижает его ценность до 0,16. Таким образом использование теплоты отработавшего в паровой машине или паровой турбине пара для отопительных целей несравненно выгоднее, чем сжигание топлива. Поэтому соединение электрической или механической станции с теплофикацией позволяет гораздо выгоднее использовать горючее, чем паровая машина и котел отопления в отдельности.

В тех случаях, когда мы не располагаем отработавшим теплом низкой температуры, можно было бы воспользоваться обратным циклом Карно. В самом деле, представим себе сначала, что мы имеем обратимый двигатель Карно, который получает теплоту при +20° С (температура комнаты) и отдает неиспользованную часть тепла во внешний воздух при −10° С. Такой двигатель давал бы к. п. д.

$$K-\frac{T_1-T_2}{T_1}=\frac{30}{293}\approx 0{,}10,$$

т. е. из каждых 100 *кал*, взятых у источника с температурой в +20° С, возвращал бы внешнему воздуху при —10° С 90 *кал*, а остальные 10 *кал* превращал бы в механическую работу.

Если бы этот двигатель был обратим, то он мог бы изменить знак всех процессов на обратный, т. е. отнимая от внешнего воздуха при —10° С 90 *кал* тепла, добавив к ним 10 *кал* механической работы (которую должен был бы доставлять другой источник, например электромотор), передать 100 *кал* тепла воздуху в комнате при $+20^\circ$ С, что и является задачей отопления. Таким образом, затрачивая всего 10% полноценной электрической энергии, доставляемой от электростанции, мы получили бы возможность сообщать комнате 100% тепла низкой технической ценности, взяв остальные 90% от внешнего воздуха, теплота которого вовсе не имеет технической ценности. На практике пришлось бы пользоваться необратимыми процессами и поэтому соотношения получаются далеко не столь благоприятными, но все же потребовалась бы добавка лишь около 40% электрической энергии для решения задачи отопления. Такой же обратный цикл Карно используется в технике для получения холода в холодильных установках. Двигатель холодильной машины, охлаждая рассол до температуры $-5, -10^\circ$ С, нагревает проточную воду. Затрачивая около 25% работы, он отнимает еще 75% тепла от рассола и передает воде.

Нужно однако помнить, что оценка двигателей и тепловых устройств на основе термодинамики учитывает лишь одну сторону дела—к. п. д. Она совершенно не учитывает времени, которое потребуется на совершение данной работы, не учитывает мощности. Например, наивыгоднейшим с точки зрения одного к. п. д. представляется обратимый двигатель Карно; но он должен функционировать бесконечно медленно. Потребовались бы громадные количества рабочего вещества и громадные машины, чтобы получить хоть сколько-нибудь заметную мощность; а это явно невыгодно. Правильная техническая оценка должна учитывать наряду с к. п. д. и количество материалов, идущих на машину, и простоту конструкции, и ряд других соображений.

Энтропия. Неравенство (19) может быть применено не только к тепловым машинам в узком смысле, но и ко всем вообще явлениям в природе, где мы имеем дело с превращением тепловой энергии в какую-нибудь другую. Не может существовать такого явления, которое превращало бы в работу больше энергии, чем это допускается ур-нием (19), так как существование такого явления сейчас же привело бы нас к возможности более выгодной машины, чем обратимая машина К а р н о, и к perpetuum mobile II рода. Положим, например, что мы имеем запас химической энергии в виде угля и кислорода, которые при соединении выделят некоторую энергию U в виде тепла и механической работы. Если бы мы попытались использовать эту энергию чисто обратимыми процессами, то принуждены были бы получать тепловую энергию Q при какой-нибудь температуре T, а тогда часть энергии $T_0 \dfrac{Q}{T}$

оказалась бы непревратимой. Эта часть состоит из двух множителей: температуры среды T_0 и другого множителя $\frac{Q}{T}$ — количества полученной теплоты, деленного на абсолютную температуру источника. Этот второй множитель, определяемый энергией и температурой самого тела, характеризует непревратимую часть энергии этого тела; он был назван Клаузиусом энтропией (что по-гречески и значит непревратимый); мы обозначим его буквой S

$$S = \frac{Q}{T}. \tag{20}$$

В этом виде определение энтропии недостаточно: не всегда температура источника тепла T будет оставаться постоянной во время процесса.

Для обобщения мы поступим так, как поступали со всеми переменными величинами. Разобьем весь процесс на отдельные бесконечно малые элементы так, чтобы можно было считать, что в течение одного элемента количество тепла dQ получается при неизменной температуре T, и затем просуммируем все отдельные величины $\frac{dQ}{T}$ от начальной температуры T_1 до конечной T_2

$$S_2 - S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}. \tag{20a}$$

Тогда мы получим изменение энтропии тела при переходе из первого состояния при температуре T_1 во второе T_2.

Эта величина не зависит от того, каким путем тело было переведено из первого состояния во второе, лишь бы путь этот был обратим. Поэтому в каждом состоянии тела она имеет вполне определенное значение, как температура, давление, объем, заряд и т. п. Разница ограничивается только тем, что температуру мы можем измерить термометром, давление — манометром, тогда как энтропию приходится вычислять из ур-ния (20а) при помощи одних обратимых процессов.

В частности, если тело после ряда процессов вернулось в исходное состояние, т. е. совершило замкнутый процесс, то и энтропия его снова получила исходное значение $S_2 = S_1$. Если весь этот **замкнутый процесс** состоял из одних **обратимых** переходов, то

$$\int_{T_1}^{T_1} \frac{dQ}{T} = S_2 - S_1 = 0. \tag{20б}$$

Если же хотя бы часть этих процессов была необратима, то алгебраическая сумма количеств тепла, полученных телом, деленная на абсолютную температуру источников, передающих это тепло, не будет равна нулю. Всякий необратимый процесс вызовет возрастание энтропии $S_2 - S_1$, большее, чем $\int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}$. Действительно, если например часть тепла получена телом необратимым процессом трения за счет механической работы W, то энтропия тела возрастет на величину $\frac{A \cdot W}{T}$, тогда как $\int \frac{dQ}{T}$ будет равен нулю, так как тепла извне не получалось и $dQ = 0$. Если тепло Q получалось необратимым путем от источника более высокой температуры T', чем температура тела T, то повышение энтропии тела будет больше, чем $\frac{Q}{T'}$. Для вычисления повышения энтропии нужно было бы взять обратимое получение тепла Q при той же температуре тела T, а для этого и источник тепла должен был бы иметь температуру T, а не T'. Измененне энтропии выразится поэтому

$$S_2 - S_1 = \frac{Q}{T}$$

Очевидно $\frac{Q}{T} > \frac{Q}{T'}$, так как $T' > T$.

Таким образом мы можем утверждать, что для необратимых процессов

$$S_2 - S_1 > \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \tag{21}$$

Если тело совершило з а м к н у т ы й н е о б р а т и м ы й п р о ц е с с, то $S_2 = S_1$, но

$$\int_1^1 \frac{dQ}{T} < 0. \tag{21a}$$

Ур-ния (20), (20а), (20б) служат для определения энтропии и выражают ее свойства при обратимых процессах; ур-ния (21) и (21а) определяют свойства той же энтропии при необратимых процессах. Третьего вида процессов не бывает. Следовательно, мы можем утверждать, что

$$S_2 - S_1 \geqq \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

причем верхний знак неравенства относится к необратимым, знак равенства — к обратимым переходам.

Точно так же для замкнутого процесса мы имеем

$$\int_1^1 \frac{dQ}{T} \leqq 0.$$

Эти свойства энтропии составляют содержание второго начала термодинамики, так же как ур-ния (14а) и (14б) определяющие свойства внутренней энергии, выражают первое начало термодинамики.

Как ур-ния (14а) и (14б), так и ур-ния (20а) и (20б) определяют лишь разность внутренней энергии и энтропии в двух состояниях. Чтобы определить самую энергию или энтропию, приходится избрать некоторое нулевое состояние, в котором мы условно считаем U_0 или S_0 равными нулю, и таким образом определять $U = U - U_0 : S = S - S_0$. Для внутренней энергии выбор нулевого состояния не имеет большого значения. Для энтропии же, как мы увидим, важно знать полное количество энтропии, а не только ее изменение. Эта возможность дается теоремой Нернста, которая утверждает, что энтропия всякого тела при абсолютном нуле равна нулю; поэтому энтропию тела можно определить как сумму количеств тепла, получаемых им при обратимом нагреве его от абсолютного нуля до данной температуры, разделенных каждый раз на соответственную абсолютную температуру тела.

§ 9. Свободная энергия.

Знание энтропии весьма важно, так как оно позволяет оценить качество данного запаса энергии.

Достаточно умножить энтропию на температуру окружающей нас среды, дабы определить непревратимую часть энергии T_0S.

Превратимая или технически ценная часть F общей энергии U равна

$$F = U - T_0S. \tag{22}$$

Для химической энергии угля вычисление дает, что F не менее $98{,}6\%$ всей теплоты горения. Столько работы мы получили бы, если бы наши машины были обратимы.

В тех случаях, когда процессы протекают при постоянной температуре и без изменения объема, величина F определяется изменением свободной энергии тела при данных процессах:

$$F_1 = U - TS. \tag{23}$$

При многих процессах, протекающих в твердых и жидких телах, T и v мало меняются. Поэтому в них превратимая энергия равна изменению свободной. В других случаях к выражению (23) приходится еще присоединить механическую работу, производимую телом; так например, если при процессе изменяется объем v, но остается неизменным давление p, температура же все время остается равной T, наибольшее количество работы определяется выражением

$$F_2 = U - TS + Apv. \tag{23а}$$

Эта величина носит название **термодинамического потенциала** или свободной энергии при постоянном давлении.

Если процесс протекает без изменения энтропии и давления, но с изменением объема, то наибольшая работа определяется тепловым потенциалом

$$T_3 = U + Apv. \tag{23б}$$

Наконец, если при изменении состояния тела не меняются ни энтропия, ни объем, т. е. тело не получает извне тепла и не производит работы расширения, то наибольшая работа определяется внутренней энергией тела или системы тел

$$F_4 = U. \tag{23в}$$

Чтобы определить работу, которую система могла бы произвести при обратимом переходе из начального состояния в конечное, нужно взять разность значений соответственных выражений F_1, F_2, F_3 или F_4 в начальном и конечном состояниях. Каждая из величин, составляющих эти выражения: внутренняя энергия U, температура T, энтропия S, давление p и объем v в каждом данном состоянии имеют определенные значения. Следовательно и выражения F_1, F_2, F_3 и F_4 получают определенные значения.

Вычисленные таким образом количества работы могут быть получены лишь при строго обратимом переходе из начального состояния в конечное, которых в действительности не бывает. При всяком реальном переходе получается всегда меньше работы, чем дает указанное вычисление.

Рассмотрим как частный случай изолированную систему тел, т. е. такую систему, которая включает все участвующие в данном процессе тела. Такая система не получает извне и не отдает ни тепловой, ни механической энергии. Действительно, если бы энергия получалась откуда-либо, то и этот источник энергии следовало бы включить в систему. Поэтому, например, отдельную звезду или всю доступную наблюдению звездную систему нельзя считать изолированной системой, так как путем излучения звезды обмениваются энергией с другими отдаленными звездными мирами.

Закон сохранения энергии утверждает, что сумма энергий всех тел, входящих в изолированную систему, остается неизменной, какие бы процессы в ней ни протекали. При этих условиях и масса системы будет оставаться постоянной.

Что же касается энтропии, то она будет оставаться постоянной только до тех пор, пока процессы в изолированной системе протекают строго обратимо. Всякий необратимый процесс увеличивает энтропию изолированной системы и ни один процесс не может ее уменьшить. Поэтому энтропия изолированной системы непрерывно возрастает.

Пусть, например, в системе происходит необратимый переход количества тепла Q от более теплого тела с температурой T_1 к телу с низшей температурой T_2.

Первое тело потеряет при этом некоторое количество энтропии $S_1 = -\frac{Q}{T_1}$, тогда как второе увеличит свою энтропию на величину $S_2 = \frac{Q}{T_2}$. Так как $T_1 > T_2$, то всегда S_1 по своей абсолютной величине меньше, чем S_2, и следовательно сумма их

$$S_1 + S_2 = -\frac{Q}{T_1} + \frac{Q}{T_2} = Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0.$$

Энтропия увеличилась, хотя энергия и осталась постоянной.

Какое значение имеет возрастание энтропии в изолированной системе, видно из ур-ния (22). Каждое возрастание энтропии на величину S уменьшает на $T_0 S$ ту часть энергии, которую мы могли бы еще превратить в механическую или электрическую. Каждый реальный процесс понижает качество того неизменного запаса энергии, который заключен в данной системе. Окончательным результатом было бы выравнивание всех температур, переход механической, электрической и химической энергий в тепловую. А это означало бы прекращение всех физических и химических процессов в данной системе или ее „тепловую смерть".

Если бы окружающий нас мир можно было рассматривать как изолированную систему и если бы происходящие в нем явления превращения энергии сводились к тем тепловым, механическим и химическим процессам, которые легли в основу всех наших рассуждений, то можно было бы предсказать и вселенной тепловую смерть. Но это предсказание неубедительно потому, что подавляющая часть энергетического запаса заключается в атомных ядрах, к изучению которых мы только сейчас подходим. Мы видели, что все механические и химические явления изменяют не более одной миллиардной части всего запаса энергии атома. Судить по этой миллиардной доле о свойствах и путях развития целого нельзя.

Рассмотрим вместо изолированной системы тел систему, которая может получать извне теплоту, но температура и объем которой заданы. Такая система не производит внешней механической работы. Изменение энергии ее равно полученной извне теплоте

$$U_2 - U_1 = Q;$$

но, с другой стороны, при всяком необратимом процессе получения тепла

$$S_2 - S_1 > \frac{Q}{T}.$$

Подставляя значение Q из первого выражения во второе, получаем

$$U_2 - U_1 < T(S_2 - S_1),$$

или так как $T_1 = T_2 = T$

$$U_2 - T_2 S_2 < U_1 - T_1 S_1, \qquad (24)$$

т. е. при всяком необратимом процессе в такой системе свободная энергия $F_1 = U - TS$ может только уменьшаться. Это позволяет нам предсказать направление тех процессов, которые могут совершаться в системе, температура и объем которой не изменяются. Таково всякое твердое или жидкое тело, связанное с системой большой теплоемкости и определенной температуры. В ней могут происходить только процессы, связанные с уменьшением свободной энергии. В дальнейшем мы будем широко пользоваться этим утверждением.

Точно так же можно убедиться, что в системе с переменным объемом, но неизмененным давлением и температурой свободная энергия при постоянном давлении F_2 уменьшается при всех необратимых процессах и не изменяется при обратимых. Действительно, в этом случае внешняя работа, производимая при изменении объема от v_1 до v_2 при постоянном давлении p равна $p(v_2 - v_1)$; и изменение энергии

$$U_2 - U_1 = Q - Ap(v_2 - v_1),$$

а изменение энтропии

$$S_2 - S_1 > \frac{Q}{T},$$

откуда

$$U_2 - U_1 + Ap(v_2 - v_1) < T(S_2 - S_1)$$

или, так как p и T одинаковы в обоих состояниях,

$$U_2 - T_2S_2 + Ap_2v_2 < U_1 - T_1S_1 + Ap_1v_1. \tag{24a}$$

Когда мы имеем дело с одними твердыми и жидкими телами, изменением их объема и производимой при этом внешней работой можно обычно пренебречь и пользоваться выражением свободной энергии F_1; если же имеются пары или газы, которые расширяются под постоянным внешним давлением и производят при этом значительную внешнюю работу, приходится исходить из величины F_2.

§ 10. Третье начало термодинамики или теорема Нернста.

Мы видели, какое значение имеют энтропия и свободная энергия. Однако определения их, даваемые уравнениями (20a), (23) и (23a), недостаточны для действительного решения задачи. Действительно, положим мы поставили бы себе задачу превращения графита в алмаз. Оба они представляют собой разные твердые формы одного и того же вещества — углерода. Можно бы ожидать, что при тех температурах и давлениях, при которых значение F_2 для графита больше, чем для алмаза, желаемый переход может произойти. Для этого нужно сравнить значения величин

$$F_2 = U - TS + Apv$$

для алмаза и графита.

Изменение энергии $U_2 - U_1$ при переходе из графита в алмаз мы могли бы определить, например, измерив энергию, выделяемую каждым из них при сгорании в углекислоту. Газообразная углекислота, получаемая при сгорании графита и алмаза, совершенно одинакова. Обозначим ее энергию через U_0; первоначальную энергию кислорода, участвующего в процессе горения, — через U_k. Тогда для горения графита мы можем утверждать, что разность энергии в конце и в начале процесса равна выделившейся при этом энергии H_1

$$U_0 - (U_1 + U_k) = H_1.$$

Точно так же для алмаза с его начальной энергией U_2

$$U_0 - (U_2 + U_k) = H_2.$$

Отсюда мы получаем

$$U_2 - U_1 = -(H_2 - H_1).$$

Так как H_2 и H_1 могут быть измерены на опыте, то и величина $U_2 - U_1$ может быть вычислена.

Значительно сложнее стоит вопрос об энтропии. Обратимого перехода графита в алмаз мы осуществить не можем и даже не можем обратимо перевести их в состояние углекислоты. Необходимо вычислить в отдельности значение энтропии алмаза и угля, пользуясь ур-нием (20а). Но это уравнение позволяет только вычислить изменение энтропии при переходе от одной температуры к другой. Мы могли бы принять за исходную температуру например 0° С и вычислить изменение энтропии при нагревании до данной температуры как алмаза, так и графита. Для этого нужно было бы измерить теплоемкости графита C_1 и алмаза C_2. Мы получили бы для графита

$$S_{\text{гр}} = S_1 + \int\limits_{273}^{T} \frac{c_1\, dT}{T}$$

и для алмаза

$$S_{\text{алм}} = S_2 + \int\limits_{273}^{T} \frac{c_2\, dT}{T}.$$

Но это не подвинуло бы нас в решении задачи, пока мы не знаем, насколько энтропия графита при 0° С больше или меньше энтропии S_2 алмаза при той же температуре. Это основное затруднение устраняется следующим утверждением, установленным Вальтером Нернстом (W. Nernst): при абсолютном нуле энтропии разных модификаций того же тела одинаковы. Это утверждение было еще далее расширено Планком: э н т р о п и и в с е х т е л п р и а б с о л ю т н о м н у л е р а в н ы н у л ю:

$$S_0 = 0. \tag{25}$$

Нернст заметил, что для большинства реакций в твердых и жидких телах различие между свободной энергией $F_1 = U - TS$ и внутренней энергией U невелико и быстро уменьшается с понижением температуры. Это указывало, что энтропии всех тел, участвующих в процессах, при низких температурах невелики, и что с приближением к абсолютному нулю разности энтропии исчезают. Путем обобщения этих опытных фактов и проверки вытекающих из указанного обобщения выводов, Нернст пришел к формулировке своего третьего начала термодинамики, выражаемого ур-нием (25). Третье начало, точно так же как и первые два, не знает ни одного исключения и является на ряду с ними наиболее прочным основанием современной физики.

Если мы примем за нулевое состояние температуру абсолютного нуля, то выражения для энтропии графита и алмаза выразятся таким образом:

$$S_{\text{гр}} = \int\limits_0^T \frac{c_1\,dT}{T}; \qquad S_{\text{алм}} = \int\limits_0^T \frac{c_2\,dT}{T}.$$

Задача сводится следовательно к измерению теплоемкостей c_1 и c_2 для всех температур от 0° абс. до T и к суммированию всех значений $\frac{c\,dT}{T}$.

Однако и здесь можно было бы встретиться с неразрешимой трудностью: вблизи абсолютного нуля знаменатель T бесконечно мал и дробь $\frac{c}{T}$ получила бы бесконечно большое значение, если бы само c не было бесконечно малым. В действительности, как показал Нернст, теплоемкость всех тел еще быстрее убывает с приближением к абсолютному нулю, чем сама абсолютная температура. При достаточно низких температурах теплоемкость может быть выражена для всех тел в виде

$$c = aT^3, \tag{26}$$

следовательно $\frac{c}{T} = aT^2$ получает не бесконечно большие, а наоборот, бесконечно малые значения вблизи абсолютного нуля и даже на расстоянии нескольких градусов еще не играет существенной роли. В частности для графита и алмаза значение энтропии остается ничтожным вплоть до 20° абс., т. е. до вполне достижимых температур жидкого водорода.

Только благодаря теореме Нернста, выражаемой ур-нием (25), и свойству теплоемкости убывать до нуля при абсолютном нуле [ур-ние (26)], задача вычисления энтропии становится практически осуществимой. В следующей таблице приведены значения энтропии некоторых тел при 15° С. Значения даны в *кал/град* и относятся к 1 *г* вещества.

Алмаз	0,05	Алюминий	0,25
Графит	0,11	Калий	0,43
Водород	14,72	Железо	0,12
Гелий	7,46	Золото	0,06
Кислород	1,5	Ртуть (жидк.)	0,09
Натрий	0,53	„ (газ)	0,21

Теорема Нернста, носящая название третьего начала термодинамики, может быть выражена в виде принципа недостижимости абсолютного нуля ни одним конечным процессом. Этот принцип не покрывает всего содержания теоремы Нернста, но вытекает из нее, как показал Нернст. Таким образом все три начала могут быть высказаны в аналогичной форме: первое начало утверждает невозможность perpetuum mobile I рода: второе — невозможность perpetuum mobile II рода и третье — невозможность достижения абсолютного нуля температур и следовательно полного превращения тепла в механическую работу.

§ 11. Условия, определяющие равновесие.

Опыт показывает, что всякая предоставленная самой себе система в конце концов достигает некоторого равновесного состояния, в котором она может пребывать затем неограниченное время.

В действительности это состояние не остается неизменным. Отдельные частицы непрерывно меняют свои положения и скорости. В одних местах происходят скопления частиц, в других разрежение. Эти молекулярные процессы мы разберем позже. При суммарном рассмотрении больших масс мы не замечаем внутреннего механизма явлений, а видим лишь его внешние проявления. Все изложение настоящего тома имеет дело только со свойствами больших масс и не рассматривает обусловливающего их механизма. Установленные нами законы превращения энергии позволяют указать те условия, при которых достигается равновесие.

Механическое равновесие. Проще всего находится решение указанной задачи в том случае, когда мы имеем дело с явлениями чисто механическими. Здесь возможны переходы потенциальной энергии в кинетическую и обратно. Но в состоянии равновесия тело неподвижно и поэтому может обладать только потенциальной энергией. Для того чтобы тело вышло из положения равновесия и начало двигаться, приобретая кинетическую энергию, оно должно затрачивать потенциальную энергию. Поэтому движение из состояния покоя может начаться только в том направлении, в котором убывает потенциальная энергия. Если же положение тела таково, что ни одно из возможных для него движений не уменьшает его потенциальной энергии, то ни одно из этих движений и не может само собою возникнуть, и это положение поэтому может быть положением р а в н о в е с и я тела.

Этого условия однако недостаточно для действительного физического равновесия тела. Ни одно тело в природе нельзя настолько изолировать от внешних влияний, чтобы оно оставалось вполне неподвижным даже в положении равновесия; всякое тело подвержено более или менее сильным воздействиям, толчкам, вызванным хотя бы уже тепловым движением среды. Поэтому нас интересует не столько поведение тела совершенно изолированного, сколько реального тела, подверженного случайным, хотя и небольшим, внешним воздействиям. Если в положении равновесия потенциальная энергия меньше, чем во всяком другом положении, которое тело может принять под влиянием случайных толчков, то, будучи раз выведено из положения равновесия, тело получит возможность двигаться только по направлению к первоначальному положению равновесия, к которому и вернется после большего или меньшего числа затухающих колебаний. Такое равновесие носит название устойчивого.

Если же в положении равновесия потенциальная энергия больше, чем в соседних, то телу открывается возможность двигаться, уменьшая свою потенциальную энергию, удаляться от положения равновесия. Тело, будучи раз выведено из такого равновесия, все дальше и дальше от него удаляется, пока не достигнет иного положения устойчивого равновесия. Равновесие, которое нарушается при всяком отклонении, — а такие отклонения неизбежны, — носит название неустойчивого. Физически сохранение телом неустойчивого равновесия невозможно.

Наконец, если потенциальная энергия одинакова во всех возможных для тела положениях, то мы имеем случай безразличного равновесия, когда тело не стремится вернуться к исходному положению, но и не стремится удалиться от него.

Обращаясь к одним только устойчивым равновесиям, мы должны будем различать их еще по степени устойчивости. Возможно, например, что тело обладает меньшей энергией, чем в соседних положениях, и следовательно находится в устойчивом равновесии по отношению к слабым случайным толчкам, но стоит перейти некоторый предел отклонения, и тело уже не вернется в первоначальное состояние, а будет стремиться к новому, в котором его энергия еще меньше, чем в первоначальном. Таково, например, равновесие карандаша, поставленного на основание: оно устойчиво, пока отклонения не достигают угла, приводящего центр тяжести его на одну вертикаль с ребром основания, но карандаш упадет, перейдя в новое, более устойчивое, горизонтальное положение равновесия, как только мы перейдем этот предел. Чем бо́льшие отклонения необходимы для того, чтобы нарушить равновесие, тем устойчивее оно, тем меньше шансов, что оно будет нарушено случайно.

Различные случаи равновесия можно иллюстрировать рис. 42, на котором по оси ординат нанесена потенциальная энергия P, а по оси абсцисс величина X, определяющая положение тела. В точках D, E, F тело будет в неустойчивом равновесии; в точках A, B, C — в устойчивом, причем наиболее устойчивым будет положение, определяемое точкой A.

Общие условия равновесия. По аналогии с условиями механического равновесия мы можем формулировать условия равновесия в более общем смысле, когда в системе возможны кроме механических и тепловые, и электрические, и иные процессы. Мы видели, что всякий процесс, протекающий в природе, неизбежно сопровождается понижением той части энергии, которая может быть технически использована и превращена в полезную работу. Если ни при одном переходе в какое-либо соседнее состояние количество технически ценной или свободной энергии не уменьшится, то ни один такой переход сам собою произойти не может, и система находится, следовательно, в равновесии.

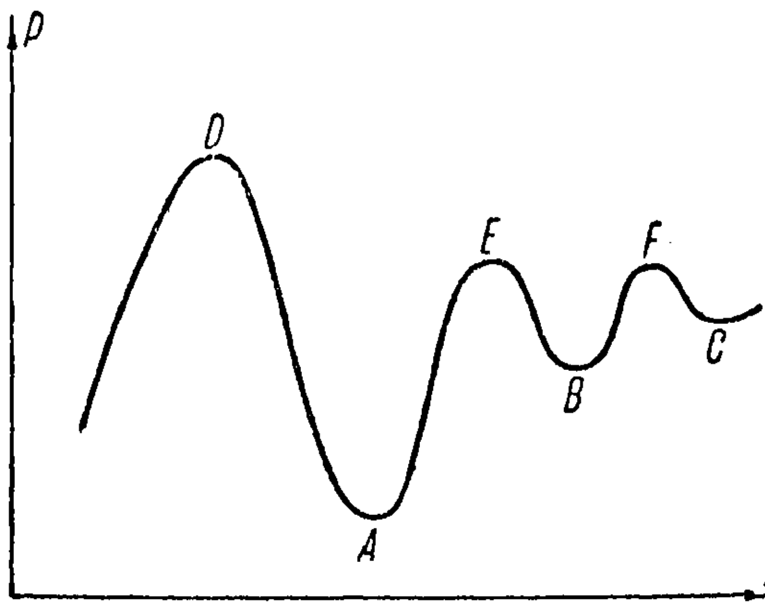


Рис. 42.

Если мы имеем дело с изолированной системой тел, то равновесие наступит тогда, когда энтропия ни при одном процессе не может возрастать. Если система не изолирована, но связана с окружающей средой так, что температура и объем ее не изменяются, то равновесие наступит при условии, что свободная энергия F_1 не может уменьшаться ни при каких процессах в этой системе. При постоянных давлении и температуре тоже можно утверждать о величине F_2 и т. д.

Так как, однако, система подвержена случайным внешним воздействиям, которые выводят ее постоянно из положения равновесия, то и здесь, как и в случае механического равновесия, мы должны различать: 1) устойчивое равновесие, при котором свободная энергия имеет наименьшее из всех значений, которые она может получить, переходя в какое-нибудь соседнее положение, и 2) неустойчивое, — когда свободная энергия в данном состоянии наибольшая. При устойчивом равновесии система, будучи раз выведена из него, сама собою возвращается в первоначальное состояние; при неустойчивом, наоборот, удаляется от него в том направлении, при котором уменьшается свободная энергия.

Наконец свободная энергия при небольших изменениях может быть в данном состоянии меньше, чем во всех соседних, но при значительных изменениях система получает возможность перейти в новое состояние с еще меньшей свободной энергией; такое менее устойчивое равновесие мы называем относительным или **метаустойчивым**, а абсолютно устойчивым такое, при котором свободная энергия не только меньше, чем в соседних, но и меньше, чем в каких бы то ни было других состояниях, которые могла бы принять система. Тот же рис. 42 мог бы определить условия равновесия, если бы по оси ординат вместо потенциальной энергии нанести свободную, а по оси абсцисс — каждую из величин, определяющих состояние тела. Если при любых изменениях, происходящих с телом в состоянии A, энергия меньше, чем во всех других, то A есть абсолютно устойчивое состояние равновесия, а B и C метаустойчивые равновесия.

Итак, установив, что всякий переход энергии уменьшает запас свободной энергии участвовавших в этом переходе тел, мы получаем возможность следующим образом формулировать условия, при которых достигнуто будет равновесие в системе тел, поставленной в условия определенной температуры и объема. **Система находится в устойчивом равновесии, когда свободная энергия ее меньше, чем во всяком другом состоянии, в которое она могла бы перейти при данных условиях.** Для того чтобы предсказать то направление, в котором будет изменяться предоставленная самой себе система, и то состояние, которого она должна в результате достигнуть, достаточно уметь вычислить аналитически или графически свободную энергию системы в любом состоянии. Состояние, отвечающее минимуму свободной энергии, и есть состояние устойчивого равновесия. Во многих случаях такое вычисление может быть действительно выполнено, и в этих случаях мы имеем полное решение поставленной задачи.

Нетрудно убедиться, что рассмотренное вначале механическое равновесие представляет собою частный случай общих условий равновесия. Действительно, если система находится в покое и в ней никаких других процессов, кроме механических, не происходит, то свободная энергия ее определяется запасом потенциальной энергии, и устойчивое равновесие должно наступить при минимуме потенциальной энергии.

Все три начала термодинамики определяют лишь условия равновесия. Они ничего не говорят о скорости, с которой будет достигаться равновесие. Скорости процессов не вытекают из изложенных рассуждений. В частности, обратимые процессы, которыми мы широко пользовались для определения энтропии, протекают бесконечно медленно. Можно только сказать, что чем дальше свободная энергия от своего минимального значения, тем быстрее пойдет при всех прочих равных условиях данный процесс. Но скорость зависит и от иных факторов, кроме свободной энергии. Поэтому тела могут долго находиться в состояниях, далеких от равновесия.

§ 12. Источники энергии.

Исходным источником энергии для всей нашей техники является солнечная энергия. Лучистая энергия солнца на границах земной атмосферы дает свыше 1 киловатта на квадратный метр поверхности, перпендикулярной к солнечным лучам. Таким образом на поверхность земного шара при радиусе его в $r = 6 \cdot 10^6$ *м* приходится $\pi r^2 = 10^{14}$ киловатт, в тысячи раз больше того, что человечество потребляет. Часть этой энергии идет на поддержание температуры земли и атмосферы, покрывая расход тепла на лучеиспускание земли. Часть фиксируется зелеными листьями растений, разлагающими углекислоту на кислород и углерод и отлагающими последний в стволе и ветвях растения. Уголь, торф и дрова при сгорании в углекислоту снова освобождают эту энергию. В других случаях мы пользуемся той же энергией непосредственно от растений (дрова) или от питающихся ими животных. Наконец небольшая часть солнечной энергии идет на создание энергии наших гидростанций и на энергию ветряных двигателей.

Температура поверхности солнца около 6000° абс. При идеальном обратимом использовании этой энергии мы могли бы получить к. п. д. $\left(1 - \frac{T_0}{6000}\right) \approx 0{,}95$, до 95% солнечной энергии могло бы быть превращено в механическую или электрическую энергию. Большинство растений, растущих на ярком солнце, использует, однако, не больше 1% поглощаемой ими солнечной энергии, и только растущие на больших глубинах в слабо освещенных водах красные водоросли доводят к. п. д. до 20%.

Химическая энергия угля, которая получается в результате превращения солнечной энергии хлорофилом зеленых листьев, сама по себе обладает весьма высокой технической ценностью. Из всей теплоты сгорания угля (около 8000 *кал*/1 *кг*), свыше 98,6%, т. е. 7900 *кал*, могли бы быть получены в виде механической работы при обратимом соединении углерода с кислородом в углекислоту. Одним из приемов осуществления такой обратимой реакции мог бы явиться гальванический элемент с углем в качестве окисляющегося электрода. Для многих реакций такие элементы удалось создать, но для угля этого до сих пор не удавалось. Мы уже рассмотрели, как необратимые процессы горения, теплопередачи, трения и др. понижают к. п. д. в 4 и 5 раз. Прогресс техники здесь заключался в постепенном устранении и ослаблении необратимых процессов в тепловых двигателях и в комбинировании производства электрической энергии и тепла. Вследствие этого к. п. д. возрос с 3% во времена Карно до 25%, а использование тепла в теплоэлектроцентралях — до 60%.

Десятки миллионов киловатт получаются из водной энергии. И эта энергия обязана солнечным лучам, испаряющим воду, переносящим облака на большой высоте и доставляющим таким образом воду в верховья рек. На испарение каждого килограмма воды требуется около 600 *кал*. Если этот килограмм в гидроустановке протекает под напором в 100 *м*, то он дает 100 *кг* или $^1/_4$ *кал* работы.

Таким образом использование солнечной энергии в гидроустановках ничтожное, хотя использование энергии воды превышает 90%. Кроме того главная часть дождя выпадает в местностях, где возможность использования еще гораздо меньше.

Энергия ветра также получается за счет неравномерного нагревания солнцем различных мест на поверхности земли. Но и здесь в энергию ветра превращается лишь ничтожная часть солнечной энергии. Непостоянство этого вида энергии во времени и недостаточная ее концентрация в пространстве постепенно сократили ее использование (исчезновение парусных судов и ветряных мельниц). Но способы превращения энергии ветра и конструкции ветряных двигателей за последнее время значительно усовершенствованы в связи с вопросами авиации, так что ветряные двигатели могут снова получить применение в определенных случаях.

Разность температур, существующая в природе, могла бы быть использована для технических целей, и в частности для получения работы.

Имеются попытки построения машин, работающих на разности температур между глубокими и поверхностными слоями воды в океане, между водой в северных реках и холодным воздухом.

Возможный к. п. д. определяется в первом случае 5%, во втором 10%, но практически такие установки не изучены.

Так же мало использованы разные пути прямого использования солнечной энергии (гелиотехника). Ящики, устроенные на подобие парников, могут создавать температуры до 100° C и выше. Концентрируя солнечные лучи зеркалами, можно получать и температуры выше 1000° C. Но использование этих возможностей как для тепловых целей, так и для создания механической энергии еще находится в стадии опытов.

Солнечный свет, поглощаясь поверхностными слоями определенных веществ, может создавать непосредственно электрическую энергию (фотоэлектричество). Хотя теоретически к. п. д. фотоэлектричества мог бы достигать 10%, но на практике он далеко еще не достигает и 1%, и поэтому не может еще быть использован для преобразования солнечной энергии.

Наконец для тех громадных запасов энергии, которые проявляются в виде массы в каждом веществе, не только не существует применения, но и не видно путей их использования в будущем. Только за последние годы изучение атомного ядра начало нас знакомить со свойствами этой энергии. Приведет ли это изучение к техническому использованию, сказать еще нельзя.

ГЛАВА III.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА.

§ 1. Основные факты и представления.

Учение об электрических явлениях занимает центральное место в современной физике, так как действиями электрических сил мы объясняем почти все явления природы, даже такие, которые на первый взгляд ничего электрического в себе не заключают, как например явления упругости в твердых и жидких телах, химические реакции, световые явления и т. п. Строение всех окружающих нас тел мы сводим к электрическим зарядам, а все междуатомные и внутриатомные явления объясняем взаимодействием этих зарядов.

Мы знаем, какую большую и все растущую роль играет электричество в технике, начиная с освещения, трамваев и двигателей и кончая передачей энергии, проволочной и радиосвязью. Наконец и в природе мы встречаемся с мощными проявлениями электрических сил — гром и молния, северные сияния, космические лучи.

Открытие электричества. Однако наш организм лишен специального органа для ощущения электрических явлений, подобного органам зрения, слуха, обоняния, осязания, теплового чувства. Об электрических явлениях нам приходится судить по их внешним проявлениям. Поэтому учение об электричестве развилось сравнительно поздно. Открытию электричества мы обязаны греческим ткачихам, которые заметили, что волоски пряжи притягиваются к натертым янтарным предметам. Много столетий это свойство связывалось с янтарем, от которого и получило свое название (по-гречески янтарь — электрон). Только около 1600 г. английский врач Гильберт показал, что и ряд других веществ — стекло, сера, смола — обладают такими же свойствами: если их потереть, они начинают притягивать легкие тела. Другие вещества — металлы и все влажные тела, — по наблюдениям Гильберта, не электризуются. Спустя сто лет (в 1729 г.) Грей дал, однако, другое толкование наблюдениям Гильберта: и металлы электризуются при трении, но вдоль них электричество способно распространяться. Когда мы держим в руке натертую металлическую палку, то электризация, вызванная трением, распределяется по всему стержню и по всему нашему телу (заключающему в себе влагу), а иногда и по полу и стенам комнаты. Неудивительно поэтому, что электризация проявляется гораздо слабее, чем на янтаре, где она остается сконцентрированной на натертом месте. Тела отличаются не по своей способности электризоваться, а по своей способности проводить электричество. Их можно разделить на два класса: проводники и изоляторы. Если металл насадить на изолирующую ручку, то и его электризация дальше не распространяется, и металл остается наэлектризованным.

Опыты Дюфея, произведенные вскоре после наблюдений Грея, около 1735 г., привели к установлению двух родов электричества: одного, образующегося при трении сукна о стекло, и другого — о смолу. Одинаково наэлектризованные тела отталкивают друг друга; тела, наэлектризованные разными электричествами, притягиваются. Однако связывать эти два рода электричества со свойствами стекла и смолы нельзя, так как вскоре выяснилось, что род электричества, появляющийся при трении, зависит не только от того тела, которое натирается, но и от того, чем его трут. Так как действия двух родов электричества противоположны друг другу, то их удобнее всего было назвать положительным и отрицательным. При этом совершенно случайно электричество, появляющееся при трении сукном стекла, названо было положительным, а электризация смолы или эбонита — отрицательной. Этот выбор, как мы потом увидим, оказался не очень удачным, однако он сохранился и до настоящего времени.

Если стекло при трении его сукном электризуется положительно, то самое сукно при этом такой же силой электризуется отрицательно. При трении эбонита отрицательное электричество оказывается на эбоните, сукно же получает положительный заряд. Трение никогда не создает электричества одного знака, а только разделяет противоположные заряды между обоими трущимися телами. Когда эти противоположные заряды снова соединяются в одном теле, их действия взаимно уничтожаются, и всякие электрические свойства исчезают.

Объяснение электричества. Что является причиной электризации тела? В согласии с существовавшими в XVIII веке представлениями, электрические явления объяснялись электрической жидкостью — невесомой, так как электризация тела не меняет его веса.

В середине XVIII века Франклин объяснял электрические явления притяжения и отталкивания при помощи одного только рода электричества, приписав частицам электрической жидкости свойство взаимно отталкивать друг друга и притягиваться к материальным телам.

При соприкосновении двух тел электрическая жидкость втягивается тем телом, связь которого с электричеством сильнее. Это тело получает избыток положительного электричества; другое же, потерявшее часть своего нормального запаса электричества, мы считаем наэлектризованным отрицательно. Тело, обладающее избытком электрической жидкости (положительное), притягивает к себе как нейтральное, так и отрицательно наэлектризованные тела (с недостатком электрической жидкости) вследствие притяжения электрической жидкости к материи. Если в обоих телах имеется избыток или в обоих недостаток электричества, то отталкивание электрических жидкостей преобладает; поэтому, по мнению Франклина, одноименно заряженные тела отталкиваются.

Еще удобнее объяснять электрические явления, приняв, как это сделал вскоре после Франклина Симмер, что существуют две противоположные электрические жидкости — положительная и отрицательная, имеющиеся в каждом теле. Избыток одной вызывает положительную электризацию, избыток другой — отрицательную. В равных количествах действия обоих электричеств уничтожают друг друга, и тело становится нейтральным.

Электрический заряд. На какую бы точку зрения мы ни стали, необходимо количественно измерить ту причину, которая электризует тело. Об этой причине, которую мы назовем электрическим зарядом (не предполагая непременно, что это какая-то жидкость), мы можем судить по ее проявлениям, по тем силам взаимного притяжения и отталкивания, которые можно наблюдать. Изучением этих сил занялся в конце XVIII века Кулон. Так как силы эти очень малы, Кулону пришлось прибегнуть к достаточно чувствительному прибору — к крутильным весам, которые были применены также Кэвендишем для измерения всемирного тяготения между двумя шарами. К верхней крышке прибора на тонкой серебряной нити подвешена была горизонтальная шеллаковая палочка, на одном конце которой находился позолоченный шарик из бузиинной сердцевины. Против этого шарика неподвижно закреплен такой же металлический шарик. Между двумя шариками появляются силы отталкивания или притяжения, когда они заряжаются. О величине этих сил можно судить по тому закручиванию упругой серебряной нити, которое необходимо, чтобы преодолеть силу притяжения или отталкивания шариков.

Закон Кулона. Кулон установил, что как бы ни были заряжены шарики, сила взаимодействия между ними убывает с их удалением друг от друга обратно пропорционально квадрату расстояния между их центрами. При данном расстоянии сила зависит от степени электризации шариков. Чтобы судить об этой степени электризации, мы можем поступить следующим образом: опыт показывает, что при соприкосновении заряженного металлического шарика с таким же по размерам незаряженным, электричество распределяется между обоими шариками, которые оказываются одинаково наэлектризованными. Мы можем поэтому утверждать, что прежний заряд распределился поровну между ними, так что заряд первого шарика стал в два раза меньше. Оказывается, что и силы притяжения или отталкивания, вызванные этим шариком, становятся также в два раза меньше. То же самое происходит, когда вдвое уменьшается заряд другого подвижного шарика. Систематическое изучение подобных опытов привело Кулона к утверждению, что электрическая сила отталкивания или притяжения прямо пропорциональна величине заряда каждого из шариков.

Единица электричества. Между двумя заряженными шариками действует сила, прямо пропорциональная как заряду одного, так и другого шарика и обратно пропорциональная квадрату расстояния между их центрами. От материала, из которого сделаны шарики, и от их размеров эти силы не зависят. Если бы мы умели измерять заряды шариков, то могли бы подсчитать силы взаимодействия между ними. Но можно поступить и наоборот: по силе взаимодействия судить о заряде. Для этого нужно установить единицы, в которых мы будет измерять как силу f, так и заряды e_1 и e_2.

Закон Кулона утверждает, что на расстоянии r между шариками сила f будет пропорциональна величине $\frac{e_1 e_2}{r^2}$. Если выбрать для зарядов мелкие единицы, то заряды e_1 и e_2 выразятся большими числами; если, наоборот, единица заряда крупная, то e_1 и e_2 будут малыми числами. Сила же f, конечно, не зависит от того, какую единицу мы выбрали для измерения зарядов. Так как мы еще вполне свободны в выборе этих единиц, то можно их выбрать наиболее удобным образом: чтобы выраженная в этих единицах величина $\frac{e_1 e_2}{r^2}$ была бы не только пропорциональна, но и численно равна величине силы, выраженной в динах. Такую единицу электрического заряда мы называем абсолютной электростатической единицей электричества.

Если измерять заряды в этих единицах, то закон Кулона принимает вид

$$f = \frac{e_1 e_2}{r^2}. \tag{1}$$

Электростатической единицей электрического заряда мы называем такое его количество, которое на равное ему количество, находящееся на расстоянии в 1 *см*, действует с силой, равной одной дине. Заметим, что опыты Кулона производились в воздухе и что определение единицы заряда было бы абсолютно точным в полной пустоте. Сила f действует по прямой, соединяющей центры зарядов. Она отталкивает заряды друг от друга, когда эти заряды имеют одинаковый знак (оба положительные или оба отрицательные). Когда знаки зарядов противоположны, то сила f есть сила притяжения. В первом случае в правой части ур-ния (1) мы имеем знак $+$, соответствующий таким образом силе отталкивания; во втором знак $-$, соответствующий притяжению. Вспомнив, что сила, это — вектор, мы можем рассматривать ур-ние (1) как общее выражение закона Кулона, дающее силу отталкивания; если эта сила получает знак $-$, то она притягивает заряды друг к другу.

Самый электрический заряд представляет собой скаляр, не имеющий определенного направления в пространстве и характеризуемый численным значением — положительным или отрицательным.

Сохранение количества электричества. Закон Кулона открывает возможность численно измерять заряды, образующиеся как при трении или соприкосновении двух тел, так и во всех других случаях. Фарадей показал, что нет ни одного явления, при котором создавался бы или исчезал заряд одного знака; всегда происходит только то или иное распределение зарядов между различными телами. При соприкосновении заряженного и незаряженного тела заряд, не изменяясь в сумме, распределяется между соприкасающимися телами. При трении одно тело приобретает положительный, другое — отрицательный заряд, но так, что алгебраическая сумма зарядов до и после опыта остается неизменной. Это — закон сохранения электрического заряда, напоминающий собой закон сохранения количества вещества. Электрический заряд мы можем поэтому с полным правом назвать количеством электричества. Закон сохранения количества электричества — один из основных законов физики, не знающий исключения

Заметим, что закон сохранения количества вещества сводится к постоянству количества электричества, так как всякое вещество есть совокупность электрических зарядов. Если бы мы количество вещества определяли по массе или весу, то, строго говоря, не нашли бы полного постоянства. При изменении энергии, масса тела должна измениться на величину $\frac{u}{c^2}$. Материей мы считаем электрический заряд или количество электричества, из которого и построены все материальные тела. Масса же тела определяется запасом энергии, которым обладают составляющие его заряды. Если всякую энергию выражать через соответствующую ей массу $m = \frac{u}{c^2}$, то закон сохранения массы сводится к закону сохранения энергии.

Теория близкодействия. Рассматривая электрические силы, мы предполагали, что они действуют между двумя зарядами непосредственно через отделяющее их расстояние. Представить себе такие силы трудно. Нам гораздо легче было бы представить себе действие, постепенно передающееся от одного тела к другому через посредство связывающей их промежуточной среды. Фарадей действительно показал, что среда влияет на величину электрических сил взаимодействия и что она, следовательно, принимает какое-то участие в передаче этих сил. Впоследствии удалось показать, что электрические силы не проявляются мгновенно вокруг заряженного тела, а распространяются во все стороны от него с некоторой очень большой, правда, но конечной скоростью, равной скорости света $c = 3 \cdot 10^{10}\ \frac{см}{сек}$, что еще нагляднее показывает влияние промежуточной среды на передачу электрических взаимодействий.

Фарадей поэтому считал причиной электрических явлений не самые заряды, а окружающую их среду, или, точнее, те изменения, которые заряды производят в среде. Эти изменения сказываются в том, что вокруг заряженного тела всякий внесенный туда заряд испытывает силу притяжения или отталкивания, которой не было, пока не существовало заряженного тела. Это изменение распространяется во все стороны со скоростью света, так что заряд, находящийся на расстоянии r, почувствует притяжение или отталкивание только через время $t = \frac{r}{c}$. Так например, электрическое явление, происшедшее на солнце, только через 8 минут вызовет электрические силы на земле.

Эфир. Среда, в которой распространяются электрические явления, не должна быть непременно материальной: электрические силы наблюдаются и в полной пустоте и распространяются через безвоздушные пространства (как например между солнцем или звездами и землей). Той средой, которая, по мнению Фарадея, распространяет электрические явления, является всепроникающий и всезаполняющий мировой эфир. Заряд изменяет окружающий его эфир, вызывая в нем деформацию, смещение, которое, переходя от участка к участку со скоростью света, передается во все более отдаленные части пространства.

Электрическое поле. Все таким образом измененное пространство образует электрическое поле, в котором наблюдаются электрические силы, как только мы внесем туда электрический заряд. Аналогичные изменения вносит в окружающее пространство намагниченное тело, образуя магнитное поле.

По мнению Фарадея, которое было затем облечено в математическую форму Максвеллом, причиной всех электрических и магнитных явлений являются электрические и магнитные поля, т. е. те изменения, которые вызваны в эфире. Свойства эфира в разных телах различны. Поэтому и все электрические силы изменяются с изменением среды. В частности, сила взаимодействия между двумя зарядами, которая в пустоте выражается законом Кулона (ур-ние 1), изменяется, а именно уменьшается в некоторое число ε раз, когда те же заряды помещены в иную среду:

$$f = \frac{e_1 e_2}{\varepsilon r^2}. \qquad (2)$$

Для каждого вещества величина ε имеет определенное значение и называется его **диэлектрической постоянной.** Для парафина $\varepsilon = 2$, для различных сортов стекла 6—10, для воды 81.

Теория электромагнитного поля Фарадея—Максвелла получила подтверждение и широкое распространение, когда Герцу удалось в 1888 г. осуществить электромагнитные волны (послужившие началом современной радиотехники). В электромагнитных волнах мы наблюдаем совершенно наглядно распространение в пространстве электрических и магнитных полей. Эти же опыты вместе с рядом других подтвердили утверждение Максвелла, что и свет есть не что иное, как распространяющиеся в пространстве электрические и магнитные поля, весьма быстро меняющиеся во времени.

Электронная теория. Успехи теории Фарадея—Максвелла сосредоточили все внимание исследователей на изучении электрических и магнитных полей. Не следует, однако, забывать, что самое электрическое поле создается зарядом и может действовать тоже только на электрический заряд. Если признать существование электрического поля, то необходимо изучить и источник, создающий это поле, т. е. электрический заряд.

Исследования Дж. Дж. Томсона в 1890-х годах, и в особенности ряд работ, последовавших за открытием в 1895 г. рентгеновых лучей, показали, что электрические заряды встречаются в природе в виде очень малых, но определенных порций, всегда одинаковых,—равных по современным данным $4{,}774 \cdot 10^{-10}$ абсолютных электростатических единиц электричества. Отрицательные ряды такой величины, которые раньше всего удалось изучить, получили название электронов.

Лоренцу принадлежит заслуга создания электронной теории, объединившей теорию электрического поля Фарадея—Максвелла с изучением самих электрических зарядов, создающих это поле. Теория Лоренца не предполагает, что эфир в различных телах различен; наоборот, Лоренц принимает, что эфир везде один и тот же, а ослабление электрических сил внутри данного вещества в ε раз (ур-ние 2) вызвано только смещением тех электрических зарядов, которые заключаются в каждом атоме тела.

Масса электрона. В 1902 г. Абрагам пришел к заключению, что движущийся электрический заряд должен обладать такой же инерцией, как и весомая материя, и вести себя по отношению к законам механики так, как будто бы он обладал некоторой массой, которую Абрагам назвал кажущейся. Эта масса, впрочем, не вполне постоянна: она зависит от скорости движения и сильно возрастает в тех случаях, когда скорость эта близка к скорости света. Изучение на опыте этой зависимости показало, что электроны никакой другой массы кроме кажущейся, вызванной их зарядом, не имеют.

Теория относительности, построенная Эйнштейном в развитие теории Лоренца, привела нас к представлению, что и всякая другая масса, как и масса всех окружающих нас тел, есть проявление находящейся в них электромагнитной энергии. Масса каждого тела должна зависеть от скорости, но эта зависимость крайне ничтожна при обычно изучаемых в механике скоростях. Поэтому мы до сих пор считали, что масса тела постоянна. Когда же удается наблюдать очень большие скорости, близкие к скорости света, то можно заметить, что масса тела тем больше, чем ближе его скорость к скорости света, и стала бы бесконечной, если бы нам удалось достигнуть скорости света (скорость света потому и недостижима для материального тела, что она потребовала бы бесконечно больших сил, чтобы ускорить бесконечно большую массу). О массе мы можем судить по двум признакам: по ускорению, которое сообщает телу данная сила, и по силе тяготения, по весу тела. Теория относительности утверждает, что и то и другое определяется энергией, которой обладают заряды, составляющие данное тело.

Таким образом даже чисто механические явления и понятия определяются электрическими причинами. В частности, электрическая теория дает вполне определенное представление о массе и правильно определяет ее величину и свойства, в то время как в механике масса вводится как некоторое первичное понятие, и ее изменение остается непонятным. Механику приходится рассматривать как частный случай учения об электричестве.

Нельзя, наоборот, сводить электрические явления к механическим свойствам эфира, как поступали в конце XIX века.

В теории относительности самое понятие об эфире как о некоторой среде, напоминающей по своим свойствам обычные упругие тела, потеряло свое реальное содержание и выражает только свойства окружающего нас пространства.

Учение об электрических явлениях. Согласно тем представлениям, которые мы считаем в данное время наиболее правильными, мы изберем следующий путь для изучения электрических явлений. Сначала изучим электрическое и магнитное поле, а затем их источники — электрические заряды — и рассмотрим взаимодействие зарядов, передаваемое через посредство электрических и магнитных полей. Электрическое и магнитное поле мы однако будем сначала рассматривать независимо друг от друга. Действительно, вокруг неподвижного заряженного тела существует электрическое поле, проявляющееся в притяжении или отталкивании всякого заряда, внесенного в это поле. Но в нем не наблюдается ни малейших магнитных действий. Вокруг неподвижного намагниченного тела существует магнитное поле, проявляющееся в притяжении, отталкивании и повороте магнитов, но никаких следов электрических сил нет.

Только в дальнейшем мы увидим, что существует все же связь между электрическими и магнитными полями, находящимися в движении. Это — область электромагнитных явлений, которая приведет нас к установлению основных законов учения об электричестве.

В следующей книге мы рассмотрим часто-переменные поля и колебательные явления вообще. А в третьем томе перейдем к изучению электрических зарядов, к строению и свойствам образующихся из них атомов и молекул. Наконец, четвертый том излагает различные проявления электрических и магнитных явлений в газообразных, жидких и твердых телах. Поэтому в настоящем томе даются лишь предварительные данные о механизме электрических и магнитных явлений, и все внимание сосредоточивается на изучении законов этих явлений.

§ 2. Электрическое поле.

Мы представляем себе, что среда, окружающая заряженное тело, изменена каким-то образом, создавая электрическое поле. Однако самой этой среды мы не знаем (электрическое поле может существовать в полной пустоте) и не видим ее изменения. Единственный признак, по которому мы судим о существовании поля, это— силы притяжения или отталкивания, которые испытывает заряженное тело, попавшее в такое поле. Естественно поэтому, что для описания и измерения поля мы воспользуемся этими силами. Эти силы, по закону Кулона, зависят как от того заряда, который создал вокруг себя поле, так и от знака и величины внесенного в это поле для его изучения второго заряда. Чтобы сравнивать между собою различные электрические поля, мы будем вносить в них всегда один и тот же пробный заряд и именно единицу положительного электричества. Силу, которая в данной точке поля действует на единицу положительного электричества, мы назовем напряжением или силой электрического поля. Эту величину мы будем в дальнейшем обозначать буквой E. Если сила, действующая на единицу положительного заряда измерена в динах, то напряжение E измеряется в абсолютных единицах. Если мы имеем заряд e, сосредоточенный в некоторой точке или шарике, то напряжение электрического поля на расстоянии r от этого заряда будет равно в пустоте:

$$E = \frac{e}{r^2}, \qquad E = \frac{F}{e}. \tag{3}$$

или в среде с диэлектрической постоянной ε

$$E = \frac{e}{\varepsilon r^2}. \tag{4}$$

Напряжение поля есть вектор, имеющий направление силы, действующей на заряд $(+1)$. Если в то место поля, где напряжение равно E, поместить заряд, равный e_0, то сила f, которую испытывает этот заряд, равна:

$$f = Ee_0 \text{ дин.} \tag{5}$$

Зная направление и величину напряжения во всех точках поля, окружающего данный заряд, мы можем описать все электрическое поле и предсказать поведение всякого заряженного тела, помещенного в это поле.

Графическое изображение поля. Весьма полезно изображать поле графически. В вопросах механики мы изображали с этой целью векторы (скорость, ускорение, силу, количество движения момент и т. п.) стрелками, по направлению совпадающими с направлением вектора, а по длине изображающими в произвольном масштабе величину вектора. Этот прием неудобен, однако, для электрического поля, так как нас интересует поле не в одной какой-нибудь точке, а во всем пространстве. Отдельные стрелки, накладываясь друг на друга, создали бы совершенно запутанную картину. Поэтому Фарадей пользовался другим приемом. Он изображал поле линиями, направление которых в каждой точке совпадало с направлением напряжения поля в этой точке. Для того же, чтобы изобразить величину напряжения, можно проводить большее или меньшее число линий. В самом деле, ведь поле существует в каждой точке, и через каждую точку мы могли бы провести линию; число таких линий ничем не ограничено; их можно рисовать и очень густо, и наоборот — на больших расстояниях друг от друга. Условимся же выбирать густоту линий, изображающих поле, так, чтобы эта густота определяла величину напряжения поля. Густота линий в данном месте измеряется числом линий, проходящих через 1 $см^2$ поперечного сечения. Будем проводить в данном месте столько линий, чтобы через каждый квадратный сантиметр перпендикулярного к линиям сечения проходило число линий, численно равное напряжению поля. Если напряжение поля равно E единиц, то через 1 $см^2$ поперечного сечения нужно провести E линий. Эти линии мы называем линиями напряжения или силовыми линиями электрического поля.

Заметим, что через данную точку проходит только одна силовая линия в направлении силы, действующей здесь на единицу положительного заряда. Поэтому силовые линии электрического поля нигде между собой не пересекаются.

Силовые линии мы будем снабжать знаком, определяющим их направление. Мы будем считать положительными силовые линии, выходящие из данной поверхности наружу, и отрицательными — линии, входящие внутрь данной поверхности. На чертеже мы будем отмечать направление силовых линий стрелками. Будем только помнить, что не длина стрелки измеряет теперь величину напряжения поля, а число их, проходящих через кв. сантиметр поперечной площадки, т. е. густота линий.

Число силовых линий. Если мы пересечем поле плоскостью не перпендикулярной к линиям, а образующей с нормальной площадкой угол α, то через 1 $см^2$ такой косо поставленной плоскости пройдет $E \cos\alpha$ линий, как легко убедиться из следующего рассуждения: положим, что мы имеем поле, изображенное рядом стрелок (рис. 43). Проведем перпендикулярно к линиям плоскость с поверхностью в s_0 $см^2$. Число линий N, которое пересечет эта плоскость, будет

$$N = E \cdot s_0. \tag{6}$$

Рассмотрим теперь другую плоскость s, стоящую под углом α к предыдущей и пересекающую те же N линий поля. Величина этой плоскости

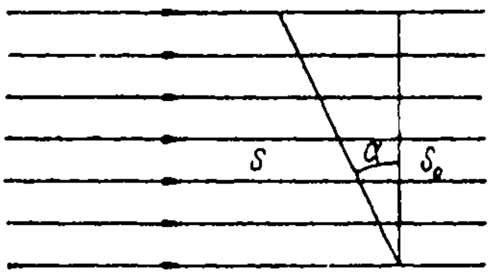


Рис. 43.

$$s = \frac{s_0}{\cos\alpha}.$$

Следовательно через каждый квадратный сантиметр этой плоскости пройдет число линий n

$$n = \frac{N}{s} = \frac{N}{s_0} \cdot \cos\alpha = E \cos\alpha. \tag{7}$$

Изобразим, пользуясь указанными правилами, поле, окружающее положительно и отрицательно заряженное тело, которому для простоты придадим форму маленького шарика. Линии, изображающие напряжение поля, будут итти по радиусам, причем вокруг положительного заряда стрелки на этих линиях будут направлены на-

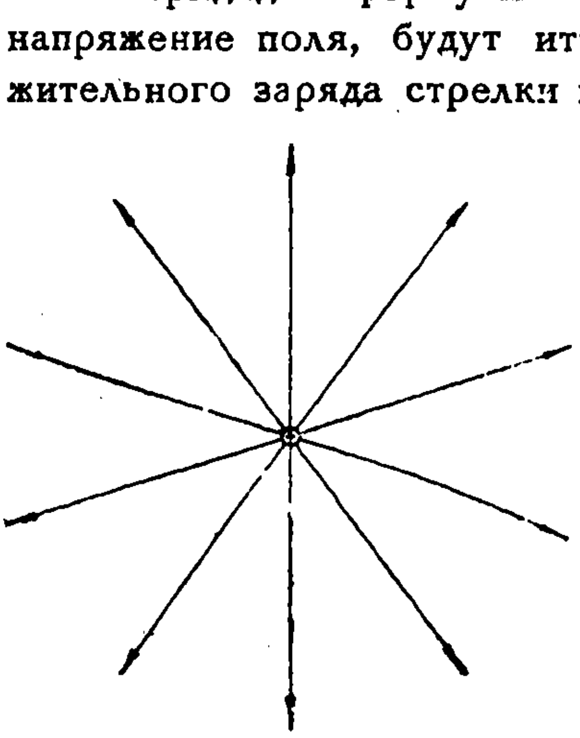


Рис. 44.

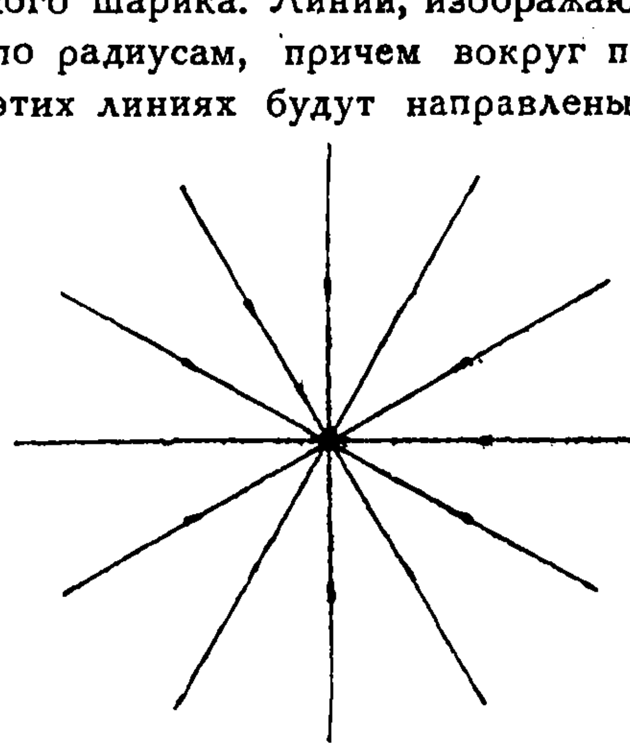


Рис. 45.

ружу, вокруг же отрицательного заряда стрелки будут направлены к заряду (рис. 44 и 45).

Густота линий должна в обоих случаях убывать по мере удаления от заряда так, чтобы число линий, приходящихся на единицу поперечной площадки на расстоянии r от заряда, численно равнялось напряжению поля $E = \frac{e}{r^2}$.

Теорема Гаусса. Принятый нами способ изображения электрических полей обладает весьма важным достоинством—одни и те же линии изображают поле на всем его протяжении; к ним не приходится ни прибавлять, ни убавлять ни одной линии.

В самом деле, окружим наш заряд шаровой поверхностью с радиусом r. Так как силовые линии поля направлены по радиусам, а поверхность шара везде перпендикулярна к радиусу, то через каждый кв. сантиметр поверхности шара, по условию, должно проходить число линий, равное напряжению поля, т. е. $\frac{e}{r^2}$ линий. Поверхность шара равна $4\pi r^2$. Следовательно общее число линий N, выходящих наружу из всей шаровой поверхности, равно

$$N = 4\pi r^2 \cdot \frac{e}{r^2} = 4\pi e. \tag{8}$$

Для положительного заряда $+e$ число линий N положительно, для отрицательного $-e$ и N отрицательно, т. е. линии не выходят, а входят в поверхность шара.

Общее число линий, как мы видим, не зависит от радиуса r. На каком бы расстоянии r мы ни окружили данный заряд охватывающей его шаровой поверхностью, везде через эту поверхность проходит одно и то же число линий. Как мы и утверждали, и на близких расстояниях и на далеких для изображения поля нужно одно и то же число силовых линий. Этот результат, очевидно, не зависит от формы поверхности, охватывающей данный заряд. Мы можем утверждать, что если густота силовых линий в каждом месте изображает напряжение поля, то через всякую замкнутую поверхность s (рис. 46), охватывающую заряд e, проходит число линий

$$N = 4\pi e. \tag{9}$$

Если мы проведем замкнутую поверхность s' (рис. 46), проходящую вне заряда e, то через нее в одних местах будут входить силовые линии, в других же — выходить. Мы видели, что поле на всем своем протяжении изображается одними и теми же линиями; ни одна линия не кончается где-нибудь среди поля и ни одна не начинается вновь. Поэтому все те линии, которые в одном месте входят в поверхность s', где-нибудь в другом месте должны выйти из нее. Всякую входящую в поверхность линию мы считаем отрицательной, всякую выходящую — положительной. Следовательно алгебраическая сумма числа линий N, выходящих из замкнутой поверхности s', не охватывающей заряда e, равна 0:

$$N = 0. \tag{10}$$

Этот результат можно рассматривать как частный случай ур-ния (9), так как здесь заряд, находящийся внутри замкнутой поверхности, $e = 0$.

Возьмем, наконец, незамкнутую поверхность s (рис. 47). Чтобы подсчитать число линий N, проходящих через нее, мы окружим заряд e шаром радиусом в 1 *см*. Линии, направленные к границам поверхности s, вырезывают из шара поверхность ω, через которую проходит $E\omega$ линий. Так как E на расстоянии в 1 *см* равно e, то число линий, проходящих через площадку ω, равно $e\omega$, и это же число линий проходит далее через поверхность s. Величина ω измеряет телесный угол, под которым видна поверхность s из той точки, где находится заряд e; это — телесный угол конуса, образуемого линиями, соединяющими заряд с границами поверхности s.

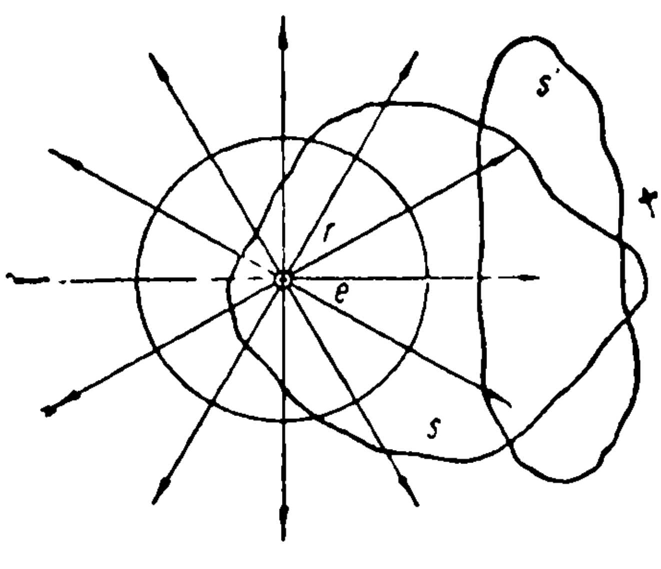


Рис. 46.

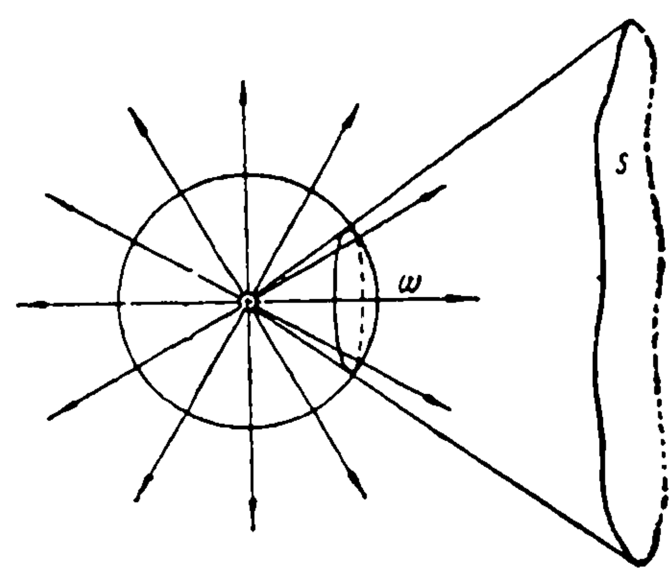


Рис. 47.

Итак, число линий N, проходящих сквозь незамкнутую поверхность s, равно заряду e, умноженному на телесный угол, под которым поверхность s видна из точки, занимаемой зарядом e:

$$N = \omega \cdot e. \tag{11}$$

Сложение полей. Обратимся теперь к более сложным случаям, когда мы одновременно имеем в данном месте поле двух или большего числа зарядов, расположенных в различных местах. Каждое из этих полей действует с некоторой силой на единицу положительного заряда в данном месте. Однако в действительности заряд будет испытывать одну определенную силу и будет под ее влиянием передвигаться в одну какую-нибудь сторону, он не может одновременно двигаться в разные стороны. Таким образом несколько полей складываются в каждой точке в одно равнодействующее электрическое поле.

Очевидно, что равнодействующее поле мы должны измерять по равнодействующей всех сил, действующих на единицу положительного электричества, помещенную в данное место поля. Закон сложения напряжений электрических полей, это — закон сложения сил. Напряжение равнодействующего электрического поля равно геометрической сумме напряжений составляющих полей, т. е. замыкающей стороне многоугольника, составленного из векторов, изобра-

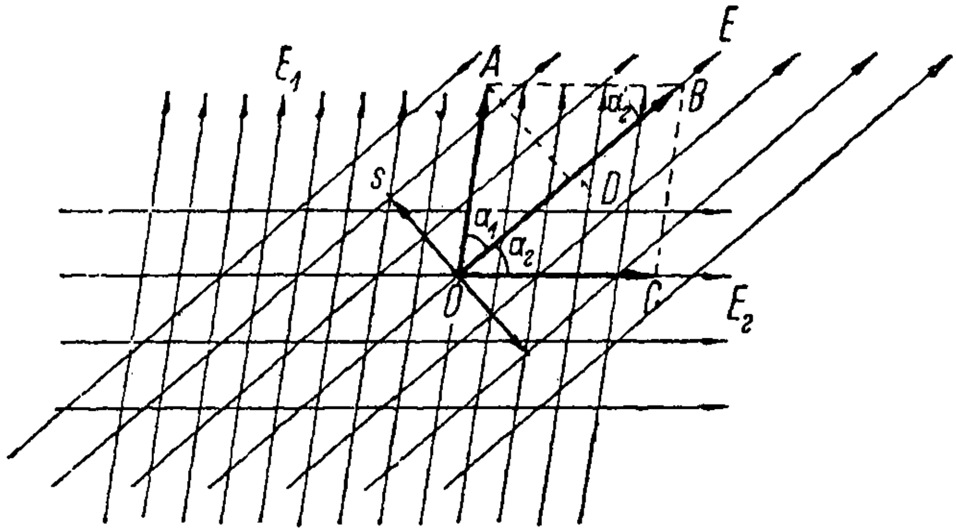


Рис. 48.

жающих отдельные поля. Так например, если мы имеем в данном месте два поля E_1 и E_2, то они складываются в одно поле E (рис. 48). Вектор OA изображает поле E_1, вектор OC — поле E_2, а диагональ OB — поле E. Поле E_1 образует с равнодействующей E угол α_1, а поле E_2 — угол α_2. Из треугольника OAB мы заключаем, что $OA \cdot \cos\alpha_1 + AB \cdot \cos\alpha_2 = OD + DB = OB$ или

$$E_1 \cos\alpha_1 + E_2 \cos\alpha_2 = E. \qquad (12)$$

Проведем плоскость s, перпендикулярную к равнодействующему полю E. Через 1 $см^2$ этой плоскости проходит E линий. Плоскость, перпендикулярная к E_1, стоит под углом α_1, а плоскость, перпендикулярная к E_2, под углом α_2 к плоскости s. Согласно ур-нию (7) мы можем утверждать, что через 1 $см^2$ плоскости s проходило со стороны поля E_1 число линий

$$n_1 = E_1 \cos\alpha_1,$$

а со стороны поля E_2 число линий

$$n_2 = E_2 \cos\alpha_2.$$

Число же линий равнодействующего поля E, проходящих через 1 $см^2$ плоскости s, равно E.

Из ур-ния (12) мы видим, что

$$E = n_1 + n_2, \tag{13}$$

т. е. число линий равнодействующего поля, проходящих через 1 $см^2$ нормальной к нему плоскости, равно алгебраической сумме числа линий составляющих полей, проходящих через ту же плоскость.

То, что справедливо для одного квадратного сантиметра, справедливо и для всякого другого; таким образом везде число линий равнодействующего поля равно сумме числа линий составляющих полей. Этот результат нетрудно далее обобщить и на случай какого угодно числа отдельных полей.

Если через данную плоскость проходит N_1 линий, созданных одним полем, N_2 линий второго поля, N_3 линий третьего поля и т. д., причем мы условимся все силовые линии, выходящие из данной площади в одну сторону (наружу), считать положительными, а все линии, входящие внутрь данной плоскости, отрицательными, то общее число линий N, выходящих наружу через ту же площадь, равно

$$N = N_1 + N_2 + N_3 + \cdots \tag{14}$$

Выведенное нами ур-ние (14) приводит к весьма важной теореме, установленной Гауссом.

Если мы систему зарядов e_1, e_2, $e_3 \cdots$ окружим любой замкнутой поверхностью, то общее число силовых линий N равнодействующего электрического поля, выходящих из этой поверхности, равно 4π, умноженным на алгебраическую сумму всех зарядов, находящихся внутри поверхности

$$N = 4\pi\,(e_1 + e_2 + e_3 + \cdots). \tag{15}$$

Действительно, с одной стороны, число силовых линий, созданных зарядом e_1 или e_2 и выходящих из охватывающей его замкнутой поверхности, равно $4\pi e_1$ или $4\pi e_2$ (ур-ние 9). С другой стороны, при сложении нескольких полей число линий равнодействующего поля, проходящих через данную поверхность, равно сумме числа линий составляющих полей, проходящих через ту же поверхность. В ур-нии (15), как и ранее, мы должны считать все линии, выходящие из поверхности, положительными, входящие же — отрицательными.

Если количества положительного и отрицательного электричества внутри поверхности равны друг другу, то алгебраическая сумма зарядов равна нулю, и общее число линий

$$N = 0. \tag{16}$$

Свойства силовых линий. Рассмотрим теперь поле двух одинаковых одноименных и разноименных зарядов (рис. 49 и 50).

Пользуясь правилом геометрического сложения векторов, нетрудно построить равнодействующее поле, изображенное на рисунке.

Рассматривая графическое изображение полей в обоих случаях, мы отметим, что в случае разноименных зарядов силовые линии

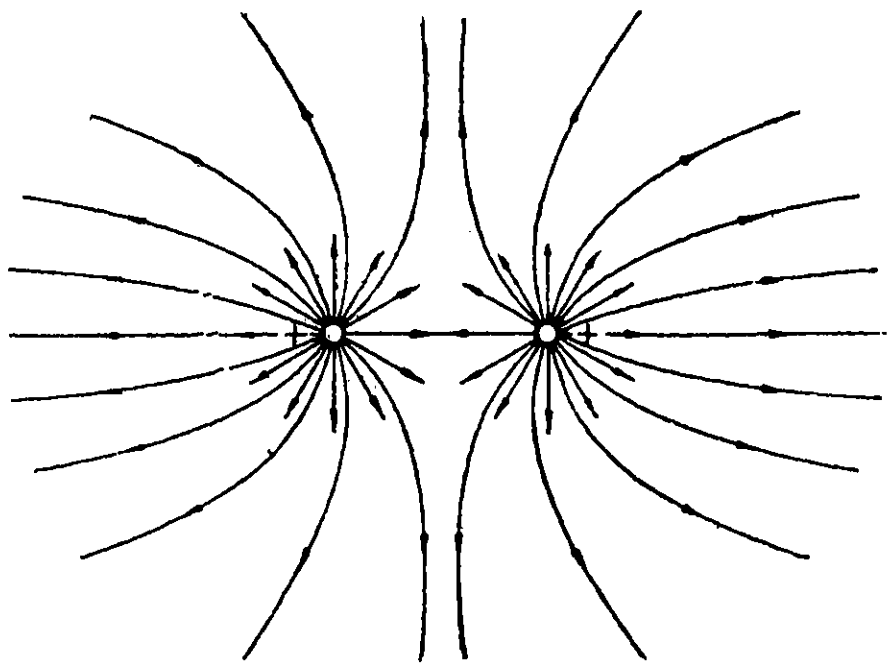


Рис. 49.

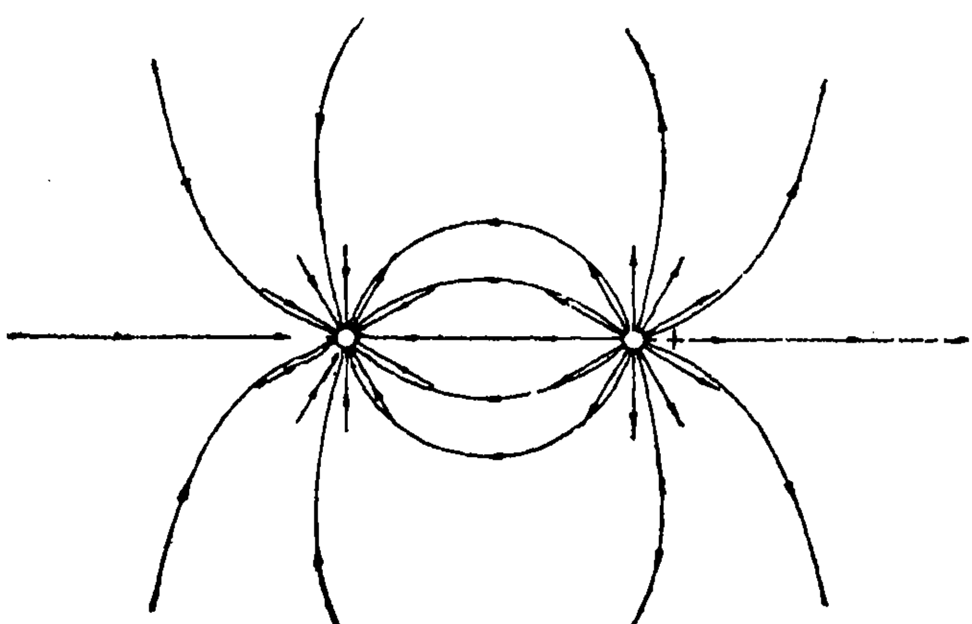


Рис. 50.

как бы связывают между собою оба заряда, в случае же одноименных зарядов силовые линии их как бы расталкиваются. Если бы приписать силовым линиям свойство сокращаться вдоль своей длины и расталкиваться взаимно в поперечном направлении, то мы могли бы сказать, что силовые линии, привязанные к разноименным зарядам, притягивают их друг к другу, а силовые линии, связанные с одноименными зарядами, расталкиваясь взаимно, отталкивают и самые заряды друг от друга. При таком толковании один взгляд на картину поля позволяет предсказать результат взаимодействия зарядов. Очевидно, что это свойство нашей картины силовых линий дает ей большую наглядность.

Ф а р а д е й считал, что в эфире, окружающем заряды, реально существуют натянутые и взаимно расталкивающиеся нити, напоминающие натянутые резиновые трубки, которые и вызывают силы притяжения или отталкивания. Мы, однако, не будем приписывать силовым линиям поля реального существования, а будем рассматривать их как весьма удобный способ изображения электрических полей, позволяющий наглядно и количественно точно определять те силы, которые наблюдаются в этих полях.

Поле заряженной проволоки. Заряженное тело мы до сих пор считали маленьким шариком. В зависимости от формы заряженного тела и окружающее его поле может иметь самый разнообразный вид. Представим себе, например, вместо шарика тело, весьма сильно вытянутое в одном направлении, длинную равномерно заряженную нить. Положим, что на каждом сантиметре длины этой нити находится заряд q. Чтобы построить поле вокруг нити, мы должны были бы изобразить поле каждого отдельного заряда на этой нити и сложить их между собою по закону сложения векторов.

Однако мы заранее можем предсказать, пользуясь соображениями симметрии, что силовые линии будут направлены везде перпендикулярно к нити по радиусам и притом симметрично во все стороны. Действительно, нет никаких оснований, для того чтобы линии могли быть наклонены вверх или вниз или итти с большей густотой в одном направлении, чем в другом.

Если мы окружим нить цилиндрической поверхностью (рис. 51) с радиусом r, то все линии, выходящие из заряженной нити, пройдут через поверхность. Через поверхность цилиндра длиною L *см* пройдут все линии, которые вызваны зарядами, расположенными на соответственной длине нити в L *см*, т. е. зарядом $e = Lq$. На основании теоремы Г а у с с а (ур-ние 15) мы можем утверждать, что число линий, выходящих через поверхность цилиндра,

$$N = 4\pi e = 4\pi Lq.$$

Величина же поверхности S цилиндра

$$S = 2\pi rL.$$

Следовательно через 1 $см^2$ поверхности проходит число линий численно равное напряжению поля

$$E=\frac{N}{S}=\frac{4\pi Lq}{2\pi rL}=\frac{2q}{r}. \qquad (17)$$

Заметим, что в случае длинной заряженной нити напряжение электрического поля убывает с удалением от нити обратно пропорционально первой степени расстояния r, а не квадрата расстояния, как это было в случае небольшого шарика.

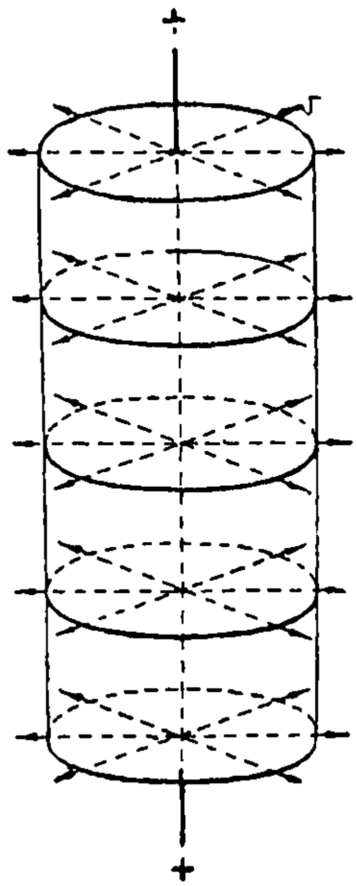


Рис. 51.

Поле заряженной плоскости. Перейдем теперь к заряженному плоскому листку, на каждом $см^2$ которого имеется заряд q. Те же соображения симметрии заставляют нас утверждать, что в этом случае силовые линии направлены везде нормально к листку в обе стороны (рис. 52). Из каждого квадратного сантиметра поверхности выходят в обе стороны $4\pi q$ линий; следовательно в каждом направлении (вверх

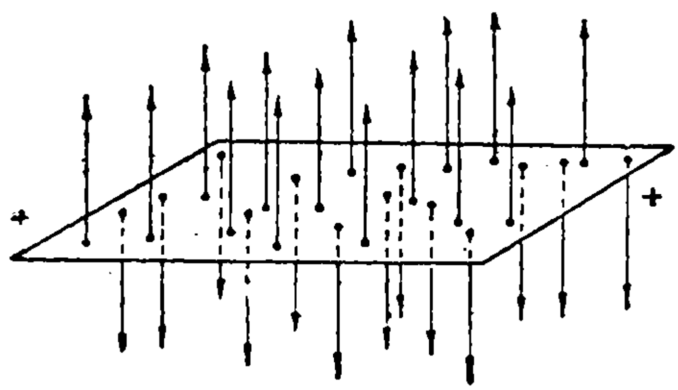


Рис. 52.

от плоскости и вниз от нее) через каждый квадратный сантиметр выходит нормально к плоскости по $2\pi q$ линий. Если на расстоянии r от плоскости провести нормально к силовым линиям площадку в 1 $см^2$, то через нее пройдет число линий, определяющее напряжение поля,

$$E=2\pi q. \qquad (18)$$

Мы видим, что в случае большой заряженной плоскости напряжение поля совсем не зависит от расстояния r от плоскости, или, как мы могли бы сказать, обратно пропорционально нулевой степени расстояния r.

Поле объемного заряда. Представим себе теперь тело, в котором заряды распределены по всему его объему; тогда напряжение внутри этого тела не только не уменьшается с удалением от середины его, но, наоборот, увеличивается пропорционально расстоянию от центра его.

Рассмотрим, например, толстую плоскую пластину, в каждом куб. сантиметре которой находится ρ единиц электричества (рис. 53). По соображениям симметрии мы можем предположить, что в правой части пластины силовые линии направлены вправо, в левой половине — влево, и притом все линии перпендикулярны к плоскости пластины.

В каждом куб. сантиметре находится ρ единиц электричества; следовательно из каждого куб. сантиметра выходит $4\pi\rho$ новых силовых линий. На расстоянии r от середины пластины через поверхность s проходят силовые линии всех тех зарядов, которые находятся между серединой и этой плоскостью, т. е. всех зарядов, находящихся в объеме $s \cdot r$ *см*^{3}. Общее число линий, проходящих через эту плоскость, будет

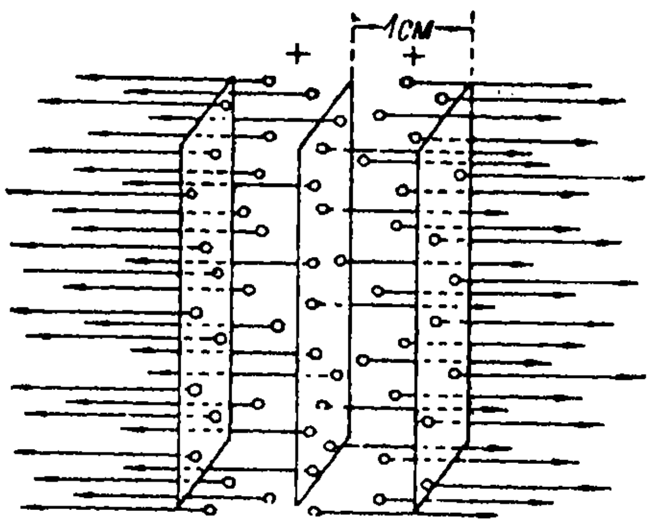


Рис. 53.

$$N = 4\pi sr\rho,$$

а напряжение поля в этом месте

$$E = \frac{N}{s} = 4\pi r\rho.$$

Если мы возьмем другую плоскость, удаленную от первой на 1 *см*, то через нее, кроме прежних $4\pi sr\rho$ линий, пройдут еще и все те силовые линии, которые созданы зарядами, находящимися в прибавившемся слое толщиною в 1 *см* и площадью s, т. е. прибавится еще $4\pi s\rho$ линий, а напряжение поля увеличится на $4\pi\rho$.

Итак, в плоской пластинке, заполненной объемным зарядом в ρ единиц на куб. сантиметр, напряжение поля возрастает от середины пластины при передвижении на каждый сантиметр на величину $4\pi\rho$; при удалении же на r *см* от середины поле равно

$$E = 4\pi r\rho. \tag{19}$$

Перейдем к случаю зарядов, расположенных с неравномерной плотностью ρ. Чтобы учесть их влияние, нам нужно рассматривать бесконечно малые участки, на протяжении которых мы можем считать плотность ρ постоянной. Рассмотрим сначала поле, силовые линии которого, как и на рис. 53, все горизонтальны, но густота которых увеличивается на dN при переходе от одного слоя к следующему, отстоящему на dx. Объем того слоя, в котором созданы были добавочные dN линий очевидно равен dx, так как площадь сечения этого слоя 1 *см*². Если мы снова через ρ обозначим объемную плотность заряда, т. е. заряд 1 *см*³, то в объеме dx будет заключаться заряд $\rho\, dx$, который создаст $dN = 4\pi\rho\, dx$ дополнительных линий, а это число, с другой стороны, равно увеличению напряжения поля dE. Таким образом

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi\rho. \tag{19а}$$

Рассмотрим наконец общий случай, когда поле меняется по всем направлениям. Разложим добавочные линии dN, созданные зарядом в элементе объема, по трем взаимно перпендикулярным направлениям x, y и z на составляющие. Соответственно им имеется dN_x линий, проходящих через квадратный сантиметр в одном направлении, dN_y во втором и dN_z в третьем, а общее число линий $dN = dN_x + dN_y + dN_z$. Если в первом направлении число линий при перемещении на dx *см* возрасло на dN_x, то эти добавочные линии были созданы зарядом $\rho_x dx$, удолетворяющим условию

$$\frac{dN_x}{dx} = 4\pi\rho_x.$$

Точно так же для двух других направлений получим

$$\frac{dN_y}{dy} = 4\pi\rho_y \text{ и } \frac{dN_z}{dz} = 4\pi\rho_z.$$

Следовательно

$$\frac{dN}{dn} = \frac{dN_x}{dx} + \frac{dN_y}{dy} + \frac{dN_z}{dz} = 4\pi(\rho_x + \rho_y + \rho_z) = 4\pi\rho, \tag{19б}$$

где ρ представляет собой общий заряд, заключенный в 1 *см*³.

Если бы мы имели шар, весь объем которого равномерно заряжен электричеством по ρ единиц на 1 *см*³, то поле на расстоянии r от центра равно было бы

$$E = \frac{4}{3}\pi r\rho, \tag{19в}$$

?

$N = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho\, 4\pi.$

$E = \frac{N}{S} = [illegible] = \frac{4}{3}\pi r$

т. е. тоже возрастало бы с удалением от центра пропорционально расстоянию. И только когда мы выйдем за пределы шара в точку A (рис. 54) — электрическое поле начнет убывать обратно пропорционально квадрату расстояния от центра шара O.

Заметим, что результаты, выраженные ур-ниями (17) и (18), справедливы только до тех пор, пока мы рассматриваем поле на расстоянии r, небольшом по сравнению с длиной нити или размерами плоскости. Если, наоборот, длина нити или размер заряженного листка ничтожны по сравнению с расстоянием r, то форма тела не сказывается; нить или листок на больших расстояниях действуют так же, как если бы весь их заряд был сосредоточен в точке или в шарике, т. е. сила на таких расстояниях убывает с расстоянием r как $\frac{1}{r^2}$. Ур-ния (17) и (18) несправедливы также у конца нити или у краев листка, так как положенные в основание соображения симметрии не имеют здесь места.

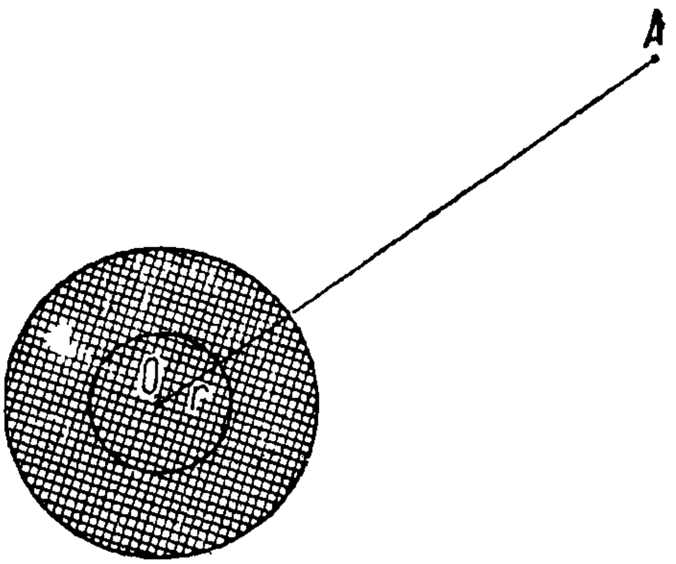


Рис. 54.

Поле плоского конденсатора. Рассмотрим поле, создаваемое двумя противоположно заряженными плоскостями, т. е. случай так называемого плоского конденсатора (рис. 55). Каждая из плоскостей создает поле, изображенное ранее на рис. 52, напряжение которого определяется ур-нием (18).

Складывая поля обеих пластинок, мы заметим, что поля эти уничтожают друг друга по обе стороны от конденсатора. Внутри

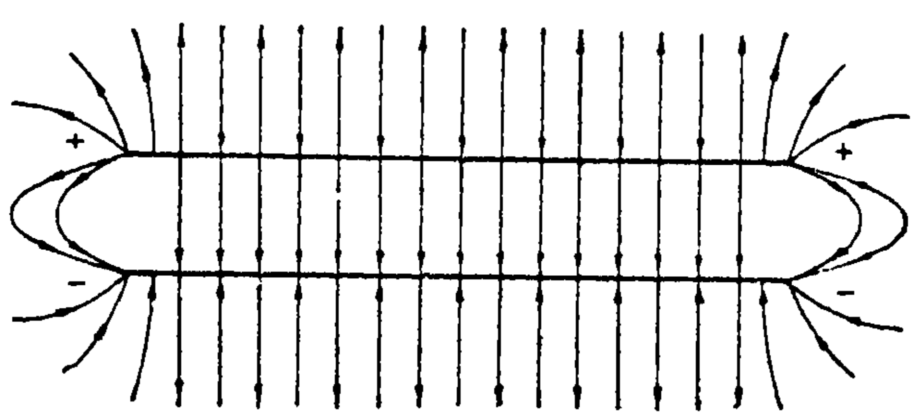


Рис. 55.

же между пластинами поля имеют одинаковое направление и, складываясь, дают напряжение

$$E = 4\pi q, \tag{20}$$

где q — заряд каждого кв. сантиметра положительной и отрицательной пластин. У краев конденсатора поле будет искажено, в средней же части мы можем его считать везде одинаковым и по величине и по направлению. Такое поле называют однородным.

Поле диполя. На рис. 50 было изображено поле двух разноименных зарядов. Тело, заряженное таким образом (положительно на одном конце или полюсе и отрицательно на другом полюсе) называется диполем. Алгебраическая сумма зарядов диполя равна нулю; поэтому, если окружить его поверхностью (это может быть и поверхность самого тела), то алгебраическая сумма числа линий, выходящих из этой поверхности, равна нулю: столько же линий входит в эту поверхность с одной стороны, сколько выходит с другой.

Сравнивая поле диполя с полем одиночного заряда, можно видеть, что густота линий, а следовательно и напряжение поля, убывает с удалением от диполя быстрее, чем квадрат расстояния. Рассмотрим, например, поле в некоторой точке A (рис. 56а) на расстоянии r от середины диполя, т. е. на расстоянии $\left(r-\frac{a}{2}\right)$ от заряда $-e$ и на расстоянии $\left(r+\frac{a}{2}\right)$ от заряда $+e$. Напряжение поля

$$E=\frac{e}{\left(r+\frac{a}{2}\right)^2}-\frac{e}{\left(r-\frac{a}{2}\right)^2}=-\frac{e\cdot 2ar}{\left(r+\frac{a}{2}\right)^2\left(r-\frac{a}{2}\right)^2}=-\frac{e\cdot 2ar}{\left(r^2-\frac{a^2}{4}\right)^2}.$$

Если расстояние r велико по сравнению с размером диполя a (а мы именно такой случай и будем рассматривать), то величиной $\frac{a^2}{4}$ можно пренебречь по сравнению с r^2 и заменить $\left(r^2-\frac{a^2}{4}\right)^2$ через r^4. (Например, если $r=10$ *см*, а $a=1$ *см*, то $r^2=100$, а $\frac{a^2}{4}=0{,}25$; отбрасывая член $\frac{a^2}{4}$, мы заменяем действительную величину 99,75 приближенной величиной 100). В этом случае

$$E=-\frac{e\cdot 2ar}{r^4}=-\frac{2ae}{r^3}.$$

Произведение из заряда e на расстояние a между противоположными зарядами носит название электрического момента M диполя. Следовательно поле на расстоянии r вдоль оси диполя равно

$$E=\frac{2M}{r^3}. \qquad (21)$$

Поле убывает обратно пропорционально третьей степени расстояния.

Если бы мы вычислили поле на расстоянии r от диполя в направлении, перпендикулярном к линии, соединяющей заряды $+e$

и $-e$, т. е. в точке D (рис. 56б), то напряжение получилось бы равным

$$E = \frac{ae}{r^3} = \frac{M}{r^3}, \tag{21a}$$

т. е. в два раза меньше, чем на таком же расстоянии по оси диполя.

В самом деле, сила, с которой заряд e действует на единицу электричества, помещенную в точке B (рис. 56б), равна

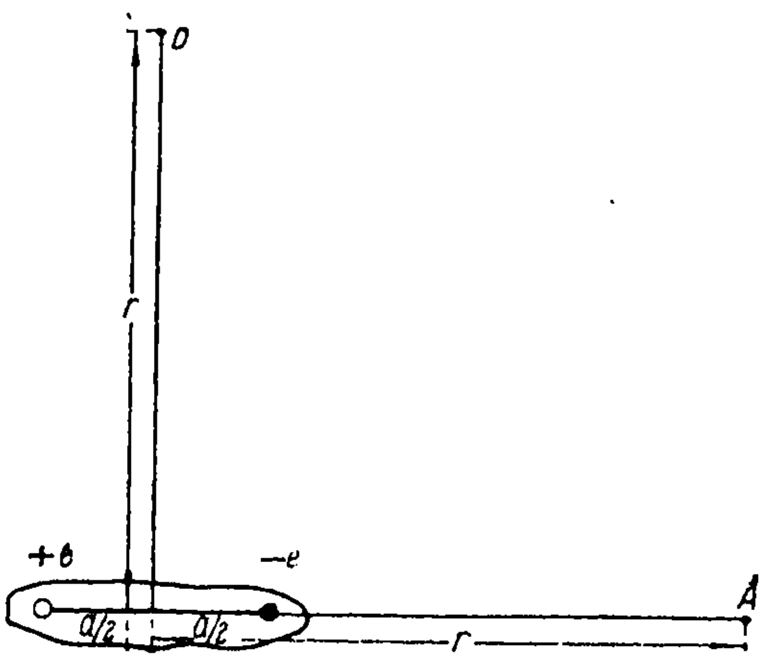
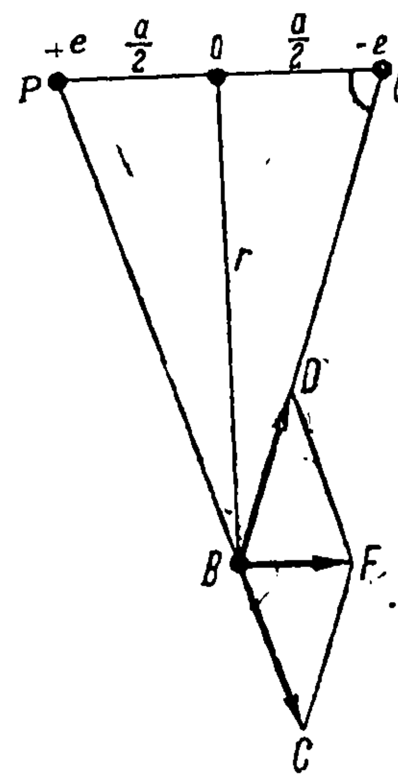


Рис. 56а.



56б.

$\dfrac{e}{r^2 + \dfrac{a^2}{4}}$ и направлена по линии BC, сила же, действующая со стороны заряда $-e$, равна

$$\frac{-e}{r^2 + \dfrac{a^2}{4}}$$

и действует по направлению BD.

Их равнодействующая, выражающая собой напряжение поля E, равна их геометрической сумме или сумме их проекций на направление поля.

Из симметричного расположения этих двух сил легко видеть, что направление поля E будет параллельно оси диполя. Угол CBF, составляемый направлением сил с направлением равнодействующей, очевидно равен углу BQO. Из прямоугольного треугольника BQO находим

$$\cos BQO = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{r^2+\frac{a^2}{4}}}.$$

Проекция каждой из сил BC и BD на направление BF равна

$$BC \cdot \cos CBF = BC \cdot \cos BQO =$$

$$= \frac{e}{r^2+\frac{a^2}{4}} \cdot \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{r^2+\frac{a^2}{4}}} = \frac{ea}{2\left(r^2+\frac{a^2}{4}\right)^{3/2}},$$

а сумма проекций обеих сил, т. е. напряжение поля

$$H = \frac{ea}{\left(r^2+\frac{a^2}{4}\right)^{3/2}}.$$

Если расстояние r достаточно велико по сравнению с длиной $\frac{a}{2}$, то $\frac{a^2}{4}$ можно пренебречь по сравнению с r^2, и тогда напряжение поля выразится так:

$$E = \frac{ea}{r^3} = \frac{M}{r^3}.$$

Таким образом поле диполя зависит не только от расстояния, но и от направления; оно различно по разным направлениям, как это можно сразу видеть на рис. 50.

Система зарядов. Перейдем к телу, заключающему два противоположных диполя, расположенных по одной оси или параллельно друг другу, к системе, называемой квадруполем или диполем второго порядка (рис. 57). Поле его еще сложнее, чем поле диполя, и убывает с увеличением расстояния обратно пропорционально четвертой степени расстояния.

Два противоположных квадруполя образуют октуполь или диполь третьего порядка, поле которого убывает обратно пропорционально пятой степени расстояния. Куб, восемь вершин которого попеременно заряжены положительно и отрицательно, представляет собою октуполь (рис. 58).

Еще более симметричный случай диполя четвертого порядка— восемь диполей, расположенных по радиусам вокруг общего центра.

Если например в центре расположены все положительные заряды диполей, а их отрицательные заряды по вершинам куба, мы получим систему, по симметрии напомнающую модели атомов нейтральных газов и многих ионов. Здесь поле убывает обратно пропорционально шестой степени расстояния.

Чем симметричнее расположены противоположные заряды в теле, тем быстрее поле убывает с расстоянием. В случае наибольшей возможной симметрии, когда отрицательные заряды по шаровой поверхности окружают равный им положительный заряд (рис. 59),

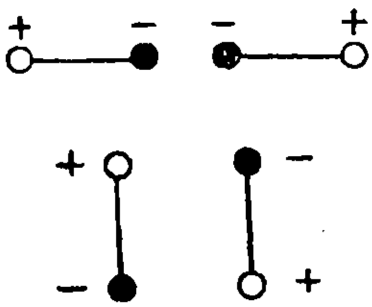


Рис. 57.

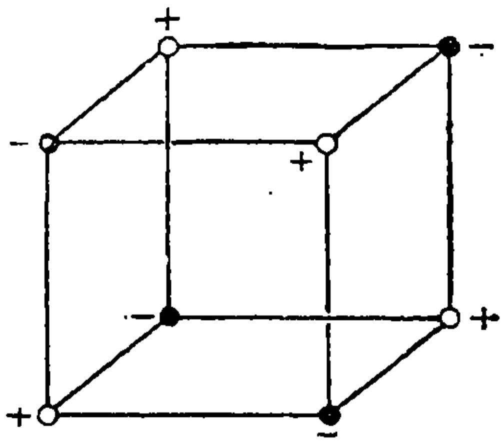


Рис. 58.

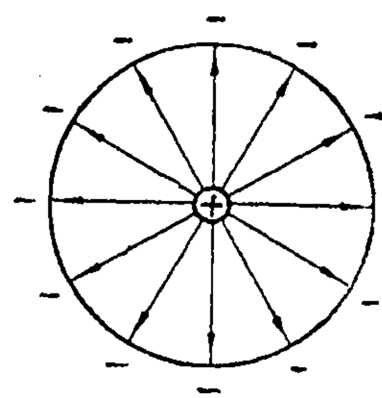


Рис. 59.

их поля совершенно уничтожают друг друга во вне, оставляя только поле внутри шара. В этом случае можно сказать, что поле убывает как бесконечно высокая степень расстояния.

§ 3. Взаимодействия между системами зарядов.

Силы, действующие на диполь. Когда диполь, квадруполь или октуполь находятся в электрическом поле, то силы, испытываемые ими, сводятся к моментам, которые вращают их, и к равнодействующим силам, которые двигают их поступательно. Если поле однородно, то оно только поворачивает диполь (рис. 60). Момент той пары, которая вращает диполь, равен произведению силы f, действующей на каждый из зарядов $+e$ и $-e$, на плечо, т. е. на нормальное расстояние между этими силами. Если длина диполя a, а угол, под которым он стоит к полю, α, то плечо пары равно $a\sin\alpha$; сила же $f = Ee$. Следовательно момент пары сил, вращающих диполь, равен

$$L = Eea\sin\alpha = EM\cdot\sin\alpha.$$

Величина $ea = M$ является электрическим моментом диполя, не зависящим от выбора отдельных множителей e и a. Под диполем мы будем понимать систему из двух связанных противоположных зарядов, расположенных на столь малых расстояниях, что внешнее поле, в котором он находится, мало меняется на протяжении размеров диполя.

Если же поле, в котором находится диполь, неоднородно, например диполь находится в поле одного заряда или другого диполя, тогда к вращению присоединится еще и равнодействующая сила, перемещающая диполь поступательно.

Рассмотрим, например, взаимодействие двух диполей, расположенных по одной оси (рис. 61).

Обозначим расстояние между центрами диполей через r, заряды их через e_1 и e_2, а плечи через a_1 и a_2.

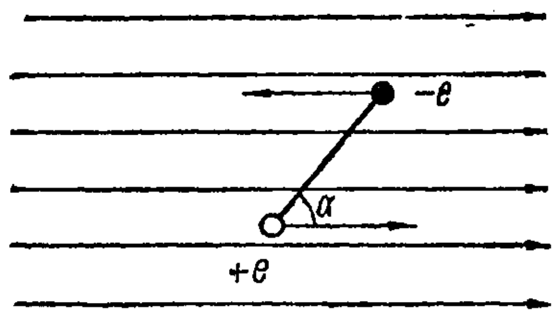


Рис. 60.

Заряд $+e_2$ находится в электрическом поле [ур-ние (21)]

$$E=\frac{2a_1e_1}{\left(r-\frac{a_2}{2}\right)^3}.$$

Заряд же e_2 — того же диполя — в более слабом поле

$$E'=\frac{2a_1e_1}{\left(r+\frac{a_2}{2}\right)^3}.$$

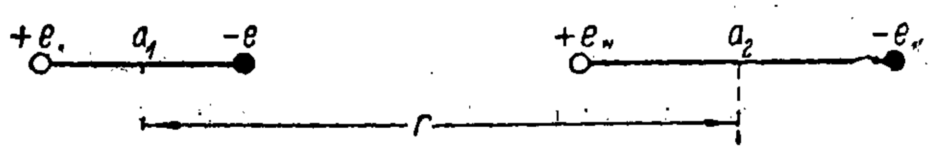


Рис. 61.

Поэтому на заряд $+e_2$ действует сила

$$f=\frac{2a_1e_1e_2}{\left(r-\frac{a_2}{2}\right)^3},$$

а на заряд $-e_2$ сила

$$f'=-\frac{2a_1e_1e_2}{\left(r+\frac{a_2}{2}\right)^3}.$$

Разность этих двух сил дает равнодействующую, притягивающую оба диполя друг к другу и равную приблизительно (поскольку можно пренебречь величиной a по сравнению с r)

$$F=\frac{6a_1e_1a_2e_2}{r^4}.$$

Обозначив момент первого диполя a_1e_1 через M_1, а второго a_2e_2 через M_2, получим

$$F=\frac{6M_1M_2}{r^4}. \tag{22}$$

Если второй диполь стоит перпендикулярно к первому, то сила равна

$$F=\frac{3M_1M_2}{r^4}. \tag{22a}$$

Здесь сила взаимодействия убывает обратно пропорционально 4-й степени расстояния.

Силы взаимодействия между двумя квадруполями убывают как шестая степень расстояния и еще с более высокой восьмой степенью расстояния — силы между октуполями. Кроме притяжения или отталкивания, взаимодействие таких систем вызывает и взаимное вращение, приводящее их всегда в такое относительное положение, когда две данные системы притягивают друг друга.

Рассмотрев ряд отдельных случаев, мы видели, что силы взаимодействия между телами, представляющими системы зарядов, изменяются с расстоянием самым различным образом в зависимости от расположения зарядов. Простой закон Кулона (ур-ние 2) выражает эту силу только в том случае, если размеры заряженных тел очень малы по сравнению с расстоянием между ними или же если эти тела представляют собою равномерно заряженные шары. Чем симметричнее сочетание положительных и отрицательных зарядов в теле, тем быстрее убывает их взаимодействие при удалении друг от друга. Установленные нами законы относятся к системам заряженных тел. Их нельзя целиком переносить на заряды в атомах, которые могут взаимно проникать друг в друга и находятся в движении и колебаниях. Эти вопросы мы рассмотрим в III томе.

Энергия заряда. Зная силы, испытываемые электрическими зарядами, мы можем вычислить производимую ими работу, а следовательно и энергию, которой они обладают в электрическом поле. За нуль будем при этом считать энергию зарядов за пределами данного электрического поля, причем мы не будем учитывать действия электрического поля, создаваемого зарядом на самого себя.

Электрическое поле E, втягивая заряд e, производит работу, равную $E e\,dx$, где dx — путь, проходимый зарядом в направлении силовых линий. На эту величину уменьшается энергия заряда. Энергия таким образом равна

$$U = -\int_{\infty}^{x} Ee\,dx.$$

Знак — указывает, что энергия отрицательна, когда заряд перемещается вдоль силовых линий (когда dx и E одинакового знака). Энергия, наоборот, положительна, когда заряд перемещается против сил поля. В разных местах одного и того же поля E энергия очевидно различна. Мы убедимся далее, что энергия заряда определяется не величиной поля E, а потенциалом.

Гораздо определеннее решается вопрос о взаимной энергии двух зарядов e_1 и e_2, находящихся на определенном расстоянии r друг от друга. За нуль мы примем их энергию, когда они находились в бесконечно большом удалении друг от друга. Представим себе, что первый заряд приближается ко второму по линии, их соединяющей. Находясь на расстоянии r, он испытывает силу отталкивания $\frac{e_1 e_2}{r^2}$ и следовательно, перемещаясь на расстояние $-dr$ (это перемещение приходится обозначать через $-dr$, так как мы рассматриваем сближение двух зарядов, при котором r все время уменьшается), затрачивает работу

$$-\frac{e_1 e_2}{r^2}\,dr.$$

Увеличение энергии при переходе от $r = \infty$ до r выразится

$$U = -\int_{\infty}^{r} \frac{e_1 e_2}{r^2}\,dr = e_1 e_2 \int_{\infty}^{r} -\frac{dr}{r^2},$$

но

$$-\frac{dr}{r^2} = d\left(\frac{1}{r}\right),$$

следовательно

$$U = e_1 e_2 \int_{\infty}^{r} d\left(\frac{1}{r}\right) = e_1 e_2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{e_1 e_2}{r}. \tag{23}$$

Здесь мы видим, что энергия заряда, находящегося в поле второго заряда, определяется лишь самими зарядами и расстоянием между ними. Ясно, что наш вывод относится лишь к тому случаю, когда объемы, в которых размещены заряды e_1 и e_2, настолько малы по сравнению с их расстоянием, что создаваемые ими поля можно считать обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними. В случае, например, линейно расположенных зарядов или заряженной плоскости результат получится совершенно иной.

Энергия диполя. Вычислим теперь энергию диполя с моментом M_1, помещенного в электрическое поле E.

Представим себе, что мы вводим диполь перпендикулярно к силовым линиям поля. Тогда очевидно никакой работы мы не произведем, пока ось диполя перпендикулярна к полю. При повороте диполя со стороны электрического поля на него будет действовать пара сил

$$L = Ee \cdot a \sin\varphi = EM \sin\varphi,$$

где φ — угол между направлением поля и осью диполя; ось диполя мы будем считать положительной в направлении от отрицательного заряда к положительному. При этом условии диполь будет поворачиваться полем до тех пор, пока направление поля не совпадет с направлением оси, т. е. угол φ не сделается равным нулю. При таком вращении энергия будет уменьшаться на величину произведенной работы. При повороте на угол $d\varphi$ работа, производимая моментом L, выразится $L\,d\varphi = EM \sin\varphi\, d\varphi$.

Так как мы должны были принять за нуль энергию диполя когда он расположен перпендикулярно к полю, то под углом φ он будет обладать отрицательной энергией

$$U = \int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\varphi} EM \sin\varphi\, d\varphi = EM \int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\varphi} \sin\varphi\, d\varphi;$$

$$\sin\varphi\, d\varphi = -d\cos\varphi,$$

поэтому

$$U = -EM \int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\varphi} d\cos\varphi = -EM\left[\cos\varphi - \cos\frac{\pi}{2}\right] = -EM\cos\varphi. \qquad (24)$$

В частности, когда диполь расположен вдоль поля, $\varphi = 0$, энергия его U_0 равна

$$U_0 = -EM. \qquad (24a)$$

Таким образом энергия диполя определяется его положением относительно поля и напряжением поля и не зависит от того, в каком месте поля E находится диполь. Для сравнения вычислим другим путем энергию диполя M, находящегося в поле E. Положим, что диполь все время направлен вдоль поля, но самая интенсивность поля возрастает от нуля до данного значения E. Когда диполь находится в неоднородном поле, силы, действующие на оба его заряда, неодинаковы; тот из зарядов, который находится в более сильной части поля, испытывает большую силу. Если на расстоянии dx поле изменяется на величину dE и это изменение равномерно, то между двумя полюсами диполя, отстоящими на расстоянии a, поле отличается на $\frac{dE}{dx}\cdot a$; следовательно силы, действующие на оба полюса, отличаются на $\frac{dE}{dx}\, a\cdot e = \frac{dE}{dx} M$.

Эта разность двух сил и производит работу при перемещении диполя.

При переходе от $E=0$ до E произведена будет работа, равная

$$\int\limits_0^E \frac{dE}{dx} M\cdot dx = M\int\limits_0^E \frac{dE}{dx} dx = M\int\limits_0^E dE = ME.$$

Следовательно мы снова получаем, что энергия диполя M, расположенного параллельно полю E, $U_0 = -EM$.

Вычислим теперь взаимную энергию двух диполей, находящихся каждый в поле, создаваемом другим диполем. В случае, когда один диполь M_1 расположен по оси второго диполя M_2 на расстоянии r от его середины, он находится в поле $E=\frac{2M_2}{r^3}$ и следовательно энергия его равна

$$U = -\frac{2M_1M_2}{r^3}. \tag{25}$$

Здесь знак — указывает, что энергия отрицательна, когда оси обоих диполей имеют одинаковое направление, т. е. когда они взаимно притягиваются.

В случае, когда диполи расположены параллельно на расстоянии r и линия, соединяющая их центры, перпендикулярна к осям диполей (в положении D, рис. 56а), поле диполя $E=-\frac{M}{r^3}$, направление поля здесь противоположно направлению оси диполя (см. рис. 50). В этом случае энергия двух параллельно направленных диполей

$$U = +\frac{M_1M_2}{r^3}.$$

Наоборот, если диполи параллельны, но направления их осей противоположны, когда диполи притягивают друг друга, энергия отрицательна и имеет значение

$$U = -\frac{M_1 M_2}{r^3}. \tag{25a}$$

Так как энергия стремится принять наименьшее возможное для нее значение, то мы должны ожидать, что диполи, расположенные параллельно, будут устанавливаться в противоположных направлениях, диполи же, расположенные вдоль общей оси, будут устанавливаться в одинаковых направлениях. Если все диполи свободно подвижны и могут не только вращаться вокруг своих положений, но и перемещаться, то, стремясь к минимальной энергии, они будут устанавливаться вдоль общей оси, образуя цепочки диполей. В этих рассуждениях мы предполагаем, что другой энергией, кроме электрической, диполи не располагают, в частности — что они не обладают тепловым движением. Если они участвуют и в тепловом движении, то равновесие наступит не при минимуме электрической энергии U, а свободной энергии $F = U - TS$. Разница между U и F тем меньше, чем ниже температура.

§ 4. Электростатическая индукция.

Во всех рассмотренных нами случаях предполагалось, что заряды расположены в воздухе или — что было бы точнее — в пустоте. Условия изменятся, однако, если все поле или часть его заполнены другим веществом. Электрическое поле может существовать в самых разнообразных телах, называемых диэлектриками, но величина электрической силы, а следовательно и напряжение поля, уменьшается внутри диэлектрика в некоторое число ε раз по сравнению с пустотой. Это число называется **диэлектрической постоянной** данного вещества. В газах диэлектрическая постоянная только немногим превышает единицу (для воздуха, например, $\varepsilon = 1{,}0006$, поэтому мы и можем без большой ошибки считать поле в воздухе таким же, как в пустоте). Для различных твердых и жидких тел ε имеет значения от 2 до 175 (для парафина, например, 2, для масла 3—4, стекла 6—10, воды 81).

Главные преимущества той картины электрического поля, которой мы пользовались для его описания, отпадают, как только в поле находится диэлектрик. Число силовых линий уже не определяет величины заряда. Так например, если точечный заряд e

окружен средой с диэлектрической постоянной ε, то напряжение поля на расстоянии r от заряда равно

$$E = \frac{e}{\varepsilon r^2}. \tag{26}$$

Таково же должно быть и число линий, проходящих через квадратный сантиметр поверхности шара с радиусом r. А общее число линий, выходящих из заряда e и проходящих через всю поверхность шара $4\pi r^2$, равно

$$N = \frac{e}{\varepsilon r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi}{\varepsilon} \cdot e; \tag{27}$$

оно следовательно зависит не только от заряда, но и от свойств среды.

Еще сложнее окажется картина, если диэлектрик заполняет не все поле, а окружает заряд, например начиная с некоторого расстояния a (рис. 62а). Тогда вокруг заряда в воздухе имеются $4\pi e$ линий, и густота их у самой поверхности шара с радиусом a равна $\frac{e}{r^2}$. По другую же сторону этой поверхности густота линий

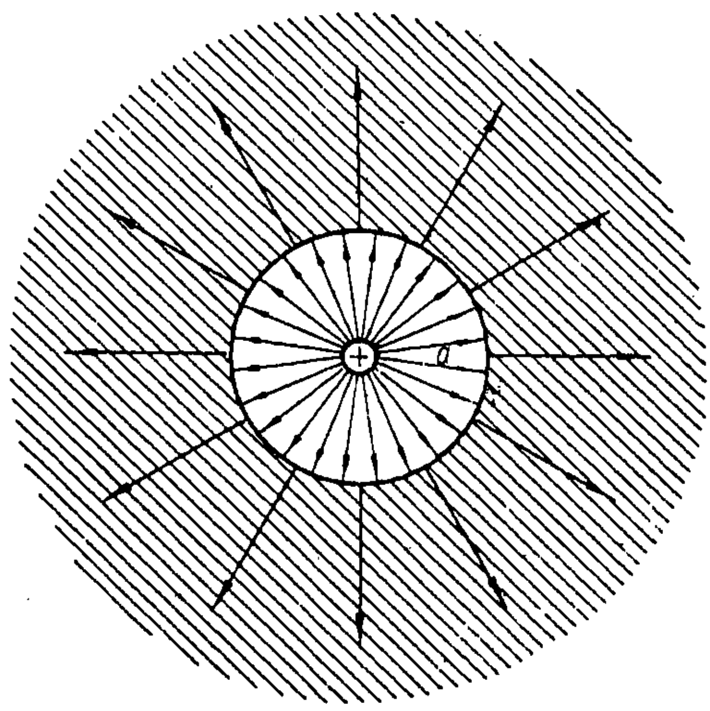


Рис. 62а.

равна $\frac{e}{\varepsilon r^2}$, т. е. в ε раз меньше, и общее число линий, выходящих из этой поверхности, равно $\frac{4\pi}{\varepsilon}e$.

При переходе через границу диэлектрика таким образом потеряно некоторое число линий:

$$4\pi e - \frac{4\pi}{\varepsilon} e = 4\pi e \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = 4\pi e \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}. \tag{27a}$$

Теорема Гаусса о числе силовых линий оказывается несправедливой, когда в поле находятся диэлектрики. Есть, однако, два пути, чтобы сохранить для описания электрического поля все те преимущества, которые доставляет, как мы могли убедиться на рассмотренных в предыдущем параграфе примерах, теорема Гаусса.

Свободные заряды. На границе воздуха с диэлектриком или двух диэлектриков с различными постоянными изменяется число силовых линий. По теореме же Гаусса, появление некоторого числа N линий вызывается зарядом $e=\frac{N}{4\pi}$, а исчезновение N линий отрицательным зарядом $-e=-\frac{N}{4\pi}$. Поэтому, если на границе исчезает или появляется число линий, определяемое ур-нием (27а), то это могло бы происходить от присутствия на поверхности заряда $-e\cdot\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$, и притом, как легко убедиться, при переходе силовых линий из среды с меньшей постоянной ε в среду с большим ε (рис. 62а) этот заряд отрицателен, при переходе же в среду с меньшим ε — заряд положителен.

Если этих зарядов и нет на границе диэлектрика, то мы все же можем заменить то влияние, которое оказывает на силовые линии диэлектрик, влиянием указанных зарядов, которые называются **фиктивными зарядами.**

Итак, первый путь для сохранения неизменной связи числа линий с зарядом, т. е. для сохранения теоремы Гаусса для силового поля — это замена границы диэлектриков фиктивными зарядами, покрывающими поверхность раздела двух диэлектриков. Если напряжение поля в одном диэлектрике с постоянной ε_1 равно

$$E_1=\frac{E}{\varepsilon_1},$$

а в другом с постоянной ε_2 равно

$$E_2=\frac{E}{\varepsilon_2},$$

то изменение числа линий, проходящих через 1 $см^2$ поверхности раздела между ними

$$\Delta N=\frac{E}{\varepsilon_1}-\frac{E}{\varepsilon_2}=E\left(\frac{1}{\varepsilon_1}-\frac{1}{\varepsilon_2}\right)=E\,\frac{\varepsilon_2-\varepsilon}{\varepsilon_1\varepsilon_2}.$$

Мы предполагаем поэтому, что это изменение вызвано тем, что на 1 $см^2$ поверхности находится фиктивный заряд

$$\Delta e=\frac{\Delta N}{4\pi}=\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1\varepsilon_2}\cdot E, \tag{28}$$

который изменил бы число линий и картину поля совершенно так же, как это делает диэлектрик.

Если мы не забудем, что заряд Δe есть заряд фиктивный, введенный формально для описания поля, то мы можем без опасения пользоваться им для описаиия поля. Все электрические силы в этом поле получатся совершенно правильно, так же как если бы вместо фиктивных зарядов в поле находился диэлектрик.

Индукция. Другой путь сохраиить для описания поля теорему Гаусса заключается в том, чтобы вместо напряжения поля, не подчиняющегося теореме Гаусса, ввести новую величину, для которой теорема оказалась бы справедливой, и при помощи этой новой величины описывать поле. Нетрудно указать такую величину. Действительно, при переходе в среду с диэлектрической постоянной ε напряжение поля E и число линий, его изображающих, уменьшаются в ε раз. Введем величину

$$D = \varepsilon E. \tag{29}$$

Очевидно это произведение останется неизменным при переходе в новую среду, так как E уменьшится во столько же раз, во сколько возрастет ε. Величину $D = \varepsilon E$ называют электростатической индукцией. Так же, как мы раньше изображали поле при помощи силовых линий, измеряющих напряжение поля, мы можем теперь изображать поле линиями электростатической индукции, нанося величину D вместо E.

Электростатическая индукция есть вектор, имеющий то же направление, что и E, если множитель ε можно считать скаляром (только в некоторых кристаллах это не имеет места, в случае же газов, жидкостей и большинства твердых тел условие это соблюдено). Чтобы изобразить величину индукции, мы опять условимся проводить через 1 $см^2$ поперечного сечения столько линий, сколько единиц в числе D.

Главное преимущество индукции — это безусловная применимость теоремы Гаусса: общее число линий индукции N, проходящих через любую замкнутую поверхность, равно

$$N = 4\pi\Sigma e, \tag{30}$$

где Σe — алгебраическая сумма всех зарядов, находящихся внутри этой поверхности. Эта теорема справедлива независимо от того, имеются ли в поле диэлектрики и как они расположены.

Всякая поверхность, из которой выходят N линий индукции, заключает внутри себя реальный (а не только фиктивный) заряд

$$e = \frac{N}{4\pi}.$$

Таким образом картина электростатической индукции дает нам сразу и распределение и величину зарядов в поле, чего нельзя сказать о картине силовых линий.

Зато индукция имеет тот недостаток, что электрическая сила f, действующая на заряд e

$$f = e\frac{D}{\varepsilon}$$

зависит не только от индукции D, но и от диэлектрической постоянной ε.

Когда заряды находятся в пустоте или в воздухе, то $\varepsilon = 1$, и в этом случае

$$D = E,$$

т. е. обе картины совершенно совпадают.

Электрические поля в диэлектриках. Рассмотренные в предыдущем параграфе примеры электрических полей в пустоте или воздухе одинаково выражают и картину силовых линий и картину линий индукции. Если же в поле имеются слои диэлектриков, то эти картины выражают собою только электростатическую индукцию и неверны для силовых линий.

Присутствие диэлектриков часто изменяет не только число силовых линий, но также их направление, искажая картину поля. Как мы увидим при рассмотрении энергии поля, диэлектрики как бы всасывают в себя часть линий поля.

Если мы имеем плоский слой диэлектрика, в каждом куб. сантиметре которого находится заряд ρ, то в слое толщиной dx и площадью S находится $\rho S\,dx$ единиц электричества.

Следовательно, из этого слоя исходит

$$dN = 4\pi \cdot \rho S\,dx$$

линий индукции.

Через каждый кв. сантиметр площади S проходит следовательно

$$\frac{dN}{S} = 4\pi \cdot \rho\,dx$$

линий индукции.

А число линий, проходящих через 1 $см^2$ поперечного сечения, и есть электростатическая индукция dD:

$$dD = 4\pi\rho\,dx.$$

$$\frac{dD}{dx} = 4\pi\rho \tag{31}$$

или, так как $dD = \varepsilon\,dE$,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi}{\varepsilon}\cdot\rho. \tag{31a}$$

Это уравнение обобщает таким образом ур-ние (19a) на тот случай, когда заряд ρ расположен не в пустоте, а в среде с диэлектрической постоянной ε.

Преломление линий индукции. При переходе из воздуха в среду с диэлектрической постоянной ε общее число линий индукции N не меняется, но направление и густота линий (т. е. величина D) изменяются, когда линии наклонны к плоскости раздела диэлектрика и воздуха.

Линии индукции, нормальные к плоскости раздела, остаются нормальными, а так как число их не может измениться, то и густота в этом случае одинакова по обе стороны поверхности раздела. Силовые линии поля, наоборот, изменяют свое число, а следовательно и плотность, когда они нормальны к поверхности. Но зато их густота одинакова по обе стороны границы раздела, когда поле направлено параллельно этой границе. Действительно, представим себе в этом случае единичный заряд непосредственно под и над поверхностью. При переходе через поверхность энергия заряда может измениться на некоторую величину V. Представим себе, что мы этот заряд перемещаем на длину L вдоль поля один раз над поверхностью, а затем под поверхностью. Если напряжения поля равны E_1 и E_2, то работа, производимая полем, а следовательно и уменьшение энергии заряда будет в первом случае E_1L, а во втором E_2L. В результате после прохождения пути L энергия заряда будет отличаться не на V, а на $V+(E_1-E_2)L$. Между тем очевидно, что при переходе заряда через поверхность из одной среды в другую изменение энергии будет всегда одинаково, в каком бы месте поверхности ни произошел переход заряда. Следовательно $E_1-E_2=0$ или $E_1=E_2$. Поле, параллельное поверхности, не изменяет своей величины при переходе из одной среды в другую. Исходя из установленных нами свойств линий индукции и напряжения поля у границы двух диэлектриков с ди-

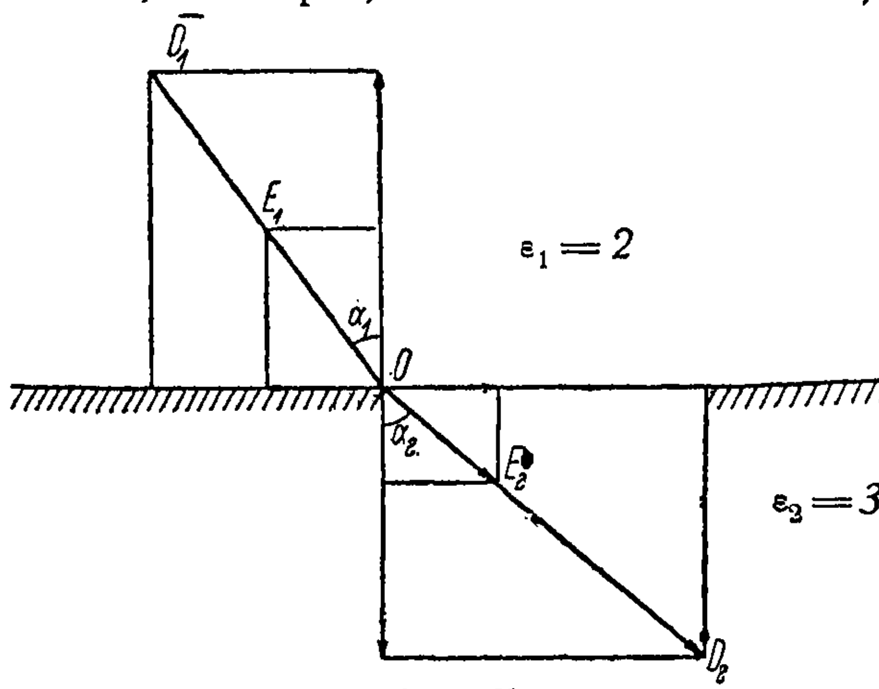


Рис. 62b.

электрическими постоянными ε_1 и ε_2, можно воспользоваться следующим приемом для вычисления преломления линий у поверхности.

(На рис. 62b принято $\varepsilon_1 = 2$; $\varepsilon_2 = 3$).

Разложим линии индукции в каждой среде на две составляющие, нормальную и параллельную поверхности. Если индукцию в воздухе обозначим через D_1; угол, составляемый ею с нормалью к поверхности, через α_1, а те же величины для диэлектрика через D_2 и α_2, то нормальные составляющие по обе стороны границы должны быть одинаковы (рис. 62b)

$$D_1 \cos\alpha_1 = D_2 \cos\alpha_2.$$

С другой стороны, составляющие поля E_1 и E_2, параллельные границе, также равны между собою

$$\frac{D_1}{\varepsilon_1}\sin\alpha_1 = \frac{D_2}{\varepsilon_2}\sin\alpha_2.$$

Из этих двух уравнений получаем

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

При переходе в среду с большей диэлектрической постоянной линии индукции отклоняются от нормали, образуя с ней больший угол. А так как общее число линий индукции по обе стороны границы одинаково, то густота линий D будет больше в той среде, диэлектрическая постоянная которой больше.

§ 5. Энергия электрического поля.

Заряжая тело, мы должны затрачивать работу. Эту энергию мы подсчитаем, если представим себе, что заряд подводится постепенно небольшими порциями; тогда каждая вновь подводимая порция электричества испытывает силу отталкивания от одноименного заряда, сообщенного уже ранее телу. Приближая заряд к телу против этой силы, мы должны приложить по крайней мере равную ей силу, которая на пути до поверхности заряжаемого тела и произведет некоторую работу. Разряжая тело так же постепенно и удаляя один за другим заряды с тела, мы от сил отталкивания снова получим такую же работу, какую раньше затратили на зарядку. Таким образом заряженное тело обладает энергией, равной работе, потребовавшейся для заряжения тела.

Если таким образом величина энергии может быть точно подсчитана и измерена на опыте, то все же открытым остается вопрос о том — чему нужно приписать эту энергию. С точки зрения теории электрических жидкостей несомненным представлялось, что этой энергией обладает самый заряд, находящийся в теле. С точки же зрения Ф а р а д е я-М а к с в е л л а, по которой присутствие заряда заключается в создании вокруг него электрического поля, в деформации и натяжениях окружающего эфира, казалось, что энергия при зарядке затрачивается на создание поля, что она заключается в самом деформированном эфире, подобно тому, как мы можем запасти энергию в деформированной и натянутой пружине.

Движение энергии. Эта последняя точка зрения получила перевес, когда Г е р ц у удалось в 1888 г. показать, что электрическая энергия в виде волн может передаваться через эфир от одного тела к другому. В настоящее время, когда электрическая энергия заряженной антенны в виде электромагнитных волн обегает земной шар и воспринимается в другом полушарии, мы естественно приходим к мысли, что энергия двигалась в эфире в виде электрического и магнитного поля, совершенно не связанная с теми зарядами, которые остались позади на отправительной станции. Еще нагляднее становится представление о том, что электрическое поле в эфире может обладать энергией, если мы вспомним, что электрические и магнитные процессы (а к ним принадлежит и свет), происшедшие на солнце, только через 8 минут достигают земли и воспринимаются нашими приборами. За 8 минут до этого на солнце затрачена была какая-то энергия. Часть ее попала через 8 минут на землю и была нами получена, остальная, прошедшая мимо земли, может когда-нибудь (быть может через 1000 лет) встретить другую систему и отдать там другую часть той же энергии. Если мы, будучи убежденными в постоянстве энергии, спросим, где же была эта энергия в течение 8 минут, когда на солнце уже весь процесс закончился (например заряженные тела уже разрядились), а на земле еще ничего не было, то придется признать, что энергия, двигаясь от солнца к земле, находилась в это время между ними в пустом пространстве (или в эфире) и представлялась там в виде электрического и магнитного поля.

С точки зрения электронной теории, которая признает как существование зарядов, так и окружающего их поля, в рассматриваемых нами вопросах неизменного электрического поля (или электростатики) одинаково допустимы обе точки зрения. Мы можем приписать энергию заряженного тела как самим зарядам, так равно и окружающему их полю. И только при быстро меняющихся полях вторая точка зрения получает преимущество перед первой.

Величина энергии однородного поля. Допуская, что электрическое поле обладает энергией, мы попытаемся выразить ее через те величины, которыми мы условились описывать поле, т. е. через напряжение поля E или электростатическую индукцию D. Для вычисления возьмем простейший случай совершенно однородного и ограниченного поля. Такой случай мы встречали в пространстве между двумя противоположно заряженными параллельными пластинками [в плоском конденсаторе (рис. 63)].

Если на каждом квадратном сантиметре положительной и отрицательной пластины имеется по q единиц заряда, то напряжение поля в конденсаторе, заполненном средой с диэлектрической постоянной ε, равно

$$E = \frac{4\pi}{\varepsilon} q, \qquad (32)$$

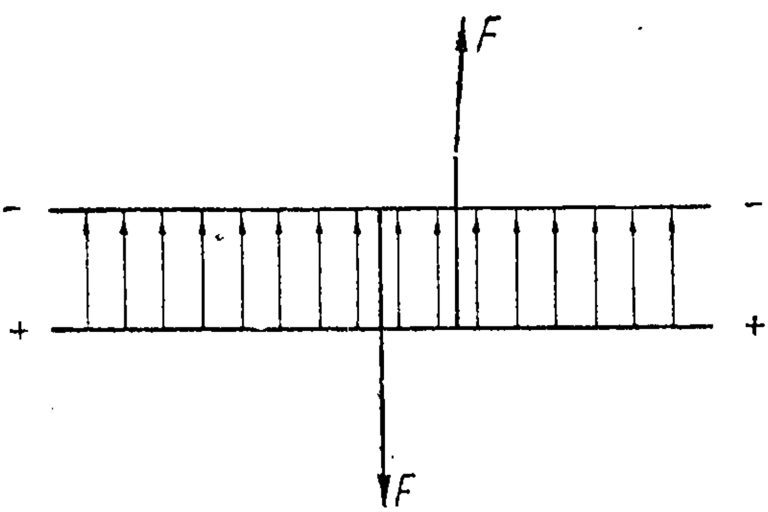


Рис. 63.

а индукция в этом конденсаторе

$$D = 4\pi q. \qquad (33)$$

Как мы видели, из $\frac{4\pi}{\varepsilon} q$ силовых линий половина $\frac{2\pi}{\varepsilon} q$ создана одной пластиной, а другая половина создана другой. Внутри конденсатора оба поля складываются в одинаковом направлении. Величины E и D не зависят от расстояния между пластинками L.

Мы можем себе представить, что поле создано в этом случае следующим путем: сначала обе пластины со своими зарядами находились бесконечно близко друг к другу, так что размеры поля были неизмеримо малы. Обе пластины притягиваются друг к другу с силой F, которая может быть определена из величины напряжения поля E. Действительно, напряжение дает силу, с которой поле действует на единицу заряда, внесенного в это поле. Если напряжение поля умножить на величину внесенного в поле заряда e, то получится величина силы, действующей на весь заряд e.

В данном случае одна из заряженных пластин находится в поле другой заряженной пластины. Каждая единица заряда первой пластины находится в поле, созданном второй пластиной. Напряжение этого поля будет, однако, не $\frac{4\pi}{\varepsilon} q$, а только $\frac{2\pi}{\varepsilon} q$, так как остальные силовые линии созданы самой второй пластиной, которая сама себя конечно притягивать никуда не может. Итак, сила, действующая на единицу заряда на второй пластине, равна $\frac{2\pi}{\varepsilon}q$, а так как на 1 $см^2$ пластины находится q единиц электричества, то этот квадратный сантиметр притягивается с силой

$$f=\frac{2\pi}{\varepsilon}q^2. \tag{34}$$

Если поверхность каждой из пластин равна S, то сила F, притягивающая всю пластину,

$$F=\frac{2\pi}{\varepsilon}q^2\cdot S. \tag{35}$$

Теперь представим себе, что, преодолевая эту силу притяжения F, мы начнем раздвигать пластины конденсатора друг от друга на расстояние L. Величина силы F все время будет оставаться неизменной, и работа, ею произведенная, будет равна

$$W=\frac{2\pi}{\varepsilon}q^2S\cdot L. \tag{36}$$

В результате этого раздвижеиия между пластинами конденсатора появится поле, заполняющее объем

$$\omega=S\cdot L.$$

Приняв, что работа W равна энергии получившегося поля, мы должны утверждать, что все это поле обладает энергией W. Следовательно, каждый куб. сантиметр поля заключает в себе запас энергии

$$w=\frac{W}{\omega}=\frac{2\pi}{\varepsilon}\cdot q^2. \tag{37}$$

Эту энергию мы выразили через заряд q, находящийся на 1 $см^2$ пластины. Но мы можем и отвлечься от зарядов, создавших поле, или не знать о них и судить о поле только по его напряжению E или по индукции D. С этой точки зрения удобнее выразить энергию w не через q, а через одну из величин, характеризующих поле. Это можно сделать, пользуясь ур-ниями (32) и (33).

$$q=\frac{\varepsilon E}{4\pi}=\frac{D}{4\pi}. \tag{38}$$

Подставив эти значения q в ур-ние (37), получим

$$w=\frac{2\pi\varepsilon^2E^2}{16\pi^2\varepsilon}=\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}, \tag{39}$$

или

$$w = \frac{2\pi D^2}{16\pi^2\varepsilon} = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon}. \tag{40}$$

Выражения (39) и (40) определяют энергию одного куб. сантиметра электрического поля с напряжением E или индукцией D в теле с диэлектрической постоянной ε. Каждый элемент объема $d\omega$ обладает следовательно энергией

$$dW = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} d\omega = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon} d\omega. \tag{41}$$

В этих выражениях исчезли уже те заряды q, которые вызвали поле. Мы можем утверждать, что где бы ни находились эти заряды — везде, где имеется поле, измеряемое напряжением E или индукцией D, это поле обладает энергией, определяемой ур-ниями (39), (40) и (41).

Точно так же мы можем выразить и силу притяжения кв. сантиметра электрода f, даваемую ур-нием (34), при помощи существующего на его поверхности электрического поля E или индукции D; для этого подставим значения q из (38) в (34)

$$f = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon}. \tag{34a}$$

Эта сила, переместив электрод на 1 *см*, произведет работу, равную энергии 1 *см*^{3} поля.

Общий случай. То обстоятельство, что мы выбрали однородное поле плоского конденсатора, имело значение только для упрощения расчета. Зная энергию отдельного элемента поля, мы можем вычислить и энергию любого самого сложного электрического поля. Для этого нужно разбить его на столь малые элементы, чтобы поле внутри каждого элемента было достаточно однородным; энергию его дает тогда ур-ние (41). Сложив затем энергии всех отдельных элементов поля, мы получим энергию всего поля.

Символически мы эту сумму энергий всех бесконечно малых элементов поля обозначаем знаком интеграла

$$W = \int dW = \int \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} d\omega = \int \frac{D^2}{8\pi\varepsilon} d\omega, \tag{42}$$

причем интеграл нужно распространить на все элементы объема, занимаемого полем.

Вычислим, например, пользуясь этим приемом, энергию поля, окружающего шар радиуса R, с зарядом e. На расстоянии r от центра шара напряжение поля

$$E=\frac{e}{\varepsilon r^2}. \tag{43}$$

Окружим заряд на расстоянии r и на расстоянии $r+dr$ двумя шаровыми поверхностями (рис. 64). Во всем бесконечно тонком слое между ними напряжение поля везде одинаково и равно выражению (43). Объем этого слоя равен поверхности шара $4\pi r^2$, умноженной на толщину слоя dr, т. е.

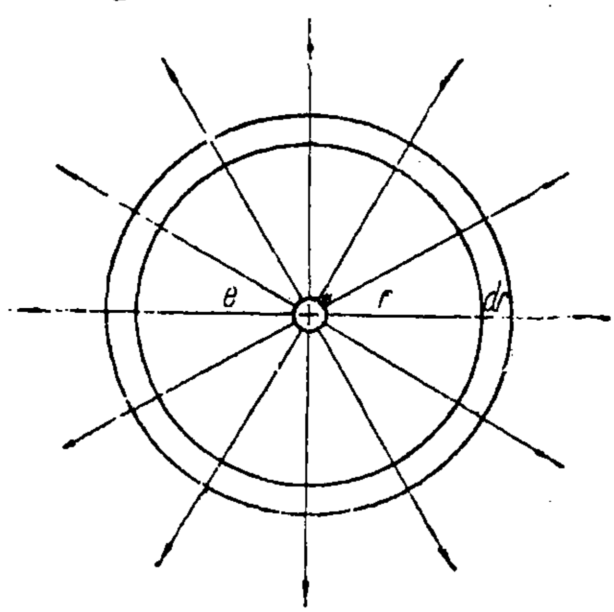
$$d\omega=4\pi r^2 dr.$$

Согласно формуле (42) энергия всего поля выразится так:

$$W=\int\frac{\varepsilon\cdot e^2}{8\pi\cdot\varepsilon^2\cdot r^4}\cdot 4\pi r^2\,dr=\int\frac{e^2}{2\varepsilon}\cdot\frac{dr}{r^2}\,. \tag{44}$$

Если диэлектрическая постоянная во всем поле имеет одинаковое значение, то ее так же, как и величину e^2, можно вынести за знак интеграла:

$$W=\frac{e^2}{2\varepsilon}\int_R^\infty\frac{dr}{r^2}\,. \tag{45}$$



ис. 64.

Интеграл нужно распространить на все поле, которое начинается от поверхности шара, где $r=R$, и простирается во все стороны в бесконечность, где $r=\infty$. Это обстоятельство и отмечено значками, поставленными у интеграла. Знак интеграла обозначает, что нужно просуммировать всевозможные значения $\frac{dr}{r^2}$, начиная от $r=R$ до $r=\infty$. Величина $\frac{dr}{r^2}$ представляет собою дифференциал величины $\left(-\frac{1}{r}\right)$

$$\frac{dr}{r^2}=d\left(-\frac{1}{r}\right)\,. \tag{46}$$

Мы можем переписать выражение (45) следующим образом:

$$W=\frac{e^2}{2\varepsilon}\int_R^\infty d\left(-\frac{1}{r}\right)\,. \tag{47}$$

Но сумма всех бесконечно малых изменений некоторой величины $\left(-\frac{1}{r}\right)$, начиная от $r=R$ и до $r=\infty$, равна изменению этой величины между конечным ее значением, где $r=\infty$, и начальным, где $r=R$, так что

$$\int_{R}^{\infty} d\left(-\frac{1}{r}\right)=\left(-\frac{1}{r}\right)_{r=\infty}-\left(-\frac{1}{r}\right)_{r=R}=0+\frac{1}{R}=\frac{1}{R}\cdot \tag{48}$$

Подставив это значение интеграла в выражение (47), получим окончательное значение энергии поля, окружающего заряженный зарядом e шарик радиуса R:

$$W=\frac{e^2}{2\varepsilon}\cdot\frac{1}{R}\cdot \tag{49}$$

В пустоте или воздухе энергия этого поля

$$W_n=\frac{e^2}{2R}\cdot \tag{50}$$

Мы увидим в следующем параграфе, что к тому же результату мы пришли бы, если бы приписали энергию самому заряду e, а не его полю.

Размеры электрона и протона. Ур-нием (50) можно воспользоваться не только для определения энергии W известного заряженного тела, но иногда и для определения заряда e, если R и W известны, или даже для определения радиуса R, когда известны W и e. Такой случай мы имеем в минимальных зарядах, встречающихся в природе, в отрицательно заряженном электроне и в положительном протоне. Заряд того и другого мы знаем: они численно равны $e=4{,}774\cdot10^{-10}$ абс. эл.-ст. ед. Энергия электрического поля электрона определяется массой $m=9\cdot10^{-28}$ *г*, а протона — массой $M_1=1{,}65\cdot10^{-24}$ *г*. Энергия, как мы уже видели, связана с массой уравнением $W=mc^2$, где c — скорость света, равная $3\cdot10^{10}$ *см/сек*. Отсюда, предполагая, что вся энергия электрона и протона состоит из энергии их электрических полей, мы получаем для энергии электрона $W_1=8{,}1\cdot10^{-7}$ эрг, а протона $W_2=1{,}485\cdot10^{-3}$ эрг. Если оба они имеют форму шара, и заряд их расположен на поверхности его (а такое предположение действительно делалось, когда мы не имели еще никаких данных о физических свойствах элементарных зарядов), то радиус этого шара из ур-ния (50):

$$R=\frac{e^2}{2W}\cdot \tag{51}$$

Для электрона мы получаем отсюда

$$R_э = \frac{(4{,}774)^2 \cdot 10^{-20}}{2 \cdot 8{,}1 \cdot 10^{-7}} = 1{,}4 \cdot 10^{-13}\ см,$$

а для протона

$$R_п = \frac{(4{,}774)^2 \cdot 10^{-20}}{2 \cdot 1{,}485 \cdot 10^{-3}} = 7{,}7 \cdot 10^{-17}\ см.$$

Разумеется, отсюда нельзя сделать обратного заключения, что электрон — это шар с радиусом $1 \cdot 4 \cdot 10^{-13}$ *см*.

§ 6. Потенциал поля.

До сих пор мы определяли электрические поля при помощи напряжения поля E или электростатической индукции D и изображали их картинами силовых линий или линий индукции. Здесь мы рассмотрим еще третью величину — потенциал поля, при помощи которой можно так же точно определить и изобразить поле.

Работа в электрическом поле. Всякое заряженное тело испытывает в электрическом поле силу f, равную произведению его заряда e на напряжение поля E в данной точке

$$f = Ee.$$

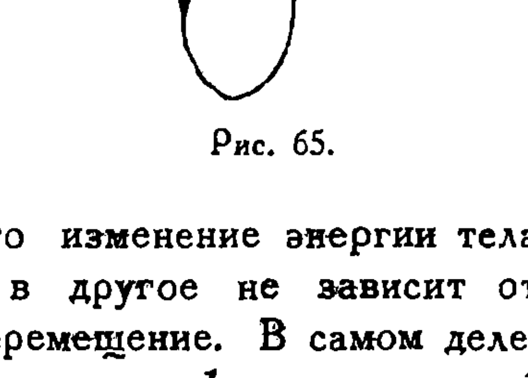


Рис. 65.

Переходя под действием этой силы из данного положения в другое место поля, тело увеличивает или уменьшает свою потенциальную энергию на величину работы, произведенной электрической силой f. В каждой точке поля тело обладает вполне определенной энергией. Можно легко убедиться, что изменение энергии тела при переходе из одного положения в другое не зависит от того, каким образом произошло его перемещение. В самом деле, положим, что, передвигая тело из положения *1* в положение *2* по пути *I* (рис. 65), мы затрачиваем работу w_1 и, следовательно, на такую же величину увеличиваем энергию тела; при переводе же тела из того же начального положения *1* в положение *2* по другому пути *II* затрачиваем работу w_2. Можно доказать, что w_1 всегда равно w_2. Для доказательства представим себе, что мы это тело снова возвращаем в исходное положение *1*, получая при этом энергию w.

Предположим на один момент, что $w_2 > w$. Заставим тело из положения *1* пройти по пути *II* до точки *2* и вернуться обратно в точку *1*. При движении вперед произведена будет работа w_2, при возвращении обратно — получена работа w. В результате у тела останется излишек работы $w_2 - w$. Так как тело вернулось в исходное положение, то опыт этот можно вновь повторять неограниченное число раз, и каждый раз мы будем получать излишек работы $w_2 - w$. Механизм, который производил бы такое движение, оказался бы perpetuum mobile — вечным двигателем, который непрерывно производил бы работу, не затрачивая никакого источника энергии. Такой двигатель мы признали, однако, невозможным. Предположение, что $w_2 > w$, привело нас к невозможным результатам. Так же невозможно предположить, что $w_2 < w$, так как мы непрерывно затрачивали бы работу, не получая никакого другого вида энергии. Это противоречит закону сохранения энергии. Таким образом $w_2 = w$. Точно так же мы можем доказать, что и w_1 не может быть ни больше, ни меньше, чем w, т. е. что $w_1 = w$. Следовательно $w_2 = w_1$.

Итак, при переходе заряда из одного положения внутри электрического поля в другое всегда приходится затрачивать одно и то же количество работы; эта работа и измеряет изменение потенциальной энергии тела. При переходе из одной точки поля в другую различными путями энергия всегда меняется на одну и ту же величину, зависящую только от поля и от заряда данного тела.

Определение потенциала поля. Установленное свойство мы используем, чтобы при помощи энергии заряженного тела в данной точке поля описать самое поле. Для этого мы прежде всего условимся, как отсчитывать энергию тела. Указанный выше прием позволяет нам только узнать изменение энергии при переходе из одной точки в другую, но не самую энергию. Чтобы избавиться от неопределенности, мы условимся считать за нуль энергию заряженного тела в очень большом удалении, за теми пределами, где электрическое поле имеет еще сколько-нибудь заметную величину. Тогда энергией тела в какой-нибудь точке поля мы будем называть ту работу, которую необходимо совершить, чтобы привести тело из бесконечно удаленного его положения в данную точку поля. Энергия заряженного тела в данном поле зависит от двух причин: от заряда самого тела и от того положения, которое оно занимает в поле. Если мы хотим этой энергией характеризовать поле, то мы должны условиться раз навсегда брать тело с одинаковым зарядом. Естественно, как и при определении напряжения поля, относить энергию к единице положительного электричества. Если энергия тела, обладающего зарядом e, равна в данной точке w, то энергия единицы заряда:

$$V = \frac{w}{e}. \tag{52}$$

Величину V мы называем потенциалом поля. Потенциал поля в данной точке численно равен потенциальной энергии, которой обладает единица положительного электричества, приведенная в данную точку поля, т. е. той работе, которую необходимо совершить против сил электрического поля, чтобы перевести единицу положительного электричества из бесконечного удаления в данную точку. Мы убедились, что потенциал имеет в каждой точке вполне определенное значение V, не зависящее от того, каким путем проведена была сюда единица электричества.

Потенциал может быть положительным или отрицательным в зависимости от того, приходилось ли нам затрачивать работу, вводя единичный заряд в поле, или же, наоборот, силы поля сами втягивали заряд в поле, отдавая работу и уменьшая энергию заряда. Легко видеть, что вокруг положительно заряженного тела потенциал поля положителен, вокруг же отрицательно заряженного и потенциал отрицателен.

Потенциал не имеет никакого определенного направления в пространстве; величина его не зависит от того, в каком направлении пришла единица положительного электричества в данную точку. Таким образом потенциал не есть вектор (как напряжение поля или индукция), а скаляр, подобно температуре, плотности и т. п. величинам. Единицы, в которых мы будем измерять потенциал в абсолютной системе, определяются ур-нием (52), где энергия w измерена в эргах, а заряд e — в электростатических единицах. Единицей потенциала обладает такое место поля, где энергия электрической единицы положительного электричества равна 1 эргу. Общепринятая единица потенциала — вольт составляет одну трехсотую этой абсолютной электростатической единицы. А 1 абс. эл.-ст. ед. $= 300$ вольт.

Измерение потенциала в поле. Потенциал поля еще легче измерить на опыте, чем измерить напряжение поля, благодаря свойству, которым обладают все проводники: потенциал на всем протяжении проводника одинаков. Достаточно соединить проводником два металла, чтобы сравнять их потенциалы. Для измерения потенциала поля в данной точке нужно позаботиться только о том, чтобы конец проводника, помещенный в данную точку, принял ее потенциал, — тогда и весь проводник будет иметь тот же потенциал. Если на другом конце — как угодно далеком — проводник соединен с прибором, измеряющим потенциал (электрометром), то электрометр покажет потенциал проводника, а следовательно и того конца его, который принял потенциал данной точки поля. Для того же чтобы заставить конец проводника принять потенциал окружающего его участка поля, нужно сделать и этот участок воздуха проводником. Для этого достаточно поместить на конце проводника небольшое пламя, небольшое количество радиоактивного вещества или еще лучше поместить на конце раскаленную металлическую проволоку и соединить его проволокой с отдельно поставленным электрометром B (рис. 66). Перемещая конец A в поле от точки к точке, можно исследовать постепенно все поле и указать потенциал, существующий в любой точке его.

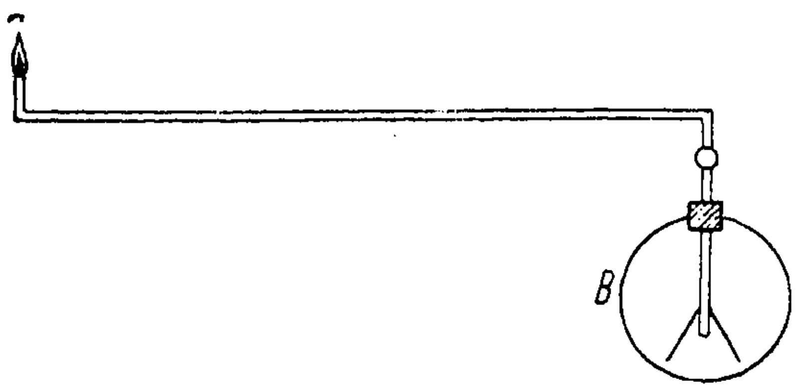


Рис. 66.

Эквипотенциальные поверхности. Описывая поле при помощи потенциала V, мы можем, как это сделано было для напряжения поля, и здесь воспользоваться графическим приемом изображения поля. Для этого мы соединяем все точки, обладающие одинаковым потенциалом. Геометрическое место таких точек образует поверхность, которую мы называем поверхностью равного потенциала или эквипотенциальной поверхностью.

Рассмотрим, например, поле вокруг положительно заряженного шарика. Пунктирными линиями мы будем изображать силовые линии, а сплошными — эквипотенциальные поверхности (рис. 67).

В некоторой точке A поле обладает напряжением E и потенциалом V. Если мы переместимся вдоль силовой линии вперед или назад, то должны будем произвести работу. В первом случае при удалении от заряженного тела потенциал будет убывать, при приближении, наоборот, возрастать на величину произведенной работы. Если же мы будем перемещаться всегда перпендикулярно к напряжению поля или к силовым линиям, то работы производить не будем, и потенциал при этом не изменится.

Исходя из точки A и перемещая в поле единицу заряда в любом направлении, но всегда перпендикулярно к радиально идущим силовым линиям, мы будем оставаться при одинаковом потенциале. Двигаясь в плоскости чертежа, мы получим круг, а перемещая заряд и во всех других направлениях, мы, очевидно, образуем шаровую поверхность, со всех сторон охватывающую центральный заряд и везде перпендикулярную к радиальным силовым линиям. Все точки этой шаровой поверхности имеют тот же потенциал, что и точка A.

В точке B, лежащей ближе к заряженному телу, потенциал больше. И здесь, перемещаясь перпендикулярно к силовым линиям, мы всегда будем оставаться при одном и том же потенциале и образуем новую эквипотенциальную поверхность. Такие поверхности мы можем провести через любую точку поля.

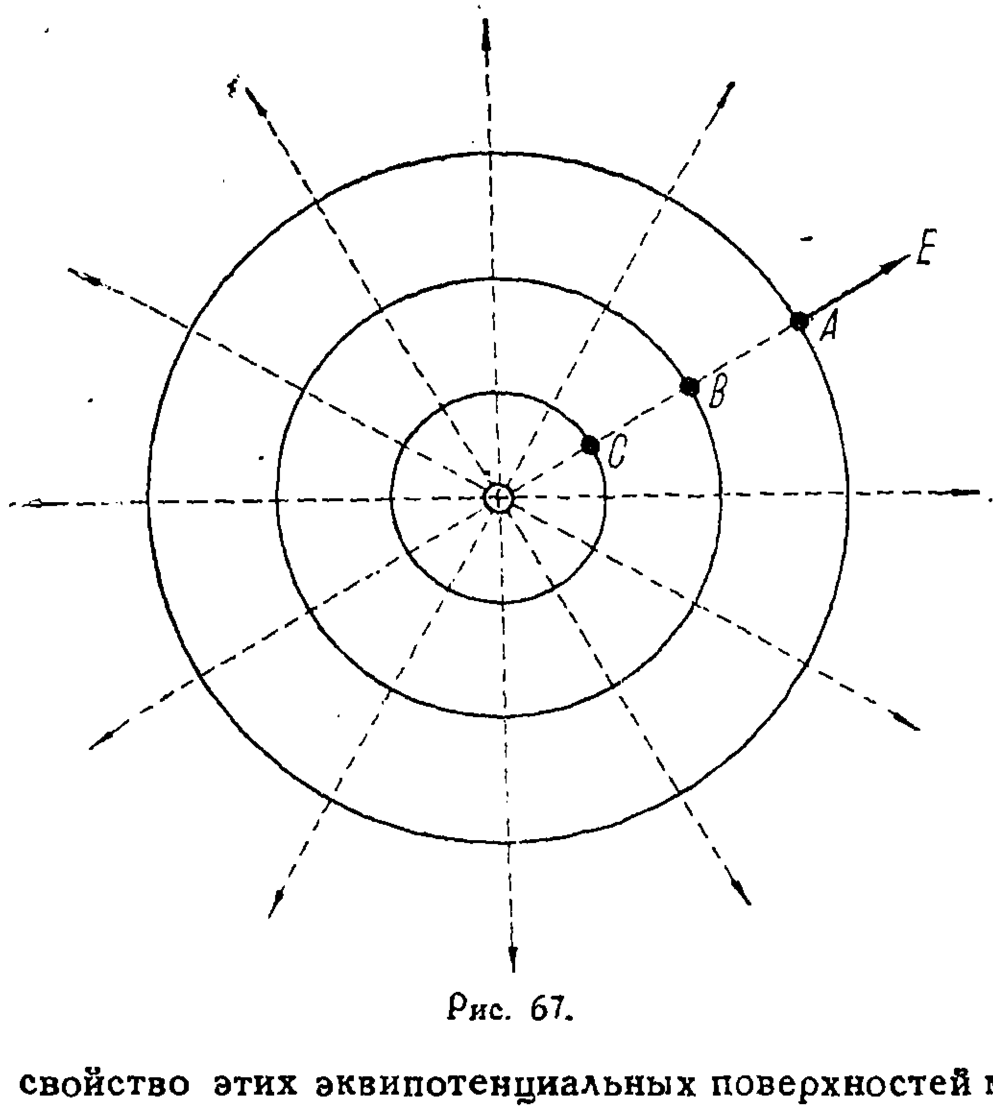


Рис. 67.

Одно свойство этих эквипотенциальных поверхностей мы видим из самого их построения: эквипотенциальная поверхность во всех своих точках нормальна к силовым линиям в соответственных точках поля. Далее, мы можем заключить, что эквипотенциальные поверхности, как и силовые линии, не пересекаются между собою. Через данную точку поля проходит только одна эквипотенциальная поверхность, так как может существовать только одна плоскость, нормальная к силовой линии в этой точке.

Изображение поля при помощи потенциала. В таком виде картина эквипотенциальных поверхностей еще ничего нам не говорит о силе поля в разных точках. Однако можно добиться такого же полного описания поля, как это удалось сделать с силовыми линиями, если условиться проводить эквипотенциальные поверхности не через любые произвольно избранные точки A, B, C, . . . , а нанести все те эквипотенциальные поверхности, в которых потенциал выражается целыми числами 1, 2, 3, 4, 5 . . . Тогда в двух соседних эквипотенциальных поверхностях потенциал отличается ровно на единицу. Разность потенциалов есть та работа, которую нужно совершить, чтобы перевести единицу положительного электричества с одной поверхности на другую. В тех местах, где напряжение поля больше, единица заряда движется под действием бо́льшей силы, и путь, который ей нужно пройти, чтобы произвести один эрг работы, будет меньше. Следовательно там, где напряжение поля больше, эквипотенциальные поверхности расположены гуще, ближе друг к другу; в местах же, где поле слабее — расстояние между двумя соседними поверхностями больше.

Связь между картиной силовых линий и эквипотенциальных поверхностей. Нетрудно установить и количественное соотношение между напряжением поля E и взаимным расстоянием d двух соседних эквипотенциальных поверхностей. Расстояние d между ними мы будем измерять по направлению нормали к ним, которая, как мы видели, совпадает с направлением силовой линии. Представим себе, что единица положительного электричества перешла в этом направлении с одной поверхности на соседнюю. Действующая на нее сила равна была напряжению поля E, путь же, пройденный ею в направлении действия этой силы, есть расстояние между поверхностями d. Работа, произведенная при этом переходе, равна $E \cdot d$. С другой стороны, при переходе единицы заряда с одной поверхности на соседнюю затрачивается единица работы. Следовательно

$$E \cdot d = 1; \tag{53}$$

$$d = \frac{1}{E}; \quad E = \frac{1}{d}. \tag{53a}$$

Расстояние между соседними поверхностями равно единице, деленной на напряжение поля, или напряжение поля равно единице, деленной на расстояние между двумя соседними поверхностями.

Итак, нормаль к эквипотенциальной поверхности определяет направление напряжения поля, а величина напряжения определяется как $\frac{1}{d}$. По картине эквипотенциальных поверхностей мы можем судить и о том, в какую сторону направлено напряжение поля. В самом деле, при переходе от низшего потенциала к высшему приходится затрачивать работу и следовательно перемещаться против электрических сил. При перемещении же от высшего потенциала к низшему сами электрические силы производят работу и уменьшают потенциал. Та сторона нормали к эквипотенциальной поверхности, которая направлена от высшего потенциала к низшему, указывает направление силовых линий поля.

Изображение электрического поля при помощи эквипотенциальных поверхностей совершенно равнозначно с картиной силовых линий. Имея одну из этих картин, мы легко можем получить другую. Имея, например, картину эквипотенциальных поверхностей, мы

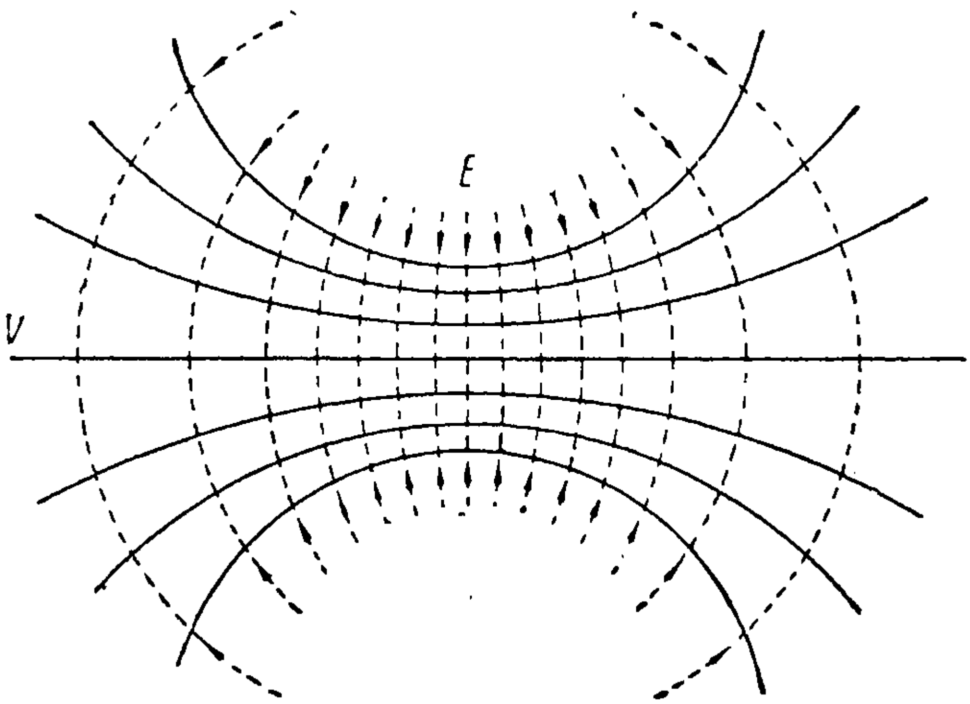


Рис. 68.

можем построить картину силового поля следующим образом (рис. 68). Проведем силовые линии так, чтобы они везде были нормальны к поверхностям и направлены от бо́льших потенциалов к меньшим; густота же силовых линий везде должна соответствовать густоте поверхностей. В том месте, например, где расстояние между поверхностями $d = 0{,}2$ *см*, где, следовательно, на 1 *см* приходится 5 поверхностей, нужно провести через 1 *см*^{2} эквипотенциальной поверхности нормально к ней 5 силовых линий. В самом деле, число силовых линий через 1 *см*^{2} дает напряжение поля E, которое, как мы видели, равно $\frac{1}{d}$.

Наоборот, имея картину силовых линий E, мы можем построить систему нормальных к ним поверхностей на таких относительных расстояниях, чтобы на 1 *см* длины силовой линии пришлось бы число поверхностей, численно равное E, т. е. числу силовых линий на 1 $см^2$ поперечного сечения.

Когда поле резко меняется от точки к точке, то уже на небольших расстояниях и V и E изменяются. Чтобы описать его в этом случае, мы рассматриваем настолько малые участки этого поля, чтобы на их протяжении поле можно было считать однородным. В пределе мы переходим к бесконечно-малым участкам, в которых V и E имеют вполне определенное значение.

Перемещая единицу электричества по направлению нормали n к поверхности, т. е. по направлению силовой линии, на величину dn, мы получаем работу $E \cdot dn$; при этом потенциал поля уменьшается на величину

$$-dV = E \cdot dn$$

$$E = -\frac{dV}{dn}. \tag{54}$$

Напряжение электрического поля в любой точке равно взятой с обратным знаком производной потенциала по нормали к поверхности, т. е. по направлению силовой линии в этой точке.

Изобразим здесь картину эквипотенциальных поверхностей для некоторых рассмотренных уже ранее случаев.

1. Заряженный шар. Расмотрим удаленный от всех других тел шар радиуса r_0, на поверхности которого расположен заряд $+e$. Эквипотенциальные поверхности представляются здесь (рис. 69) шаровыми поверхностями, густота которых убывает с удалением от центра шара обратно пропорционально квадрату расстояния r. Величина потенциала возрастает по мере приближения к шару.

Определим потенциал в какой-нибудь точке на расстоянии r, где напряжение поля равно

$$E = \frac{e}{r^2}.$$

Приближая единицу заряда к шару от расстояния r_1 до расстояния r, мы совершаем работу, равную изменению потенциала

$$V - V_1 = -\int_{r_1}^{r} E\,dr = -e\int_{r_1}^{r} \frac{dr}{r^2} = -e\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right)$$

$$V - V_1 = \frac{e(r_1 - r)}{r_1 r} = \frac{e}{r} - \frac{e}{r_1}. \tag{55}$$

Расстояния r_1 и r_2 здесь могут быть какими угодно. Так как мы условились считать потенциал в бесконечном удалении равным нулю, то положим здесь $r_1 = \infty$, а $V_1 = 0$. Тогда ур-ние (55) даст нам потенциал V в любой точке поля, находящейся на расстоянии r.

$$V = \frac{e}{r}. \tag{56}$$

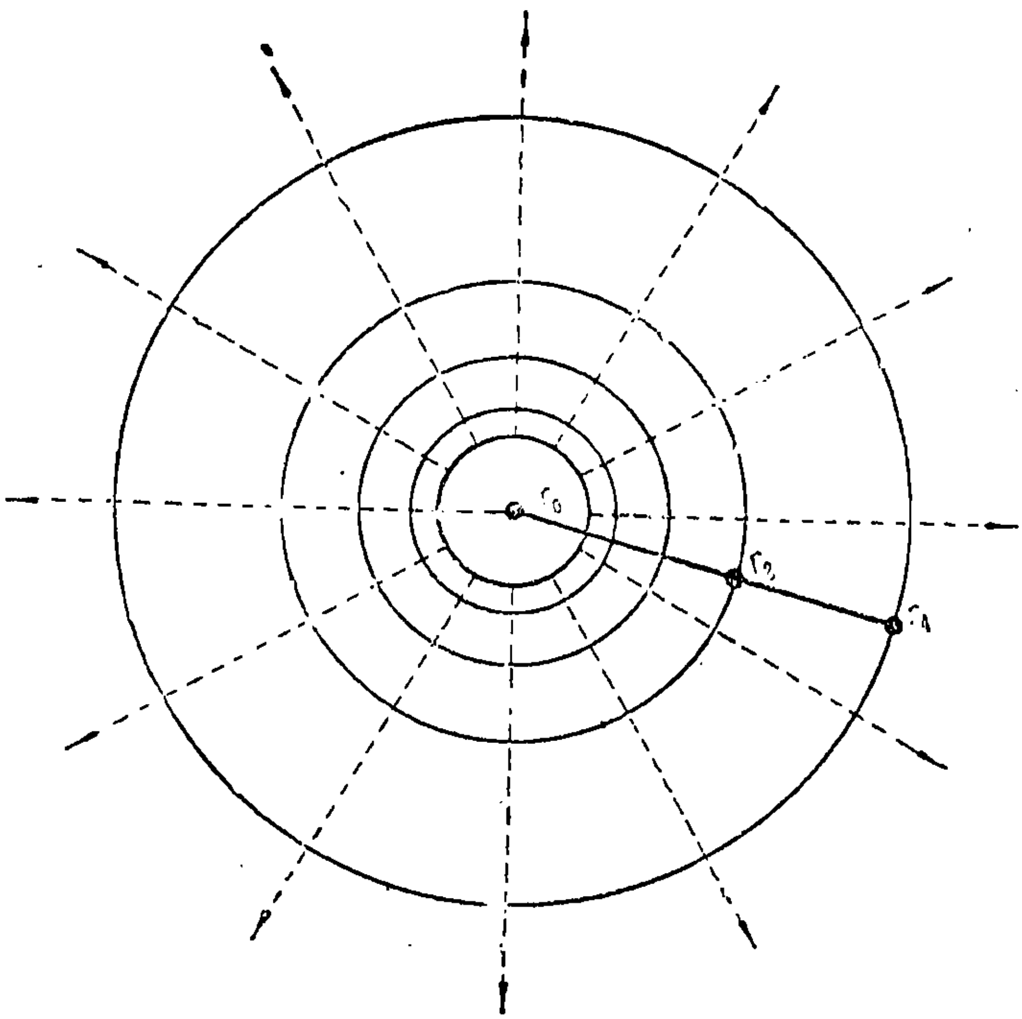


Рис. 69.

В частности на поверхности заряженного шара радиуса R потенциал

$$V_0 = \frac{e}{R}. \tag{57}$$

Таким образом потенциал на поверхности заряженного шара прямо пропорционален его заряду и обратно пропорционален радиусу.

2. Цилиндр. Цилиндр радиуса r_0 длиною L и с зарядом $+q$ единиц на 1 *см* длины. Напряжение поля такого достаточно длинного по сравнению с его диаметром цилиндра мы определили:

$$E = \frac{2q}{r}.$$

Силовые линии поля направлены по радиусам перпендикулярно к оси цилиндра (рис. 70). Легко видеть, что эквипотенциальные поверхности будут коаксиальными цилиндрами (с общей осью). Густота цилиндрических поверхностей убывает с удалением от оси обратно пропорционально первой степени радиуса.

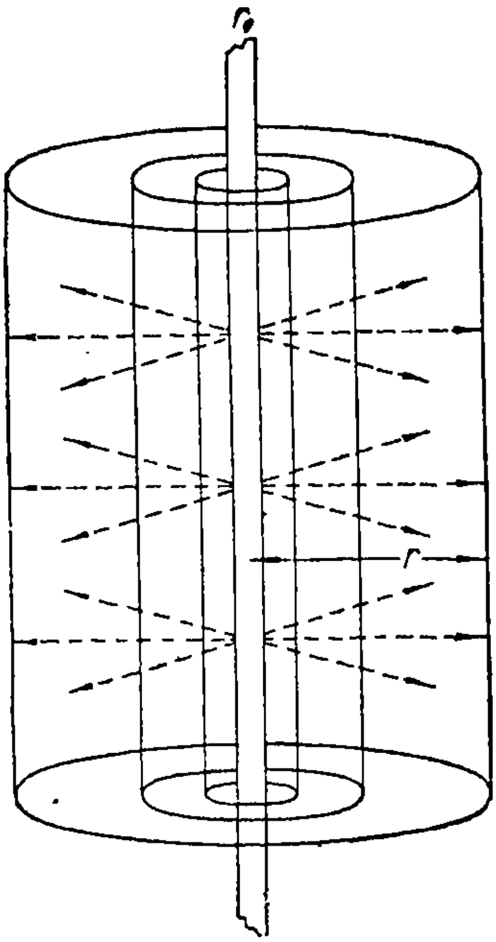


Рис. 70.

Для вычисления потенциала в некоторой точке на расстоянии r от оси мы должны были бы подсчитать работу, производимую против силы E при внесении единицы заряда из бесконечного удаления $r=\infty$ до данной точки.

Эта работа для бесконечно длинного заряженного цилиндра равна бесконечности. Конечной же длины цилиндр создает цилиндрические эквипотенциальные поверхности лишь на расстояниях, малых по сравнению с длиной цилиндра. Поэтому мы не имеем данных для вычисления работы, затрачиваемой единицей заряда от бесконечности до поверхности цилиндра. Работа же при передвижении единицы заряда с поверхности цилиндра радиуса r до расстояния r' от оси может быть вычислена и выразится

$$V=-\int_{r}^{r'} E\,dr=-\int_{r}^{r'} \frac{2q}{r}\,dr=-2q\int_{r}^{r'} \frac{dr}{r}.$$

Согласно правилам интегрального исчисления это выражение равно

$$V=-2q\,\mathrm{lgn}\,\frac{r'}{r}. \qquad (58)$$

3. Плоскость. Для нее мы определили напряжение поля на расстояниях, малых по сравнению с размерами плоскости. Здесь

$$E=2\pi q,$$

где q—заряд каждого кв. сантиметра площади; напряжение не зависит от расстояния. Эквипотенциальные поверхности на небольших расстояниях представляют собою ряд равноотстоящих плоскостей, параллельных заряженной плоскости (рис. 71). Вычисление вели чины потенциала встречает и здесь те же трудности, так как нужно было бы знать поле на больших расстояниях от плоскости.

Изменение же потенциала при переходе от данной плоскости до небольшого от нее расстояния x выразится

$$V=\int_0^x 2\pi q\,dx=2\pi qx. \tag{59}$$

4. Заряженный слой. Здесь напряжение поля возрастает от средней плоскости в обе стороны. Если заряд, находящийся в 1 *см*³ этого слоя, мы обозначим через ρ, то при удалении на длину dn по направлению силовых линий напряжение возрастает по закону:

$$dE=4\pi\rho\,dn,$$

$$\frac{dE}{dn}=4\pi\rho. \tag{60}$$

Эквипотенциальными поверхностями здесь будут нормальные к силовым линиям плоскости, густота которых возрастает с удалением от середины.

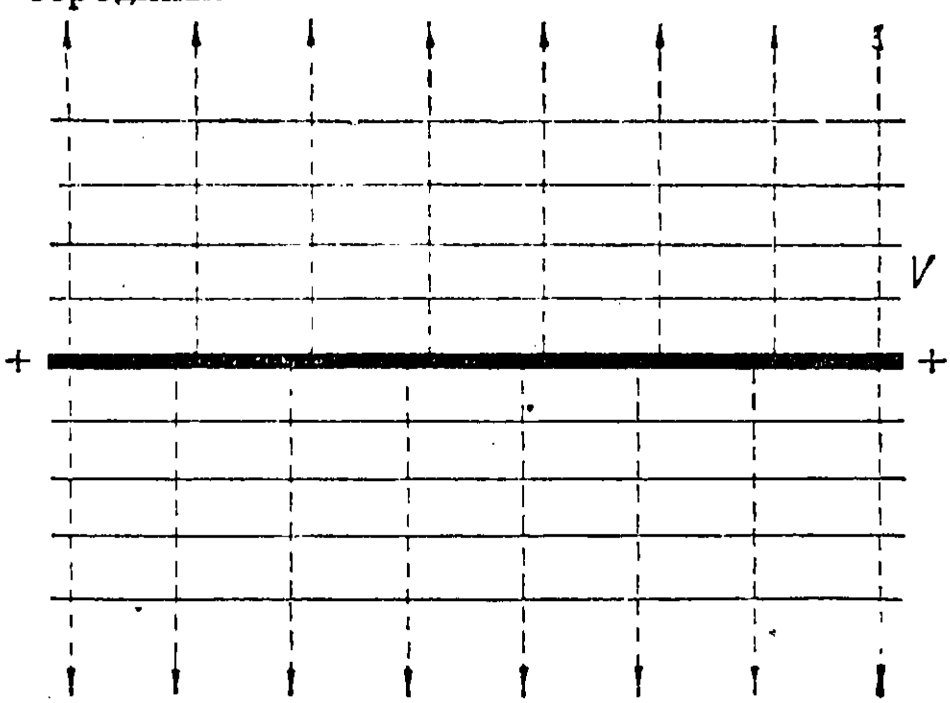


Рис. 71.

Так как напряжение поля в каждой точке определяется из распределения потенциала по формуле

$$E=-\frac{dV}{dn}, \tag{61}$$

то связь между потенциалом и зарядом мы получим, подставив значение E в ур-ние (60)

$$-\frac{d\dfrac{dV}{dn}}{dn}=4\pi\rho.$$

Результат операции, при которой сначала берется производная от V по n, а затем от этой производной снова берется производная, называется образованием **второй производной** от V по n и обозначается так:

$$\frac{d^2 V}{dn^2} = -4\pi\rho. \tag{62}$$

Рассмотрим шар, заряженный по всему объему равномерно с плотностью ρ единиц заряда в куб. сантиметре. Возьмем шаровую поверхность с радиусом r. Внутри нее приходится $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ единиц заряда и проходит $4\pi \cdot \frac{4}{3} r^3 \rho$ линий индукции. Поверхность равна $4\pi r^2$. Следовательно через каждый кв. сантиметр шаровой поверхности проходит $\frac{4}{3}\pi \cdot r \cdot \rho$ линий $E = \frac{4}{3}\pi \cdot \rho \cdot r$.

$$\frac{dE}{dr} = \frac{4}{3}\pi\rho$$

$$\frac{d^2 V}{dr^2} = -\frac{4}{3}\pi\rho. \tag{63}$$

5. Объемные заряды в электрическом поле. Часто приходится иметь дело с зарядами, находящимися в электрическом поле, создаваемом заряженными проводниками. Рассмотрим например плоский конденсатор, между пластинами которого поддерживается определенная разность потенциалов V, и допустим, что пространство между обкладками конденсатора заполнено равномерно положительным зарядом (рис. 72а).

К линиям индукции пластин конденсатора прибавляются линии объемного заряда, направленные в обе стороны от середины конденсатора. Густота этих линий возрастает при переходе от середины к обкладкам и остается неизменной за ее пределами. В левой половине внутри конденсатора поле конденсатора и поле объемных зарядов совпадают по направлению, в правой — противоположны. От сложения обоих полей мы получаем картину линий индукции с возрастающей густотой от правой обкладки к левой. За пределами конденсатора поле его отсутствует, и мы имеем лишь линии индукции объемного заряда. Вытекающая отсюда картина распределения поля E потенциала V показана на рис. 72а.

Еще большее практическое значение имеет случай, когда внутри конденсатора имеются в равном количестве заряды обоих знаков,

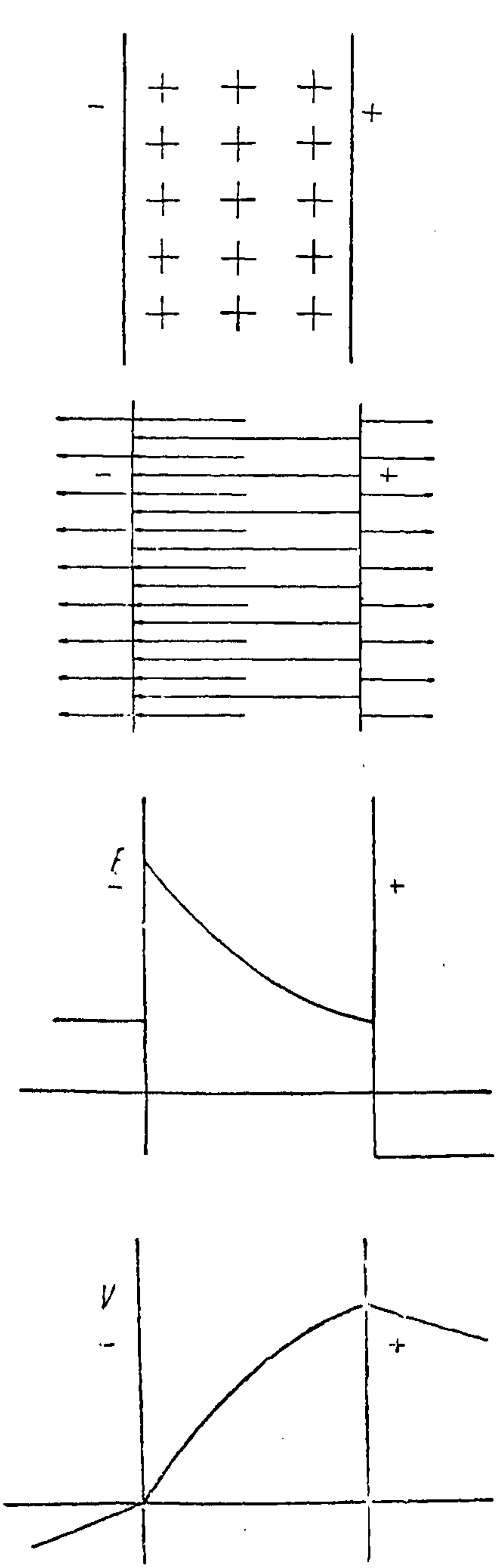


Рис. 72а.

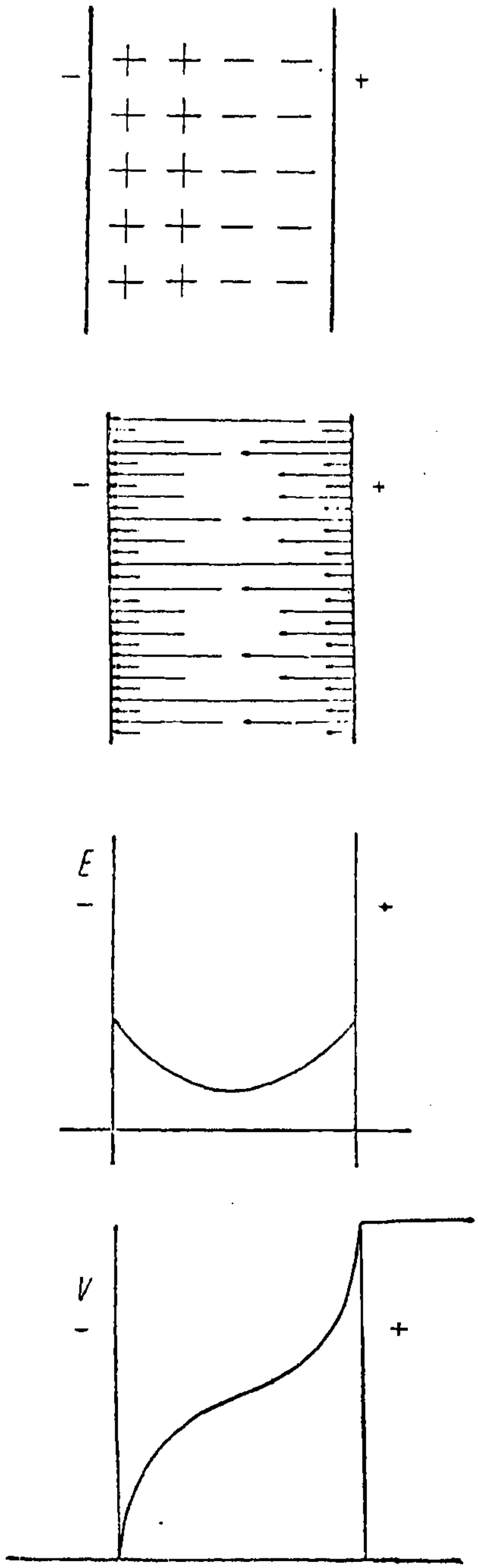


Рис. 72б.

причем положительные заряды расположены вблизи отрицательно заряженной пластины и наоборот.

Такое распределение зарядов получится, если заряды внутри конденсатора способны смещаться. Тогда электрическое поле конденсатора сместит положительные заряды по полю влево, а отрицательные — против поля вправо. Так как число тех и других одиково, то вне конденсатора поля не будет, а то изменение линий индукции поля и распределения потенциала, которое будет вызвано таким раздвижением зарядов, показано на рис. 72б. Поле в средней части может сделаться равным нулю, если плотность объемных зарядов вблизи обкладок достаточно велика.

6. Диполь. От картины силовых линий вокруг диполя (пунктирные линии) можно перейти к картине эквипотенциальных поверхностей, изображенных на рис. 73 сплошными линиями.

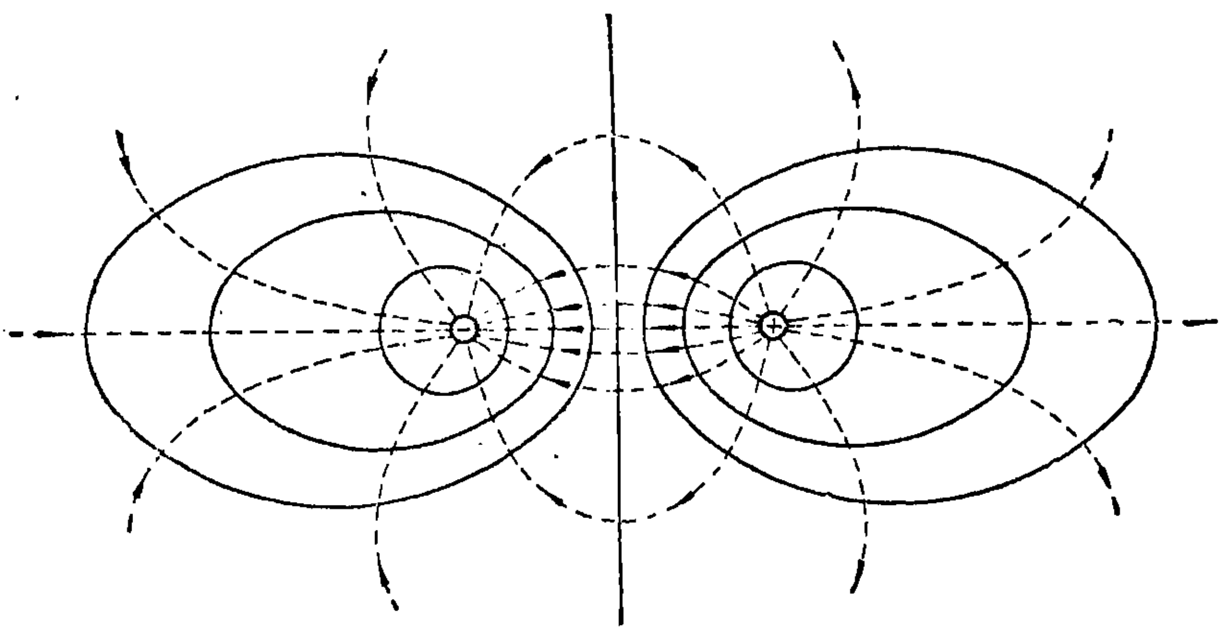


Рис. 73.

Электроемкость. В те времена, когда электричество, как и теплоту, представляли себе в виде невесомой жидкости, процесс зарядки тела представлялся как наполнение его некоторым количеством электрической жидкости, подобно тому как нагревание объясняли наполнением некоторым количеством q тепловой жидкости. При этом тело может обладать большей или меньшей „емкостью“ c для данной жидкости, в зависимости от которой температура T или потенциал V тела подымается на известную высоту. Под теплоемкостью c мы понимаем отношение количества подведенной теплоты dq к повышению тампературы dT

$$c = \frac{dq}{dT}.$$

Совершенно аналогично под электроемкостью C мы понимаем отношение подведенного количества электричества de к повышению потенциала dV

$$C = \frac{de}{dV}. \tag{64}$$

Если емкость есть величина постоянная, то можно перейти от бесконечно малых изменений к конечным и написать:

$$q = c(T_2 - T_1)$$

$$e = C(V_2 - V_1). \tag{64a}$$

По отношению к теплоте это допустимо только в небольших пределах температур, так как теплоемкость резко меняется с температурой, а вблизи абсолютного нуля становится равной нулю.

Что же касается электричества, то электроемкость для всякого твердого металла, например, можно считать постоянной (если пренебречь очень малым изменением его размеров под действием электрического заряда); и поэтому ур-ние (64a) можно переписать и в таком виде:

$$e = C \cdot V, \tag{65}$$

где под e мы понимаем весь сообщенный телу заряд, а под V — потенциал на его поверхности.

Мы знаем уже, что потенциал во всех точках проводника одинаков; следовательно V — это в то же время потенциал всего проводника.

Итак, электроемкость проводника мы можем определить как отношение находящегося на нем заряда e к его потенциалу V:

$$C = \frac{e}{V}. \tag{66}$$

Обращаясь к случаю заряженного шара, мы можем подставить вместо V значение потенциала шара из ур-ния (57); тогда

$$C = R. \tag{67}$$

Электроемкость шаровой поверхности или шара из проводника численно равна его радиусу.

Электроемкость представляет собою в электростатической системе единиц некоторую геометрическую величину — длину. Она не зависит совсем от физических свойств проводника и его заряда, а только от его размеров и расстояния до окружающих тел. Электроемкости железного, свинцового или медного шаров равны, если равны их радиусы. Изменится электроемкость только тогда, когда изменятся размеры или форма тела. В этом отношении электроемкость существенно отличается от теплоемкости, зависящей и от химической природы и от физического состояния нагреваемого тела, но не зависящей от формы тела и от близости других тел. В абс. эл.-ст. системе электроемкость измеряется в сантиметрах. В практической системе общепринятой в электротехнике единицей емкости является фарада; 1 фарада (1F) $= 9 \cdot 10^{11}$ *см*. Так как фарада как единица слишком велика, пользуются микрофарадой $= 10^{-6}$ фарады. 1 микрофарада, $1\mu F = 9 \cdot 10^5$ *см*. Шар из проводника с радиусом $r = 6 \cdot 10^8$ *см*, равным радиусу земного шара, обладал бы емкостью $6 \cdot 10^8$ *см* или $700\,\mu F$.

Выражение энергии заряженного тела через потенциал. Определим энергию, которой обладает заряженное тело. Пусть тело, обладающее емкостью C, получило заряд e_0, вследствие чего потенциал его получил значение V_0. Энергия его равна той работе, которую необходимо было затратить, чтобы из незаряженного состояния перевести его в заряженное, т. е. той работе, которую мы произвели, подводя телу заряд e_0.

При этом надо иметь в виду, что работа, которую мы затрачиваем на каждую подводимую единицу электричества, равна потенциалу V, который в данный момент имеет тело; а этот потенциал возрастает по мере того, как мы подводим телу все новые и новые порции электричества. В тот момент, когда на теле находится уже заряд e, потенциал его равен

$$V = \frac{e}{C}.$$

Вначале, когда $e = 0$, и $V = 0$, т. е. подведение первой порции электричества не требует никакой энергии, а затем работа при подведении каждой следующей возрастает пропорционально количеству электричества e, уже имеющемуся на теле. В конце зарядки — потенциал V_0, и для последней единицы электричества требуется уже работа V_0. Так как работа, затраченная для подведения каждой единицы заряда, равномерно возрастала от 0 до V_0, то мы можем положить, что в среднем на одну единицу подведенного заряда расходовалась работа $\frac{V_0}{2}$, а следовательно на e_0 единиц электричества

$$U = e_0 \frac{V_0}{2};$$

здесь U и выразит энергию заряженного тела.

Более строго тот же результат можно получить, рассматривая работу, затрачиваемую на подведение заряда de. Эта работа равна

$$V\,de = \frac{e}{C}\,de.$$

Вся работа, затраченная на зарядку количеством электричества e_0, равна

$$W = \int_0^{e_0} \frac{e}{C}\,de = \frac{1}{C}\frac{e^2_0}{2} = \frac{e^2_0}{2C} = \frac{e_0 V_0}{2} = \frac{V_0^2 c}{2}. \tag{68}$$

Применяя ур-ние (68) к шару радиуса R, обладающему зарядом e, мы подставим из ур-ния (67) значение емкости шара $C = R$ и получим энергию шара U в виде

$$U = \frac{e^2}{2R}. \tag{69}$$

Сравнивая это выражение с ранее полученной энергией электрического поля, окружающего заряженный шар (ур-ние 50), мы убеждаемся, что оба выражения совпадают. Каждое из них выражает работу, необходимую для зарядки шара, или, что то же самое, для создания окружающего его поля. Ур-ние (69) мы могли бы толковать так, что энергией этой обладает само заряженное тело, по ур-нию же (50) приходится рассматривать энергию, распределенную во всем поле, окружающем тело. Пока мы ограничиваемся постоянными полями, окружающими заряженные тела,—оба толкования, как мы видим, приводят к одинаковым результатам.

§ 7. Проводники.

По отношению к электрическому полю различные тела делятся на два класса: проводники и изоляторы. В то время как в пустоте и в изоляторах (воздухе, других газах, парафине, масле, сере, стекле) поле, созданное заряженным телом, может существовать длительно, внутри проводников оно исчезает почти мгновенно. Правда, существуют и промежуточные по своим свойствам тела, которые называют полупроводниками, в которых поле существует, но постепенно ослабевает и в конце концов вовсе исчезает. Одно и то же тело может быть при одних условиях (например при высокой температуре или в жидком состоянии) хорошим проводником, а при других (при низкой температуре или в твердом виде) — изолятором, причем переход от одних свойств к другим совершается при нагревании непрерывно.

В проводииках имеется какой-то механизм, который сам уничтожает электрнческое поле и тем скорее, чем лучше проводит тело. В изоляторах поле сохраняется длительно, ио мы видели уже, что напряжение поля E в диэлектрике всегда меньше, чем напряжеиие E_0 в пустоте, в некоторое число раз ε, называемое диэлектрической постоянной

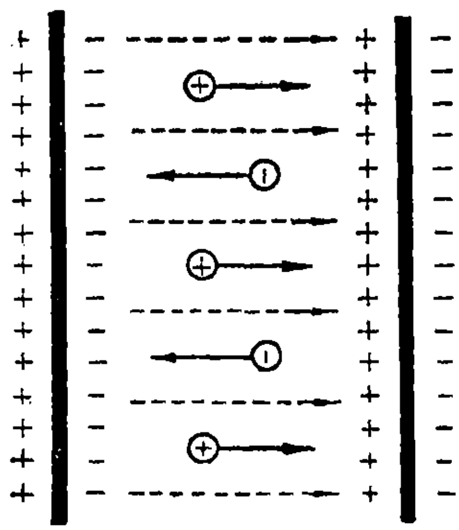


Рис. 74.

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

Строго говоря, нет тел, в которых электрическое поле существовало бы без изменения неограниченное время. Оно всегда исчезает более или менее быстро или медленно. Так например, поле ослабевает наполовину в воздухе через много дней, в стекле—через несколько часов, в воде — менее чем в секунду, а в меди — через миллиардные доли секунды. Только абсолютную пустоту можно считать идеальным изолятором. Свойствами идеального проводника обладают некоторые металлы вблизи абсолютного нуля температур в состоянии сверхпроводимости.

Причииа проводнмости. Как причину, уничтожающую поле в проводнике и ослабляющую его в изоляторе, мы рассматриваем перемещение в данном теле зарядов. В проводниках имеется большое число зарядов иногда одного, иногда обоих знаков, которые способны под влиянием действующих на них электрических сил передвигаться по проводнику. Перемещаясь под действием электрических сил, заряды создают свое собственное поле, которое всегда противоположно основному, и такое перемещение зарядов будет продолжаться до тех пор, пока причина, приводящая их в движение, т. е. электрическое поле, совсем не исчезнет. Для примера рассмотрим поле, созданное двумя противоположно заряженными пластинами [(рис. 74), где положительная пластина слева, а отрицательная справа)]. Если между пластинами помещен проводник, то находящиеся в нем положительные заряды переместятся вправо по направлению силовых линий, а отрицательные — влево. Эти заряды, подходя к противоположно заряженным пластинам, создадут поле, направленное справо налево, и движение зарядов будет продолжаться до тех пор, пока оба поля не уничтожат друг друга во всем объеме проводника.

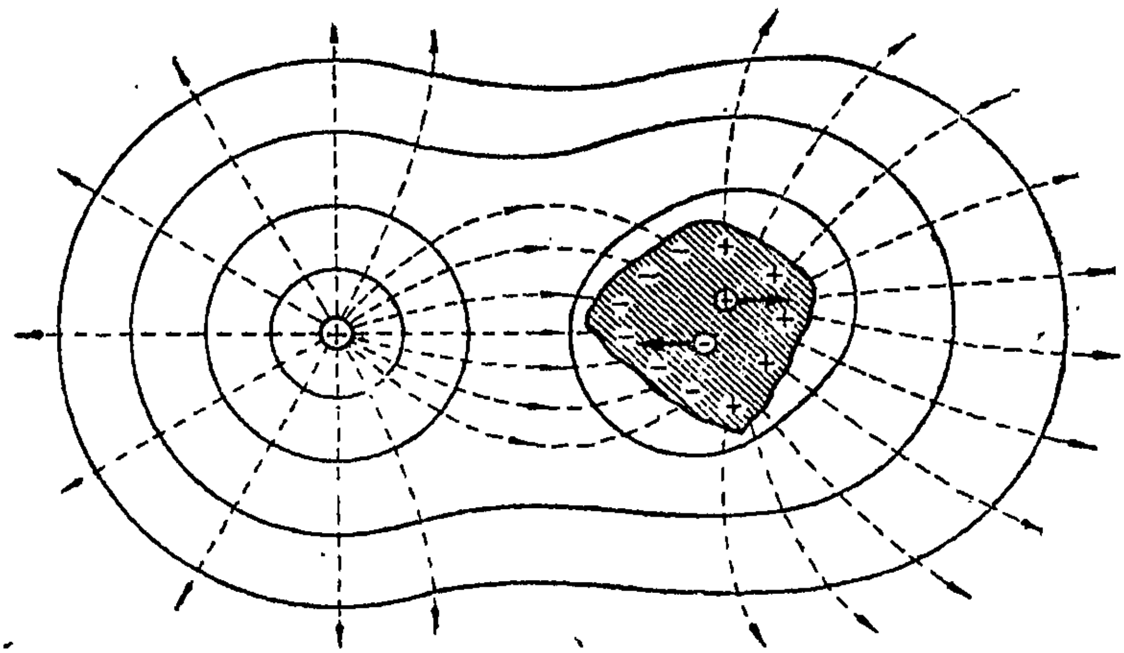


Рис. 75а.

Такое же явление произойдет, если проводник внести в поле любого заряженного тела. И здесь заряды переместятся к краям проводника и создадут в нем поле обратного направления, уничтожающее первоначальное поле, существовавшее в этом месте (рис. 75а). Ближайшая к заряду поверхность проводника зарядится противоположным электричеством, тогда как равное ему количество одноименного электричества переместится к более отдаленной поверхности металла. В результате, как легко видеть, между зарядом и металлом появятся силы взаимного притяжения. Если заряд находится настолько близко к плоской поверхности металла (рис. 75б), что телесный угол, под которым видна плоскость металла со стороны заряда, близок к 2π, то противоположные заряды, вызванные на поверхности металла (рис. 75б), притягивают данный заряд к металлу с силой, которая как раз равна той силе, которую заряд испытал бы со стороны равного ему разноимен-

Рис. 75б.

ного заряда, расположенного внутри металла на расстоянии от поверхности, равном расстоянию от нее до данного заряда. Результат таков, как если бы внутри металла находился заряд, представляющий зеркальное изображение данного заряда от поверхности металла. При удалении заряда от металла приходится затрачивать работу против этой силы. Сила убывает с удалением заряда как квадрат двойного расстояния от заряда до поверхности, так как с удалением заряда $+e$ на *a см* от поверхности на столько же удаляется и его зеркальное изображение $-e$, и их взаимное расстояние становится равным $2a$.

Механизм движения зарядов в поле будет рассмотрен подробнее в главе об электрическом токе.

§ 8. Диэлектрики.

Причина ослабления поля в диэлектрике. Изоляторы отличаются от проводников тем, что в них очень мало свободных зарядов, способных перемещаться по всей массе тела; но и в них имеются в громадном количестве связанные заряды, так как каждый атом и каждая молекула построены из электрических зарядов. Эти заряды удерживаются в определенных положениях равновесия. Под действием электрического поля они смещаются несколько в сторону действующей на них силы тем дальше, чем больше напряжение поля.

В каждой молекуле и в каждом атоме положительные заряды оказываются поэтому смещенными по направлению поля, отрицательные—в противоположном направлении.

Таким образом каждая молекула и атом становятся в электрическом поле диполями и все эти диполи располагаются своими осями вдоль по полю. Если молекула по своему строению была уже диполем и без электрического поля, то в поле она должна повернуться и стать по направлению поля (рис. 76).

Эти явления свойственны преимущественно жидким и газообразным телам, где молекулы не закреплены так прочно, как в твердых телах, и способны поэтому вращаться.

Повороту всех готовых дипольных молекул вдоль поля противодействует тепловое движение, которое, наоборот, стремится разбросать диполи по всевозможным направлениям.

В конечном счете в каждый момент имеется определенная часть молекул, ориентированных по полю. Эта часть тем больше, чем ниже температура.

Электрическое поле, создаваемое каждым таким диполем, как легко видеть из рис. 75а и 76, всегда противоположно основному.

Присутствие диполей ослабляет поле тем сильнее, чем больше диполей в нем находится и чем больше момент каждого диполя, а последний тем больше, чем легче под действием данного поля смещаются заряды внутри молекул, чем слабее они там закреплены. Моменты, существующие в некоторых молекулах, значительно больше тех, которые получаются под действием поля. Поэтому присутствие в теле способных вращаться дипольных молекул приводит обычно к сильному ослаблению поля и к большему значению диэлектрической постоянной. В парафине ($\varepsilon = 2{,}1$), бензоле ($\varepsilon = 2{,}28$) имеется только смещение зарядов внутри отдельных молекул. В воде ($\varepsilon = 81$), нитробензоле ($\varepsilon = 36{,}5$) к смещению присоединяется поворот готовых диполей. Впрочем в некоторых твердых телах, например рутиле, ($\varepsilon = 175$) происходят и под действием поля значительные смещения зарядов, создающие большие значения ε.

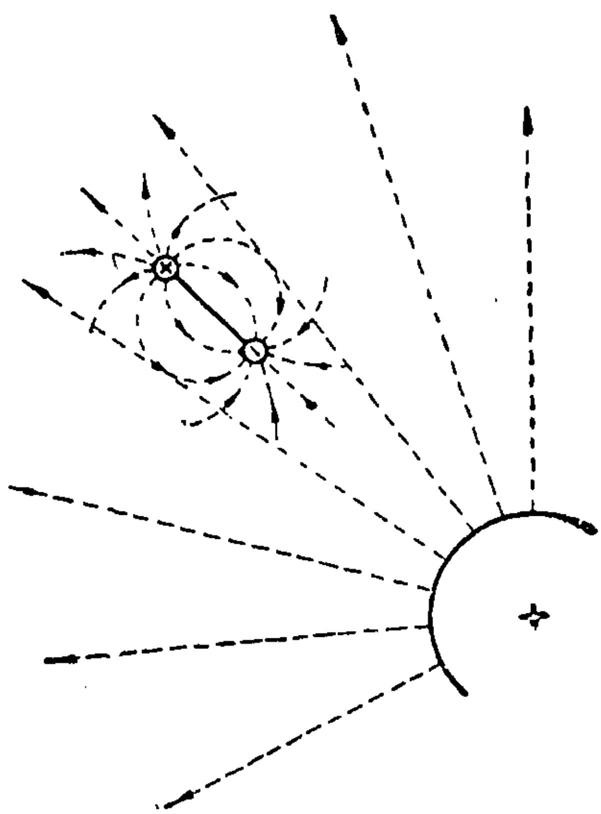


Рис. 76.

Электрические моменты диполей различных тел лежат в пределах между 1.10^{-18} и 6.10^{-18} абс. ед. При повороте их в поле из положения, противоположного полю, в положение, параллельное полю, энергия уменьшится согласно ур-нию (24а) на $2ME$. Если мы возьмем для подсчета наиболее сильное поле, которое можно создать в жидкости, $E = 3 \cdot 10^5$ *вольт/см* $= 1000$ абс. ед., то изменение энергии составит от $2 \cdot 10^{-15}$ до $1 \cdot 10^{-14}$ эрг. Между тем тепловое движение обладает средней энергией $^3/_2\ kT$, где $k = 1{,}37 \cdot 10^{-16}$, а T — абс. температура. При обычных температурах средняя энергия теплового движения равна $6 \cdot 10^{-14}$, т. е. в несколько раз больше электрической энергии диполя. Поэтому только сравнительно небольшая часть диполей устанавливается вдоль поля. При температуре жидкого воздуха ($T = 90$) энергия теплового движения всего $1{,}8 \cdot 10^{-14}$ и условия складываются более благоприятно. Но при этой температуре большинство дипольных жидкостей уже замерзает, и вращение диполей в них становится невозможным, хотя бы тепловое движение ему не мешало.

И. В. Курчатов и П. П. Кобеко изучили вещество, в котором диполи устанавливаются уже в полях около 300 *вольт/см*, т. е. около 1 эл.-ст. абс. ед., несмотря на тепловое движение и на то, что вещество это представляет собой твердый кристалл — сегнетовую соль. В этом веществе при температурах ниже 24° С сотни тысяч отдельных диполей связываются в одно целое, обладая таким образом моментом порядка 10^{-13}. Энергия такого диполя в поле, равном 1 абс. ед., уже составляет 10^{-13} эрг и следовательно больше энергии теплового движения. В этих условиях получаются значения ε, достигающие 200 000. При 24° С эти сложные диполи распадаются, и мы снова получаем тело с обычной диэлектрической постоянной.

Силы, вызываемые поляризацией. Тело, помещенное в электрическое поле, приобретает полярность или поляризуется: все заряды одного знака сдвинуты к одному полюсу, заряды противоположного знака — к другому, противоположному полюсу. Такую электризацию тела мы называем электризацией через влияние, так как здесь мы не прикасаемся непосредственно заряженным телом.

Перемещение зарядов внутри проводника или изолятора приводит к ряду следствий, подтверждаемых опытом.

Поле, создаваемое заряженным телом, раздвигает заряды во всех окружающих предметах и притом так, что заряды, разноименные с зарядом тела, оказываются ближе к нему, чем одноименные (рис. 75а и 76). Вследствие этого притяжение, которое будут испытывать разноименные заряды, окажется больше, чем отталкивание одноименных зарядов, и весь этот предмет притянется к заряженному телу.

Заряженный янтарь, сургуч или эбонитовая гребенка притягивают всякие достаточно легкие незаряженные предметы (кусочки бумаги, ворсинки, листочки). Это явление и позволило открыть электрические явления, тогда как взаимодействие двух электрических зарядов, изученное Кулоном, сделалось известно значительно позже.

Нужно помнить, что и в том случае, когда мы имеем два заряженных тела, кроме кулоновых сил отталкивания или притяжения имеет место и смещение зарядов внутри каждого из тел, которое вызывает их притяжение. Чем меньше, однако, по своим геометрическим размерам оба заряженных тела, тем меньше раздвигаются заряды, и тем меньшую роль играет электризация через влияние.

Для проверки законов Кулона необходимо поэтому брать заряженные тела очень малых размеров.

Притяжение, которое испытывает диэлектрик в электрическом поле, мы могли бы вывести и другим путем, пользуясь выражением для энергии поля. Мы видели, что электрическое поле внутри диэлектрика обладает энергией

$$U = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon} \cdot \omega, \tag{70}$$

где D — электростатическая индукция, ε — диэлектрическая постоянная, а ω — объем диэлектрика.

Пока в этом объеме диэлектрика не было, а находился воздух, энергия его была равна

$$U_0 = \frac{D^2}{8\pi} \cdot \omega. \tag{70a}$$

Так как $\varepsilon > 1$, то $U < U_0$; т. е. от внесения диэлектрика в поле энергия его уменьшается. А мы знаем, что все процессы в природе идут сами собою в сторону уменьшения свободной энергии, которая при отсутствии теплового движения равна потенциальной энергии. За счет этого уменьшения энергии и будет производиться работа втягивания диэлектрика, преодолеваться трение и совершаться работа против силы тяжести.

Чем больше индукция D, тем больше разность энергии при внесении диэлектрика. Поэтому диэлектрик будет втягиваться в такие участки поля, где индукция D наибольшая.

§ 9. Величины, определяющие свойства диэлектрика.

Рассмотрим диэлектрик с диэлектрической постоянной ε, в котором существует поле E. Чтобы определить электрическую индукцию

$$D = \varepsilon E \tag{71}$$

представим себе внутри диэлектрика плоскую щель сечением в 1 *см*², перпендикулярную к силовым линиям поля. Внутри щели $\varepsilon = 1$. Так как при переходе из диэлектрика в пустоту число линий индукции не меняется, то индукция внутри щели также равняется D. С другой стороны, в пустоте индукция равна напряжению поля $E_1 = D$. E_1 складывается из напряжения поля E, имевшегося до выделения щели, и из дополнительного поля, созданного зарядами P, образовавшимися на поверхности щели вследствие удаления из нее поляризованных молекул. Эти заряды заменяют собою те диполи, которые имелись в диэлектрике, создавая такое же дополнительное поле. Если в 1 *см*^{3} диэлектрика находилось N диполей с моментами μ, а толщина щели l, то общий момент всех удаленных из щели диполей равен $N\mu l$. Этот электрический момент мы заменяем моментом, создаваемым противоположными зарядами P на границах щели. Их момент $P \cdot l$ должен быть равен моменту удаленных из щели диполей

$$Pl = N\mu l,$$

откуда

$$P = N\mu. \tag{72}$$

Таким образом заряд P, образовавшийся на 1 *см*^{2} поверхности щели, равен сумме электрических моментов всех диполей, находящихся в 1 *см*^{3} диэлектрика. Эта величина носит название п о л я р и з а ц и и диэлектрика.

Так как каждая единица заряда создает 4π линий индукции, то дополнительное поле, создаваемое внутри щели зарядом P, составит $4\pi P$. Вместе с E линиями первоначального поля поляризация составит поле $E_1 = D$ в щели. Отсюда

$$D = E + 4\pi P. \tag{73}$$

Дипольные моменты μ, создаваемые электрическим полем E, в большинстве случаев пропорциональны этому полю. Поэтому и поляризация P пропорциональна полю

$$P = kE. \tag{74}$$

Коэффициент k называется к о э ф ф и ц и е н т о м э л е к т р и з а ц и и. Подставив это выражение для P в выражение (73), мы получаем

$$D = (1 + 4\pi k) \cdot E. \tag{73a}$$

Сравнивая это последнее выражение с (71), имеем

$$\varepsilon = 1 + 4\pi k. \tag{75}$$

Это уравнение устанавливает связь между диэлектрической постоянной и коэффициентом электризации.

Поле E_1 внутри щели зависит от ее формы. Если бы, например, вместо плоской щели, перпендикулярной к силовым линиям, мы представили бы себе узкий канал, вырезанный вдоль силовых линий, то $E_1 = E = \frac{D}{\varepsilon}$. Если нас интересует поле E, действующее на частицу диэлектрика, например на одну из его молекул, мы должны себе представить п ст ю раковину, внутри которой находится интересующая нас молекула. В тех случаях, когда молекула достаточно симметрична в разных направлениях, мы можем придать раковине форму шара, охватывающего молекулу. Пусть электрическое поле внутри раковины, действующее на молекулу, будет E'. Оно складывается из прежнего поля E и поля, создаваемого окружающими поляризованными молекулами. Так как каждая из окружающих молекул находится под действием такого же поля E', то поляризация P и дополнительное поле, создаваемое всеми молекулами, находившимися за пределами выделенной шаровой раковины, будет также пропорционально E'. В случае шаровой раковины

$$E' = E + \frac{4\pi}{3} P \tag{76}$$

$$P = \alpha N E'; \tag{77}$$

здесь N — число диполей в 1 $см^3$, а α — коэфициент, определяющий поляризуемость молекул. α — это электрический момент, который получает одна молекула в поле $E = 1$.

Из ур-ний (76) и (77) нетрудно вычислить связь между ε и α:

$$P = \alpha N \left(E + \frac{4\pi}{3} P \right);$$

$$P\left(1 - \frac{4\pi}{3}\alpha N\right) = \alpha NE;$$

$$\frac{\varepsilon - 1}{4\pi} E \left(1 - \frac{4\pi}{3} \alpha N \right) = \alpha NE$$

$$(\varepsilon - 1)\left(1 - \frac{4\pi}{3}\alpha N\right) = 4\pi \alpha N,$$

откуда

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} \alpha N. \tag{78}$$

Число молекул N в 1 $см^3$ можно определить как отношение плотности ρ (массы 1 $см^3$) к молекулярному весу M диэлектрика

$$N = \frac{\rho}{M}. \tag{79}$$

Следовательно ур-ние (78) можно переписать в виде

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{M}{\rho} = \frac{4\pi}{3} \alpha. \tag{78a}$$

Стоящая в левой части формулы величина $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{M}{\rho}$ носит название молекулярной поляризации. Она определяет собою поляризуемость α молекулы, и поэтому для каждого данного вещества, состоящего из определенных молекул, имеет всегда одинаковое значение, как бы ни менялась плотность диэлектрика от нагревания, сжатия или плавления.

Если в 1 $см^3$ диэлектрика имеется N_1 молекул, которые под влиянием поля поляризуются пропорционально E', и кроме того N_2 тех же или других молекул, уже обладающих готовыми диполями m, и поворачивающихся вдоль поля, то, как показал Дебай (P. Debye),

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}=\frac{4\pi}{3}N_1\alpha+\frac{4\pi}{3}N_2\frac{m^2}{cT}. \tag{80}$$

Если каждая из молекул одновременно представляет собою готовый диполь с моментом m и в то же время раздвигает свои заряды под действием электрического поля, создавая новый момент $\alpha E'$, пропорциональный полю, то $N_1=N_2=N$, и мы получаем

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}=\frac{4\pi}{3}N\left(\alpha+\frac{m^2}{cT}\right) \tag{81}$$

или, обозначая $\frac{4\pi}{3}\alpha$ через a, а $\frac{4\pi}{3}\frac{m^2}{c}$ через b:

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\frac{M}{\rho}=a+\frac{b}{T}. \tag{82}$$

Это выражение дает зависимость молекулярной поляризации от абсолютной температуры. Если при сильном охлаждении тело настолько затвердевает, что вращение диполей становится невозможным, второй член делается равным нулю, и зависимость молекулярной поляризации от температуры исчезает.

Пьезо- и пироэлектричество. Существуют кристаллы (кварц, турмалин, сегнетовая соль), в которых электрические диполи расположены в определенном кристаллографическом направлении параллельно друг другу. Весь кристалл уже в нормальном состоянии обладает некоторым дипольным моментом M, равным сумме моментов всех одинаково направленных диполей m. Этот момент однако обычно не проявляется, так как на поверхностях кристалла под действием электрического поля момента M накопляются заряды Q, уничтожающие действие диполя M. Если толщина кристалла в направлении диполей d_0, то

$$Qd_0=M=\sum m. \tag{83}$$

Если такой кристалл подвергнуть сжатию или растяжению вдоль оси диполей или если его нагреть, то расстояние между диполями изменится, длина d_0 увеличится или уменьшится и условие (83) уже не будет выполнено

$$\sum m \neq Qd_1.$$

Разность между суммой моментов всех диполей в кристалле и моментом зарядов Q создаст избыточный момент, который на внешних поверхностях вызовет заряды q противоположных знаков. Очевидно

$$q \cdot d_1 = \sum m - Qd_1 = Qd_0 - Qd_1 \tag{84}$$

$$q = Q\frac{d_0 - d_1}{d_t}. \tag{84a}$$

Таким образом заряд q, появляющийся на обкладках кристалла, пропорционален относительному изменению размеров его, а это последнее пропорционально упругому напряжению P или изменению температуры $(t - t_0)$, вызвавшему это изменение:

$$q = kP \tag{85}$$

$$q = C(t - t_0). \tag{86}$$

Если причина появления зарядов на поверхности кристалла механическое давление P, то это явление называется пьезоэлектричеством. Если же причиной является изменение температуры, то его называют пироэлектричеством.

Когда коэффициенты k и C точно измерены, уравнениями (85) и (86) можно пользоваться для точного определения количества электричества.

В свою очередь электрическое поле, приложенное к пластинке кварца в направлении ее электрической оси, вызывает изменение размеров — электрострикцию, пропорциональную напряжению поля E. При этом упругая энергия сжатия или растяжения кристалла получается за счет энергии электрического поля. Когда поле меняется с частотой собственных колебаний кварца, он приходит в колебание и поддерживает только эту частоту колебаний, которая соответствует его собственным и зависит от его размеров. Это свойство пьезоэлектрических кристаллов используется радиотехникой для поддержания устойчивого числа колебаний.

При сжатии кварца на обкладках его появляются заряды $+q$ и $-q$. Если, наоборот, зарядить обкладки такими же зарядами, то кварц несколько растянется (хотя и значительно слабее, чем он должен был быть сжат, чтобы вызвать те же заряды q). Изменив знак зарядов, мы вызовем сжатие вместо растяжения. И сжатие и растяжение пропорциональны вызвавшему их полю.

В диэлектриках, не обладающих пьезоэлектрическими свойствами, всякое электрическое поле вызывает сжатие диэлектрика. Величина этого сжатия определяется притяжением электродов, равным $\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}$. Таким образом электрострикция пропорциональна квадрату поля.

§ 10. Распределение зарядов в поле.

Электризация через влияние. Металлический стержень, внесенный в электрическое поле заряженного тела, поляризуется: на ближайшем конце появляется разноименный заряд, на более отда-

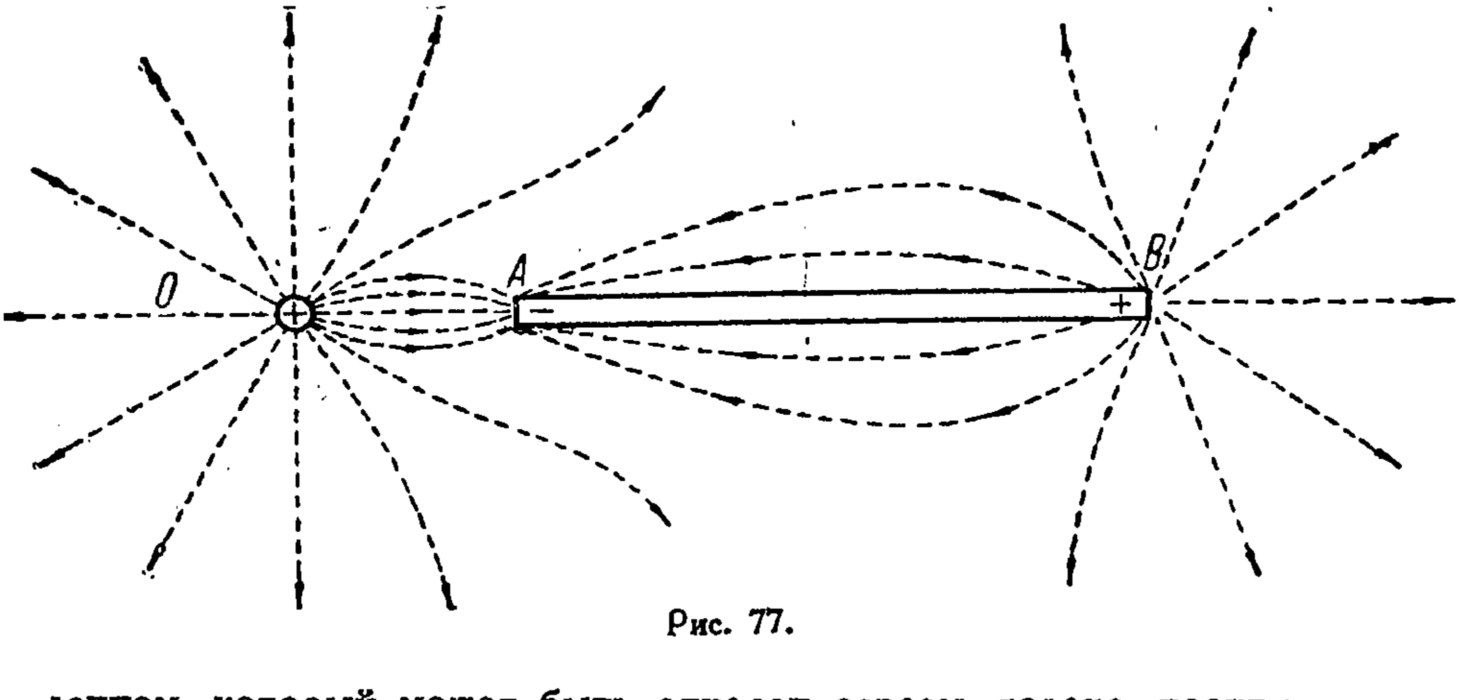


Рис. 77.

ленном, который может быть отнесен совсем далеко, практически за пределы поля,—заряд одноименный.

Присутствие этих зарядов может быть обнаружено, например, по отталкиванию, которое испытает положительный заряд от конца B (рис. 77). Количества отрицательного электричества в A и положительного на конце B равны друг другу, так как в стержне произошло только раздвижение, а не удаление заряда.

Действительно, если устранить причину, вызвавшую поляризацию,—электрическое поле, то заряды снова воссоединятся под влиянием взаимного притяжения, и мы снова получим незаряженный и неполяризованный металлический стержень. Рассматриваемое явление не нарушает таким образом основного закона о сохранении количества электричества. Алгебраическая сумма зарядов остается всегда неизменной.

Если, однако, прикоснуться другим проводником к концу B стержня в то время, когда он поляризован, то находящийся там заряд распределится между обоими проводниками; часть его перейдет в другой проводник. После этого в стержне останется больше отрицательного электричества, чем положительного. Если теперь убрать электрическое поле, то стержень окажется заряженным отрицательно, тогда как равный ему положительный заряд останется на поднесенном ранее к концу B проводнике.

Таким образом можно наэлектризовать тело, не прикасаясь к нему непосредственно заряженным телом, и притом сообщить ему заряд, противоположный тому, которым обладает само заряженное тело.

Рассматривая положение отрицательного заряда на конце A стержня и положительного — на конце B, мы заметим, что первое связано силовыми линиями с положительным зарядом тела O, к которому оно и притягивается, — это связанный заряд. Наоборот, на конце B имеется свободный положительный заряд, который мы легко можем удалить, переведя его на другое тело.

Отведение к земле. Проводник, который мы привели в соприкосновение с концом B стержня, должен принять тот же потенциал, что и весь стержень, так как иначе внутри непосредственно соприкасающихся проводников существовала бы разность потенциалов, а следовательно и электрическое поле, что длительно невозможно. Какая же часть электрического заряда перейдет со стержня на проводник? Оба должны обладать одинаковым потенциалом V. Если емкость стержня C_1, а проводника C_2, то для количеств электричества на стержне e_1 и на проводнике e_2 мы получим соотношения:

$$e_1 = C_1 V, \quad e_2 = C_2 V$$

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{C_1}{C_2}. \tag{87}$$

Заряды распределятся пропорционально емкости проводников. Если второй проводник имеет очень большую емкость по сравнению с первым, то почти весь заряд перейдет на этот именно проводник. Таким проводником чрезвычайно большой емкости является земной шар, емкость которого равна его радиусу: $6{,}4 \cdot 10^8$ *см*.

В действительности проводимость земли недостаточна, чтобы за короткое время опыта заряд успел бы распространиться по всей поверхности земли. Но и та часть, по которой заряд успевает распространиться, обладает достаточно большой емкостью, особенно когда земля влажная. Чтобы обеспечить лучшее распределение заряда в земле, в нее закапывают большие медные листы, погружаемые во влажный грунт, или пользуются водопроводной системой, вокруг которой земля всегда влажна.

Соединяя какой-нибудь заряженный проводник с землей, мы поэтому почти полностью уводим его заряд в землю. Такой отве-

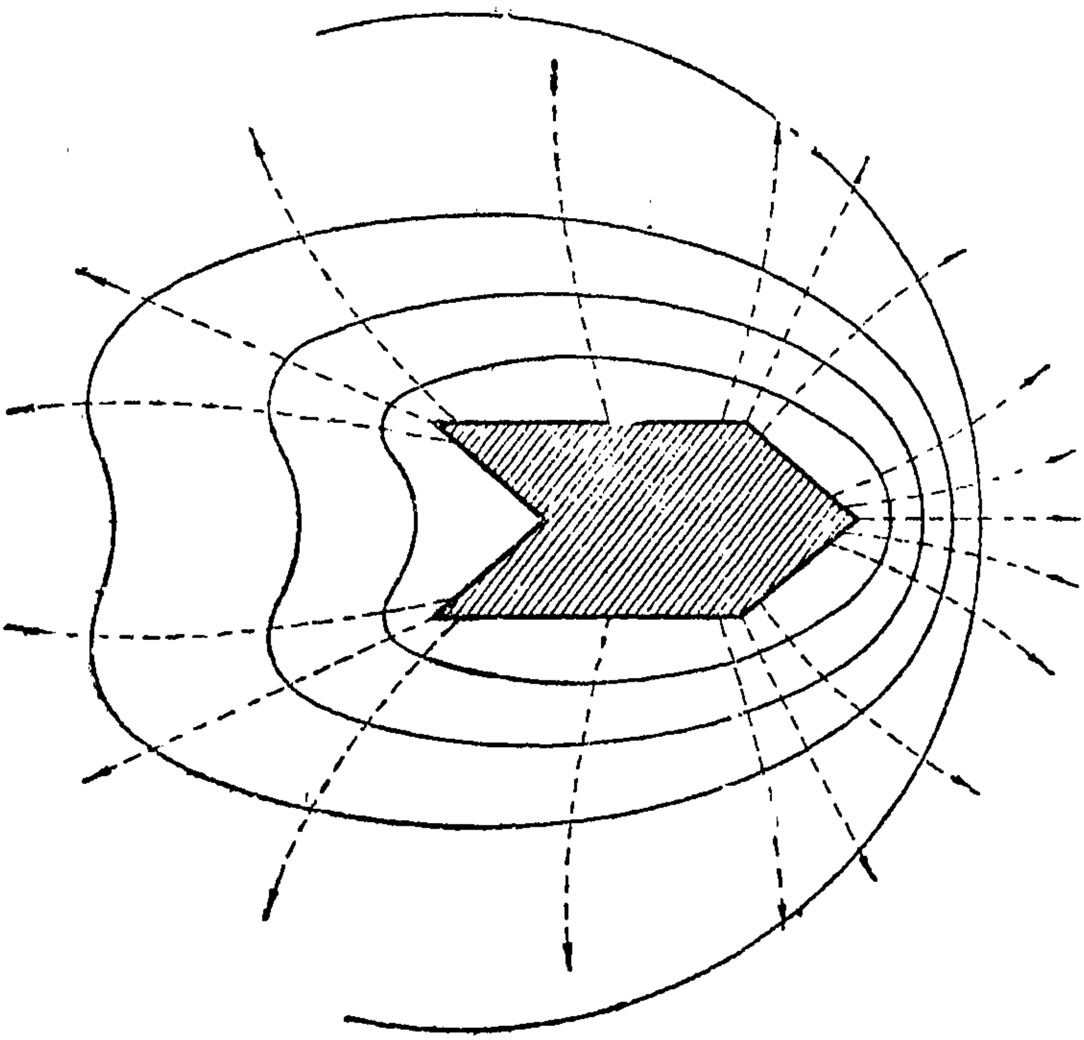


Рис. 78.

денный к земле проводник мы считаем незаряженным, а тот потенциал, который он примет и который равен потенциалу земли, принимаем за нулевой потенциал.

По сравнению с потенциалом земли, потенциал всякого другого тела определяется как та работа, которую нужно затратить, чтобы единицу положительного заряда перевести от потенциала земли до данного тела или до данной точки поля.

Распределение заряда на проводнике. Исходя из свойства проводника уничтожать внутри себя электрическое поле, мы можем сделать ряд заключений относительно распределения зарядов в проводниках. Внутри проводника положительные и отрицательные заряды должны быть распределены везде в равных количествах, чтобы создаваемые ими поля взаимно уничтожались. И только на поверхности проводника могут скапливаться заряды одного знака.

Количество электричества, приходящееся в данном месте на 1 $см^2$ поверхности проводника, мы называем поверхностной плотностью заряда. В разных частях того же самого проводника плотность заряда может быть различна. Имея картину линий индукции или эквипотенциальных поверхностей вокруг проводника, можно определить распределение плотности зарядов по его поверхности.

Поверхность проводника представляет собою эквипотенциальную поверхность. Все силовые линии, а следовательно и линии индукции, которые обычно совпадают с ними по направлению, должны исходить из проводника нормально к его поверхности. Число линий индукции, выходящих из 1 $см^2$ поверхности, равно $4\pi q$, где q — плотность заряда в данном месте. Наблюдая картину эквипотенциальных поверхностей, мы определяем по их густоте напряжение поля в данном месте. Чтобы получить отсюда индукцию и затем плотность заряда, остается только умножить напряжение E на диэлектрическую постоянную ε окружающей среды.

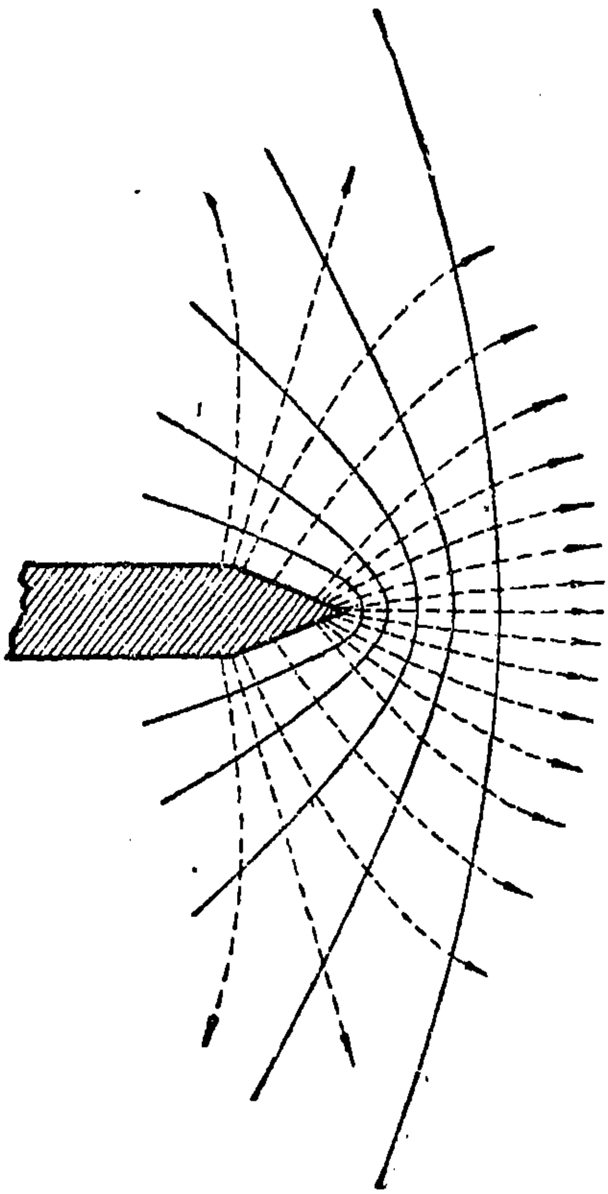


Рис. 79.

На опыте можно определить плотность заряда в разных частях поверхности, прикасаясь к ним одной и той же изолированной пробной пластинкой. Заряд, который получит эта пластинка, пропорционален плотности заряда в данном месте.

Из картины поля, изображенного на рис. 78, мы можем заключить, что наибольшая плотность заряда имеется в местах, имеющих наибольшую кривизну, наименьшая же—в вогнутых частях поверхности. Если бы мы могли осуществить острие с бесконечно большой кривизной, то плотность заряда на нем была бы бесконечно велика (рис. 79). В глубокой впадине внутри проводника, наоборот, совсем нет зарядов (рис. 78 и 80).

Электростатическая защита. Если мы имеем проводник, внутри которого находится полость, со всех сторон замкнутая проводником (рис. 81), то внутри этой полости ни зарядов, ни электрического поля не возникнет, какое бы сильное электрическое поле ни существовало вне проводника. Все заряды и создаваемые ими поля окажутся на внешней поверхности проводника, там, куда вхо-

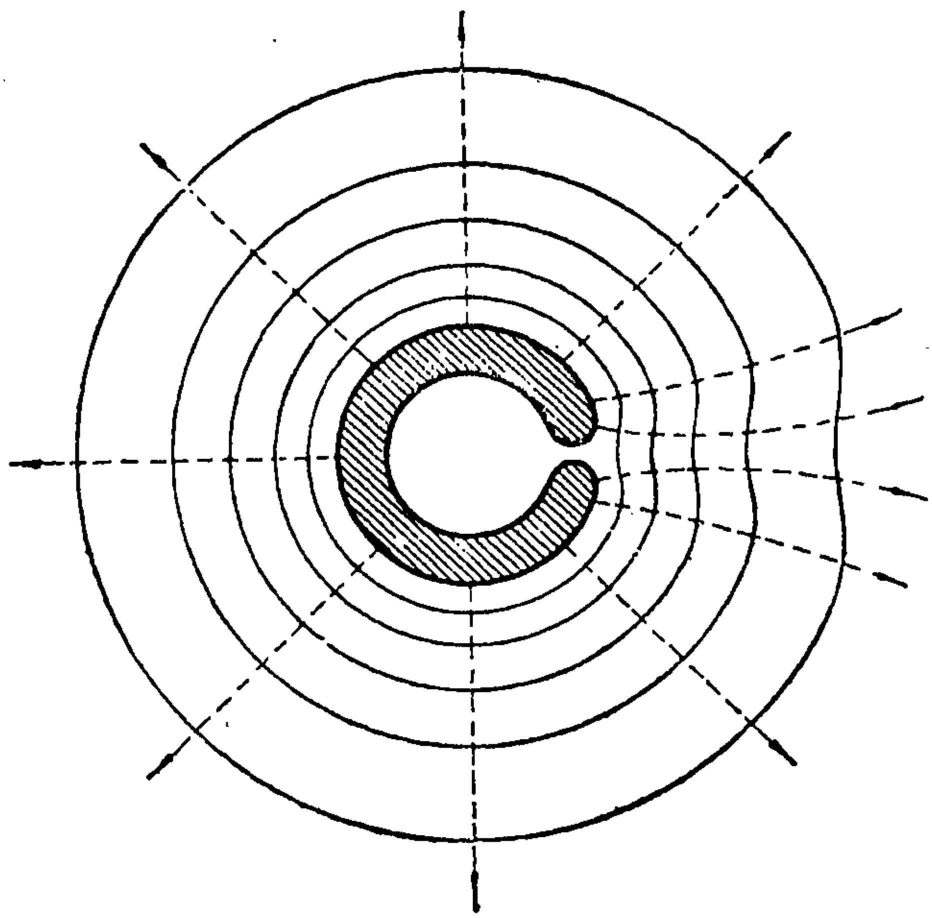


Рис. 80.

дят или откуда выходят линии индукции. Эти заряды уничтожают полностью поле во всей внутренней части проводника и находящейся в нем пустой полости.

Этим свойством пользуются часто для защиты тел от воздействия на них окружающих зарядов. Для полной защиты от всякого внешнего поля достаточно окружить данное тело или систему тел хотя бы тонким проводящим слоем, например поместить их в металлический ящик. Если мы хотим, кроме того, чтобы и потенциал всех этих тел не менялся, то для этого достаточно поддерживать ящик на одном потенциале, например отвести его к земле. Тогда никакие электрические поля, появляющиеся вне ящика, ни малейшим образом не скажутся на том, что находится внутри него.

Если, наоборот, заряженное тело находится внутри ящика (рис. 82), то оно притягивает разноименное электричество на внутреннюю поверхность ящика и связывает его, а одноименное электричество появляется в таком же количестве на внешней поверхности. При этом в самом металле, из которого сделан ящик, поле уничтожается, внутри же и вне ящика остается такое же поле. Если теперь убрать заряд внешней поверхности, отведя на корокое время ящик к земле, то внешнее электрическое поле исчезнет, и положительный заряд тела будет компенсироваться

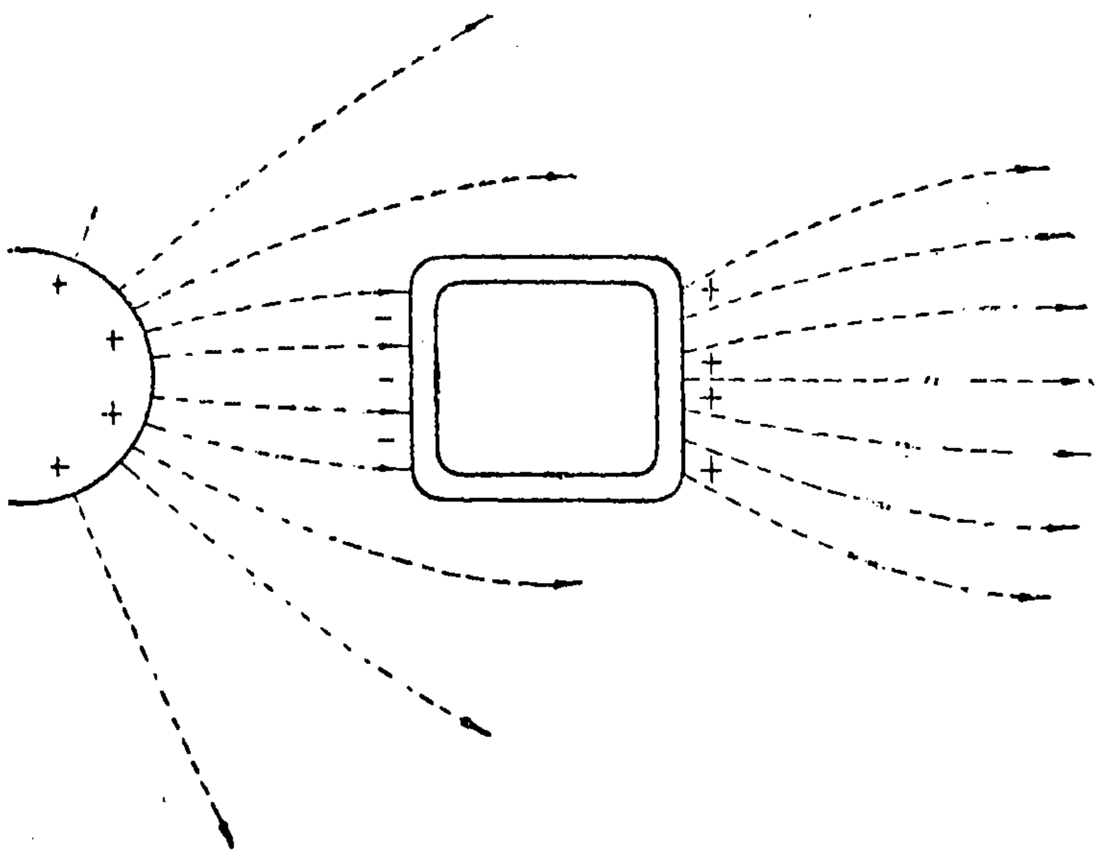


Рис. 81.

равным ему связанным с ним отрицательным зарядом на внутренней поверхности ящика. Тогда присутствие заряда внутри ящика вовсе не сказывается снаружи.

Для электростатической защиты нет надобиости брать сплошной проводник. Если в нем имеется ряд небольших отверстий или даже если он представляет собою сетку, то на расстояниях, значительных по сравнению с размерами отверстий, сетка будет действовать так же, как сплошной металл. В этом легче всего убедиться, построив картину эквипотенциальных поверхиостей. Вблизи отверстий они сильно искажены, но затем выравниваются и иа некотором расстоянии ничем не отличаются от поверхностей сплошного металла (рис. 83).

Искажение поля диэлектриками. Поляризация проводника как мы видели, приводит к полному уничтожению в нем электрического поля. В диэлектрике поле только ослабляется в некоторое число ε раз. И здесь количество электричества в

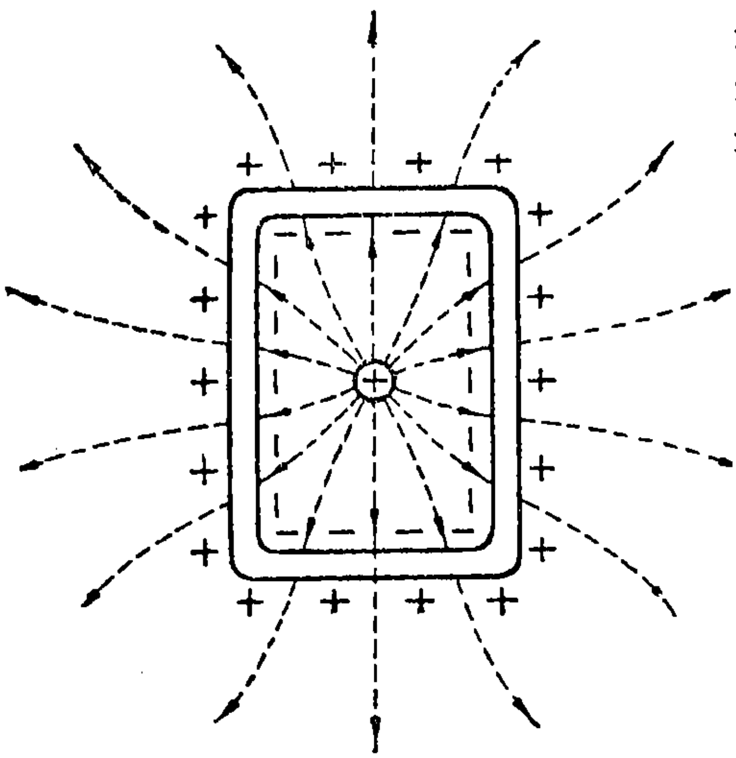


Рис. 82.

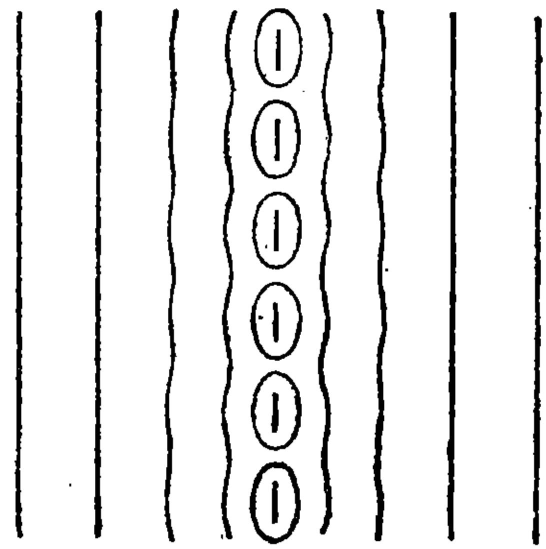


Рис. 83.

теле не изменяется, и только в каждой молекуле его заряды раздвигаются, образуя диполи. Поляризованный диэлектрик, наполненный такими диполями, мы можем заменить фиктивными свободными зарядами, находящимися на поверхности, как и в металле; но заряды эти по своей величине меньше, чем они были бы в металле, поэтому они только уменьшают, а не уничтожают поле внутри диэлектрика. Если напряжение поля вне диэлектрика E, а внутри его $\frac{E}{\varepsilon}$, то изменение числа линий 1 $см^2$ его поверхности будет $E - \frac{E}{\varepsilon} = E\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right)$; таким образом, как мы уже видели, влияние диэле-

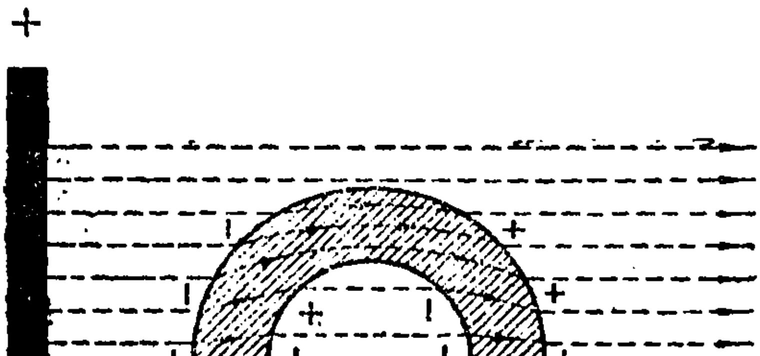


Рис. 84.

ктрика на поле можно заменить фиктивными зарядами на его поверхности, уменьшающими в нем напряжение поля. Для этого нужно было бы расположить на 1 $см^2$ поверхности заряд $q = \frac{1}{4\pi} E \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$.

Если внутри диэлектрика имеется полость, то и в ней поле ослаблено по сравнению с внешним полем. Линии индукции проходят главным образом по диэлектрику, где поле ослаблено имеющимися там диполями, и только в небольшой части через полость. Полость, находящаяся внутри диэлектрика с большой диэлектрической постоянной, частично защищена от внешних полей, но не полностью, как это было бы при металлической защите.

Поверхность диэлектрика не должна быть непременно эквипотенциальной поверхностью; поэтому силовые линии и линии индукции могут входить в диэлектрик не только по направлению нормали, но и под другими углами. Внутри диэлектрика линии индукции сгущаются, меняя на границе свое направление (рис. 84).

Влияние окружающих тел на электроемкость проводника. Когда проводник или диэлектрик находятся в поле заряженного тела, то не только они поляризуются, но поляризовавшись, в свою очередь поляризуют и изменяют распределение электричества на самом заряженном теле. Так например, если с одной стороны заряженного тела имеется металлическое тело, то на ближайшей его поверхности появляется заряд противоположного знака, который притягивает к себе и связывает часть заряда на заряженном теле (рис. 85).

Благодаря тому, что часть заряда оказывается связанной и перемещенной в теле, изменяется его потенциал. На рис. 75а и 85, например, можно видеть, что приближение единицы электричества к проводнику требует значительно меньше работы, так как поле (слева на рис. 85) ослаблено. Таким образом потенциал V тела A понижается от присутствия металла B при неизменном заряде его e. Так как отношение заряда тела к его потенциалу мы назвали электроемкостью C, то приходится утверждать, что благодаря присутствию поблизости от тела A другого тела B емкость тела A увеличилась. Если бы мы хотели на теле A сохранить тот же потенциал V, то пришлось бы подвести к нему количество электричества e_1, большее, чем e.

Это обстоятельство существенно меняет представление об электроемкости тела. Мы не можем определить ее, не зная расположения окружающих данное тело других тел. Та электроемкость, которую мы раньше вычисляли, относилась к случаю, когда в пределах данного поля никаких других тел — и в частности проводников — нет, и когда все линии индукции, исходящие из данного заряженного тела, заканчиваются на больших расстояниях, например на стенах комнаты, имеющих потенциал земли.

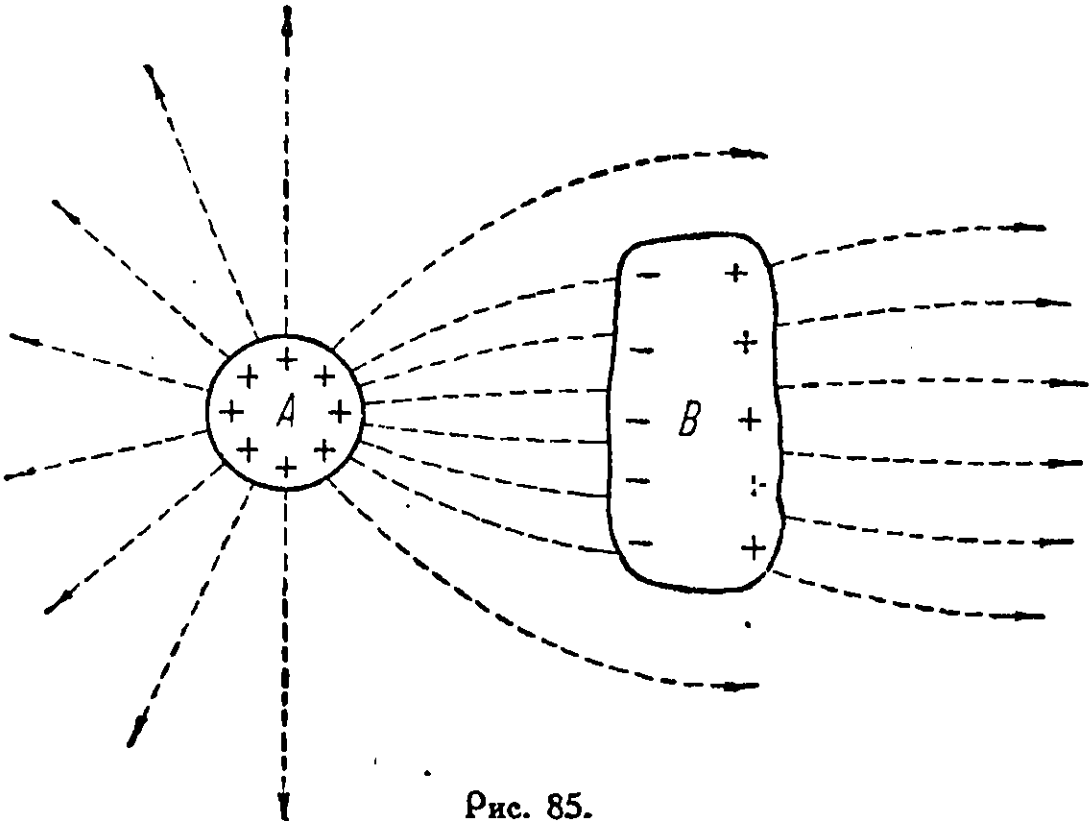


Рис. 85.

Увеличение электроемкости, которое вызывается приближением других тел, может быть весьма значительно, в особенности если эти тела обладают сами по себе большой емкостью или металлически связаны с телами большой емкости, например отведены к земле.

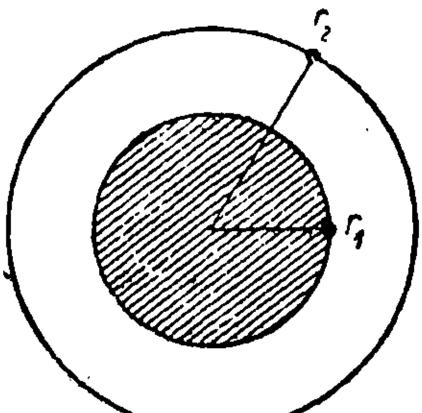


Рис. 86.

Электроемкость шарового конденсатора. Рассмотрим например шар радиуса r_1, окруженный другой шаровой поверхностью радиуса r_2, отведенной к земле (рис. 86), сохраняющей следовательно потенциал, равный нулю. Пусть на шаре имеется заряд e; тогда число линий индукции (а в том случае, когда между шаровыми поверхностями находится воздух, — и число силовых линий) равно $4\pi e$. Поверхность же шара $4\pi r_1^2$; следовательно напряжение поля $E_1 = \frac{e}{\varepsilon r_1^2}$. У поверхности второй шаровой поверхности $E_2 = \frac{e}{\varepsilon r_2^2}$. Работа, совершаемая единицей заряда на пути от одной поверхности к другой:

$$E\,(r_2 - r_1) = \frac{e}{\varepsilon r_1} - \frac{e}{\varepsilon r_2}.$$

Эта работа равна изменению потенциала. А так как потенциал внешнего слоя мы приняли равным нулю, то следовательно потенциал шара

$$V = \frac{e}{\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Электроемкость такого устройства, называемого шаровым конденсатором,

$$C = \frac{e}{V} = \frac{\varepsilon}{\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}} = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}\,\varepsilon. \tag{88}$$

Чем меньше расстояние $r_2 - r_1$, тем больше емкость конденсатора. Если, например, $r_2 - r_1 = 0{,}1 r_1$, то электроемкость равна

$$C = \frac{r_1^{\,2}}{0{,}1 r_1}\,\varepsilon = 10 r_1 \varepsilon,$$

тогда как при отсутствии внешнего шарового слоя электроемкость шара радиуса r_1

$$C = r_1 \varepsilon.$$

Электроемкость плоского конденсатора. Вычислим еще электроемкость наиболее употребительного плоского конденсатора, состоящего из двух параллельных пластин, между которыми пусть находится изолятор с диэлектрической постоянной ε (рис. 55). Обозначим площадь пластин через S, а расстояние между ними через d. Пусть опять одна из пластин соединена с землей, а другая получила заряд e, т. е. $\frac{e}{S}$ на 1 $см^2$. Тогда индукция в конденсаторе будет $4\pi \cdot \frac{e}{S}$, а напряжение поля $E = \frac{4\pi}{\varepsilon} \cdot \frac{e}{S}$. Работа при переносе единицы электричества с одной пластины на другую, т. е. разность потенциалов между пластинами

$$V = E \cdot d = \frac{4\pi}{\varepsilon} \cdot \frac{e}{S} \cdot d,$$

а электроемкость

$$\boxed{C = \frac{e}{V} = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}}. \tag{89}$$

Формула (89) предполагает, что все поле, создаваемое пластинами конденсатора, однородно. В действительности, как показывает рис. 55, у краев поле искажено. Это искажение вносит поправку в величину емкости, которая тем больше, чем меньше отношение $\frac{S}{d}$ площади пластин к расстоянию между ними.

§ 11. Контактный потенциал.

Внутри металла в состоянии равновесия потенциал одинаков во всех его точках. Но при переходе из одного металла в другой потенциал испытывает внезапные изменения, так что два различных металла, соединенные между собой, имеют разные потенциалы. Что это действительно так, можно лучше всего видеть на следующем примере. Возьмем две пластинки из двух различных металлов, например меди и цинка; поставим их параллельно друг другу на небольшом расстоянии (рис. 87) и соединим между собой проволокой. Тогда в пространстве между ними можно обнаружить присутствие электрического поля. Это и доказывает, что потенциалы пластинок различны. Не противоречит ли этот факт утверждению, что электрические заряды перемещаются в проводнике до тех пор, пока не выравняют в нем потенциала? Это видимое противоречие объясняется однако следующим образом: в металле существуют действительно отрицательные заряды — электроны, способные свободно перемещаться внутри металла, но эти электроны испытывают действие не только со стороны внешнего электрического поля но и притяжение со стороны частичек самого металла. Это притяжение внутри одного и того же металла везде одинаково и поэтому не сказывается на передвижении внутри того же металла. При переходе заряда из одной точки металла в другую, его энергия может измениться только если потенциал в этих точках различен. Поэтому в металле движение электронов прекращается тогда, когда потенциал во всех точках одинаков. При переходе же заряда из одного металла в другой он должен оторваться от притягивающих его частиц одного металла и на это затратить работу U_1 и притянуться к частицам второго металла, причем освобождается работа U_2. Если $U_1 > U_2$, то каждый электрон, переходя из первого металла во второй, должен затратить некоторый излишек работы $U_1 - U_2$; наоборот, заряд, переходящий из второго металла в первый, уменьшает свою энергию на величину $U_1 - U_2$.

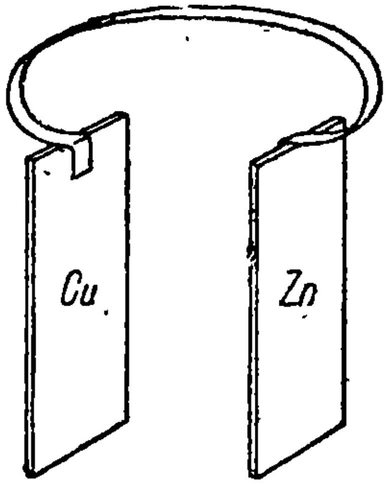


Рис. 87.

Электроны обладают во втором металле потенциальной энергией, которая на $U_1 - U_2$ эрг больше, чем в первом. Поэтому когда два разных металла соприкасаются, электроны переходят из того металла, где энергия их больше, в другой, где они обладают меньшей энергией, и при этом заряжают второй металл отрицательно. Этот процесс продолжается до тех пор, пока потенциал второго металла изменится настолько, чтобы противодействовать дальнейшему проникновению в него зарядов. А для этого необходимо, чтобы электроны в обоих металлах обладали одинаковой общей энергией. Эта энергия складывается из двух частей: из энергии, вызванной разностью потенциалов при переходе из первого металла во второй и из изменения потенциальной энергии данного заряда по отношению к окружающим молекулам. Как только установится такая разность потенциалов, при которой сумма этих двух энергий одинакова в обоих металлах, наступает равновесие. При соприкосновении двух металлов этот процесс протекает чрезвычайно быстро и через ничтожные доли секунды между металлами устанавливается та контактная разность потенциалов, при которой электроны могут свободно переходить из одного металла в другой, не затрачивая и не получая при этом никакой энергии. Никаких других изменений с металлами при этом не происходит. На рис. 88 изображено распределение потенциалов вдоль цепи, составленной из трех различных металлов.

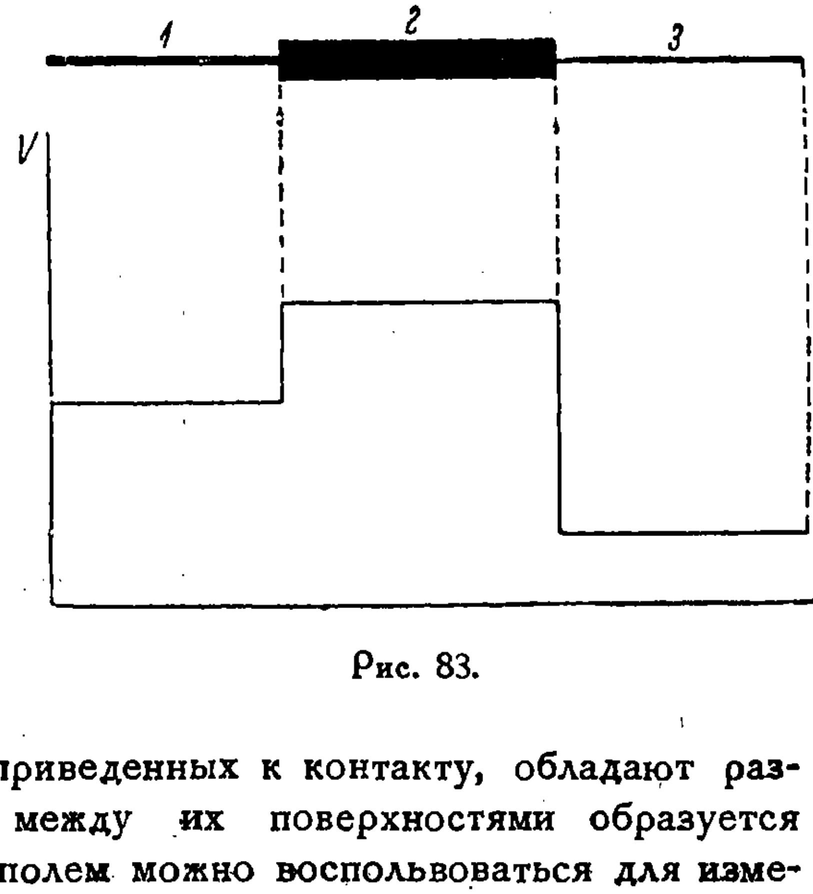
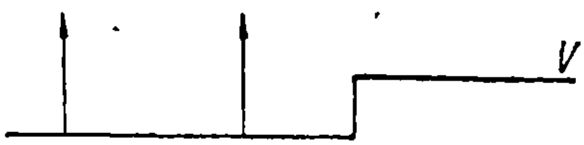


Рис. 83.

Так как два металла, приведенных к контакту, обладают разными потенциалами, то между их поверхностями образуется электрическое поле. Этим полем можно воспользоваться для измерения величины контактной разности потенциалов. Один из способов, предложенный Кельвином, следующий: пластинки из двух изучаемых металлов помещают параллельно друг другу на возможно малом расстоянии. Одну из пластинок соединяют с электрометром или электроскопом. Если соединить обе пластинки проволокой, то в пространстве между пластинками будет существовать электрическое поле, равное контактной разности потенциалов, деленной на расстояние между пластинками. Удаляя одну пластинку от другой, мы уменьшаем напряжение поля, так как та же разность потенциалов приходится теперь на большее расстояние; следовательно мы тем самым уменьшаем заряды на пластинках.

Если вместо того, чтобы соединить пластинки металлически, мы изолируем их друг от друга, то находящийся на них заряд останется неизменным, но зато возрастет разность потенциалов во столько же раз, во сколько увеличится расстояние между пластинками. При этом электроскоп, связанный с пластинкой, зарядится до высокого потенциала (рис. 89). Для того чтобы не было отклонения электроскопа при удалении пластинки, необходимо, чтобы не существовало электрического поля. Только в этом случае передвижение одной пластинки не будет оказывать влияния на другую.

Уничтожение поля достигается тем, что вторую пластинку не соединяют непосредственно проволокой с первой, а сообщают ей иной потенциал, так подобранный, чтобы уничтожить поле между пластинками. Очевидно для этого придется поднять потенциал второй пластинки как раз на величину ее контактного потенциала по отношению к первой.



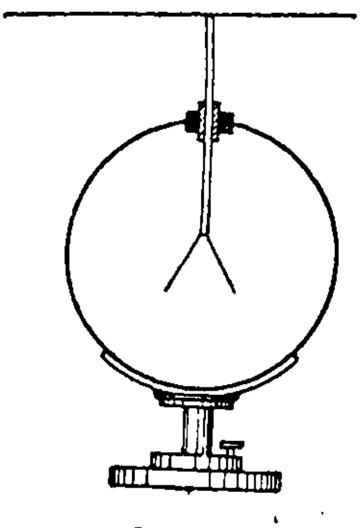


Рис. 89.

Другой метод измерения контактной разности потенциалов — ионизационный. Воздух между пластинками ионизируют лучами радия или рентгеновыми лучами, создавая в нем электрические заряды. Пока существует электрическое поле, заряды перемещаются и заряжают пластинку, соединенную с электрометром до тех пор, пока потенциал этой пластинки не уравновесит контактной разности потенциалов. Очевидно для того, чтобы электрометр не заряжался, нужно установить между пластинками разность потенциалов, равную и прямо противоположную контактной разности потенциалов.

Вместо ионизованного воздуха можно пользоваться испусканием электронов раскаленной металлической нитью в пустоте. Ток между этой нитью и окружающим ее металлическим цилиндром определяется полем между ними. Когда между нитью и цилиндром создана разность потенциалов, равная и прямо противоположная контактной, электрическое поле между нитью и цилиндром равно нулю.

Кроме этих методов измерения разности контактных потенциалов, можно и непосредственно измерить потенциальную энергию электрона в данном теле по той энергии, которую ему необходимо сообщить, чтобы выйти из металла в пустоту. Необходимую для этого энергию можно сообщать, либо освещая тело световыми колебаниями достаточной частоты, либо нагреванием тела. Энергия, получаемая электроном от света с ν колебаниями в секунду, равна $h\nu$, где $h = 6{,}54 \cdot 10^{-27}$. Наименьшая частота ν_0, которая еще способна вырвать электрон из тела в пустоту, измеряет его потенциальную энергию и по отношению к металлу. Если обозначить контактный потенциал металла через P, а заряд электрона — $4{,}774 \cdot 10^{-10}$ абс. эл.-ст. ед. через e, то $U = P \cdot e$.

$$Pe = h\nu_0.$$

Откуда

$$P = \frac{h}{e}\nu_0.$$

Подставив значение h и e и, учитывая, что потенциал, измеренный в вольтах, в 300 раз больше, чем в абсолютных электростатических единицах, получаем:

$$P = 4{,}1 \cdot 10^{-15}\,\nu_0 \text{ вольт.}$$

Другой способ измерения основан на способности металлов испускать электроны при высокой температуре. При этом часть электронов получает достаточную кинетическую энергию, чтобы выйти из металла, где их энергия на U эрг меньше в пустоте. Измеряя возрастание электронного тока испускания с повышением температуры, можно вычислить энергию U, затрачиваемую на выход из металла. Во всех этих случаях речь идет о выходе или переходе электронов из металла в металл или пустоту. Все электроны имеют одинаковый заряд $e = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$ абс. эл.-ст. ед. Поэтому энергию удобнее всего измерять по той разности потенциалов, которую должен пройти электрон, чтобы получить данную энергию. Разность потенциалов P, измеряющая работу выхода электронов в пустоту, носит название контактного потенциала.

$$U = P \cdot e.$$

Для платины $P = 6{,}5$ вольта, для серебра 3,9 вольта, для алюминия 3,1 вольта и для натрия 2,2 вольта.

Разности между значениями P для двух металлов, определенными световым или тепловым способом, действительно приводят к тем разностям потенциалов, которые дают метод Кельвина или метод ионизации. Надо иметь в виду, что контактный потенциал по отношению к пустоте сильно зависит от присутствия на поверхности поглощенных газов.

Величина контактной разности потенциалов зависит от природы металлов. В следующем ряду металлов каждый предыдущий металл заряжается положительно при соприкосновении с последующим.

Вольтов ряд: цезий, рубидий, калий, натрий, литий, алюминий, цинк, свинец, олово, сурьма, висмут, железо, медь, серебро, золото, платина, палладий, уголь. Контактные разности потенциалов между металлами строго подчиняются следующему закону Вольта.

Если разность потенциалов между первым и вторым металлом мы обозначим через V_{12}, а между вторым и третьим — через V_{23}, то разность потенциалов между первым и третьим металлом V_{13} равняется алгебраической сумме разностей потенциалов: $V_{13}=V_{12}+V_{23}$. Отсюда следует, что контактная разность потенциалов не изменится, если вместо непосредственного соединения двух металлов включить между ними еще любое число промежуточных металлов. Если на концах металлической цепи помещаются одинаковые металлы, то и потенциалы их равны, какие бы промежуточные металлы между ними ни находились. Если составить замкнутую цепь из металлических проводников, то все они будут находиться между собой в равновесии; длительного перемещения электронов не будет. На границе между каждыми двумя металлами установится скачок потенциала, соответствующий контактной разности потенциалов. Внутри же однородных металлических проводников потенциалы будут одинаковы. Этот результат можно было бы заранее предвидеть, исходя из невозможности perpetuum mobile II рода.

Действительно, если бы в замкнутой цепи само собой не установилось равновесие и внутри проводников существовало бы падение потенциала, то оно вызвало бы непрерывное движение электричества от высших потенциалов к низшим, причем все время производилась бы работа. Так как металлы от этого совершенно не изменяются, то единственным источником работы должна была бы служить теплота окружающей среды. Замкнутая металлическая цепь являлась бы тогда машиной, непрерывно превращающей тепловую энергию окружающей среды в работу, т. е. perpetuum mobile II рода, который мы признали невозможным.

Итак, в замкнутой металлической цепи, обладающей везде одинаковой температурой, устанавливается равновесие. Электрического тока нет; внутри каждого металла потенциал одинаков, а при переходе от одного металла к другому изменяется скачком, причем эти скачки подчиняются закону Вольта. Закон Вольта и те рассуждения, которыми мы его обосновывали, относятся только к металлам. Они несправедливы по отношению к электролитам, в которых перенос зарядов сопровождается переносом самого вещества и его химическим изменением. Если в замкнутой цепи, в которую входят электролиты, будет итти электрический ток, то источником энергии здесь может быть химическая энергия реакций, происходящих между металлом и электролитом, а не теплота окружающей среды. Скачки потенциалов, которые имеют место между электролитом и металлом или двумя электролитами, действительно не подчиняются закону Вольта.

§ 12. Электризация трением.

Разделение электрических зарядов при трении двух тел друг о друга было первым явлением, на котором наблюдались и изучались электрические явления. Однако и до сих пор это явление одно из наименее исследованных. Можно было бы думать, что электрическая энергия, необходимая для отделения друг от друга разноименных зарядов, получается за счет работы трения, и трение является основной причиной электризации. В действительности оказалось однако, что уже при простом соприкосновении двух разнородных тел получается та же противоположная электризация соприкасающихся участков, как и при трении их друг о друга. Роль трения сводится только к тому, чтобы привести во взаимное соприкосновение возможно большее число участков на поверхности тел. Если оба тела имеют тщательно отполированные поверхности, то не только знак, но и количество электричества, появляющееся при простом соприкосновении, совпадает с тем, которое дает трение. Электризация трением или соприкосновением повидимому тесно связана с контактными потенциалами соприкасающихся тел. Заряды в местах контакта перераспределяются до тех пор, пока разность их потенциальных энергий на обеих поверхностях, вызванная притяжением к молекулам обоих тел, не уравновесится разностью электрических потенциалов этих поверхностей. Между поверхностями обоих тел устанавливается определенная контактная разность потенциалов, благодаря которой они образуют заряженный конденсатор.

Когда мы затем удаляем обе поверхности друг от друга, мы должны затрачивать работу против сил их взаимного притяжения. Емкость конденсатора резко падает, а так как заряд на поверхности остается неизменным, то разность потенциалов соответственно возрастает. Если, например, поверхности при установлении равновесия отстояли в среднем на 10^{-5} *см*, а контактная разность потенциалов составляла 0,1 вольта, то после раздвижения до 1 *мм* разность потенциалов возрастет до 1000 вольт. Действительно, при трении наблюдаются потенциалы в несколько тысяч вольт.

В диэлектриках потенциальная энергия заряда определяется диэлектрической постоянной ε. Действительно, представим себе заряд e внутри диэлектрика и будем рассматривать диэлектрик как сплошную среду, окружающую заряд. Тогда электрическое поле E на расстоянии r от заряда выразится так: $E=\frac{e}{\varepsilon r^2}$, а энергия, которой обладает все поле вокруг заряда,

$$U=\frac{e^2}{\varepsilon r_0}, \tag{90}$$

где r_0 — радиус той шаровой поверхности, на которой находится заряд и с которой начинается поле. Когда заряд находится на самой поверхности диэлектрика, то поле в диэлектрике охватывает лишь половину шарового пространства вокруг заряда. Эта половина обладает энергией $\frac{e}{2\varepsilon r_0}$. Остальная часть поля находится в воздухе или пустоте, а энергия ее $\frac{e}{2r_0}$.

Если заряд переходит из одного тела внутрь другого, энергия его поля изменится на

$$\Delta U=\frac{e^2}{\varepsilon_1 r_0}-\frac{e^2}{\varepsilon_2 r_0}=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1\ \varepsilon_2}\cdot\frac{e^2}{r_0}.$$

Когда заряд переходит с одной поверхности на другую, энергия меняется на

$$U=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1\ \varepsilon_2}\cdot\frac{e^2}{2r_0}.$$

Энергия заряда больше там, где ε меньше. Возьмем, например, эбонит ($\varepsilon=2$) и стекло ($\varepsilon=6$).

Примем $r_0=4\cdot 10^{-8}$ *см*. Тогда

$$U=\frac{1}{3}\cdot\frac{e^2}{8\cdot 10^{-8}}.$$

С другой стороны, изменение энергии при образовании между теми же поверхностями разности потенциалов V выразится как $U_1=V\cdot e$. При установлении равновесия $U=U_1$, следовательно, выражая V в вольтах:

$$V=\frac{e}{3\cdot 8\cdot 10^{-8}}\cdot 300=\frac{4{,}77\cdot 10^{-10}}{24\cdot 10^{-8}}\cdot 300=0{,}53 \text{ вольта}.$$

Если бы мы имели дело не с положительными зарядами, а с отрицательными, то изменение их потенциальной энергии при переходе из одного диэлектрика в другой будет иметь тот же знак. Энергия поля, выражающаяся квадратом заряда, не зависит от его знака. Энергия будет возрастать при переходе к телу с меньшей диэлектрической постоянной. Разность же потенциалов, создаваемая переходом зарядов и препятствующая их дальнейшему переходу, будет иметь разный знак: положительный при переходе положительных зарядов и отрицательный там, куда переходят отрицательные заряды.

Таким образом при соприкосновении двух диэлектриков мы можем ожидать, что диэлектрик с меньшей диэлектрической постоянной зарядится положительно, если происходит обмен положительных зарядов, и, наоборот, он зарядится отрицательно, если в обмене при установлении равновесия участвуют отрицательные заряды. Опыт во всех исследованных до сих пор случаях приводит ко второму следствию, объясняемому перераспределением отрицательных зарядов. В частности стекло всегда заряжает положительно по отношению к эбониту. Положительным электричеством и названо было то, которое появляется при электризации стекла, а отрицательным — то, которое появляется на эбоните.

Количественной теории электризации трением мы еще не имеем. Как легко заключить из приведенных соображений, и количество электричества, образующееся при соприкосновении, и получающаяся после раздвижения разность потенциалов зависят от среднего расстояния между поверхностями во время установления равновесия и от отношения между всей площадью и действительно соприкасающимися участками этой площади.

Электрофорез. Жидкость, соприкасаясь с твердым телом или другой жидкостью, заряжается некоторым количеством электричества. Равный и противоположный ему заряд получает другое тело. Если жидкость находится в электрическом поле, то она начинает перемещаться. Чем больше поверхность соприкосновения между жидкостью и твердыми стенками, тем больше заряд и тем заметнее течение жидкости. Если разделить две части сосуда с жидкостью пористой перегородкой, в многочисленных порах и каналах которой жидкость заряжается, и опустить в обе части электроды разных потенциалов, то жидкость, заряжаясь в порах, начнет перетекать в ту часть сосуда, которая заряжена противоположным ей потенциалом. Это явление носит название электрофореза.

Коллоидные частицы внутри жидкости также заряжаются и начинают двигаться, как только жидкость попадает в электрическое поле. Перенос заряженной жидкости или заряженных частичек представляет собой электрический ток. Поэтому и без внешнего электрического тока течение жидкости сквозь пористую стенку или по узким каналам или падение твердых частичек в жидкости создают электрический ток.

§ 13. Электростатические измерения.

Потенциал. Электростатические приборы для измерения потенциала называются электрометрами. Их показания основаны на притяжении и отталкивании, испытываемом заряженными телами в электрическом поле. Простейшим из таких приборов является электроскоп с тонким алюминиевым или золотым листочком или кварцевой нитью. Листочек и нить прикреплены к стерженьку, который вместе с ними заряжается до измеряемого потенциала. Между стерженьком и отведенной к земле коробкой электроскопа появляется электрическое поле, которое и отталкивает листочек электроскопа от одноименно заряженного стерженька. Это отталкивание уравновешивается силой тяжести, стремящейся опустить листочек вниз. Чем выше потенциал стерженька, тем выше подымается листочек. Отметив его положение при определенных потенциалах, можно судить потом по положению листочка о потенциале тела, с которым он соединен.

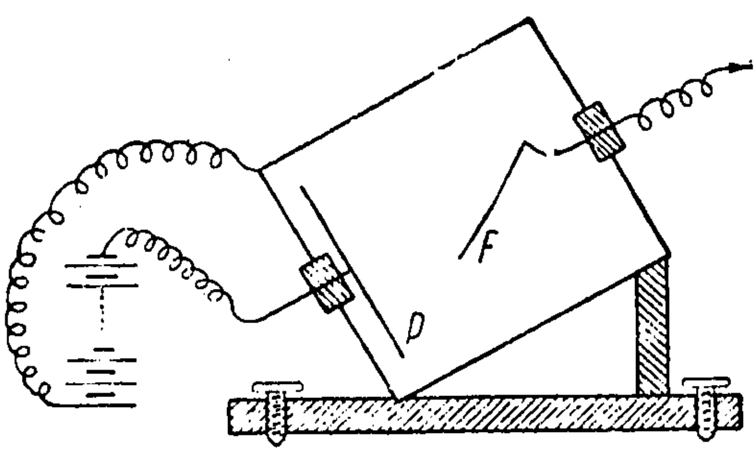


Рис. 90.

В электрометре Вильсона (рис. 90) благодаря наклонному положению электроскопа и заряженной до высокого потенциала платине P, удается получить большую чувствительность и устойчивость показаний.

Для увеличения чувствительности такого электрометра листочек и кварцевую нить помещают в сильное электрическое поле между двумя противоположно заряженными пластинками конденсатора.

В лучших современных приборах имеются две тонкие нити, увеличение расстояния между которыми от электризации измеряется при помощи микроскопа.

Струнный электрометр. В струнном электрометре тонкая, закрепленная на концах металлическая или кварцевая нить, покрытая металлическим слоем, помещается между двумя металлическими электродами, заряженными до равных потенциалов противоположных знаков (рис. 91). Незаряженная нить имеет средний нулевой потенциал и занимает среднее положение между электродами. Когда нить заряжается положительно, то она изгибается в сторону отрицательного электрода. Величина отклонения зависит от натяжения нити и от силы электрического поля. Наблюдая эти отклонения в микроскоп, можно измерять таким образом потенциал в $^1/_{100}$ и даже в $^1/_{1000}$ вольта. При этом емкость такого электрометра не превосходит 10 *см*. Большим преимуществом струнного электрометра является быстрая установка нити, которая в сильно натянутом состоянии уже через несколько тысячных долей секунды занимает правильное положение. В слабо натянутом состоянии перемещение нити до положения ее равновесия продолжается до 1 сек.

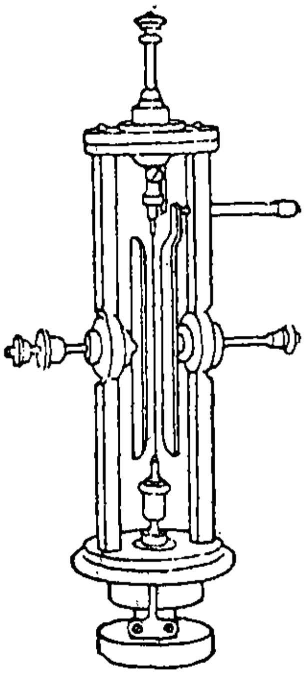


Рис. 91.

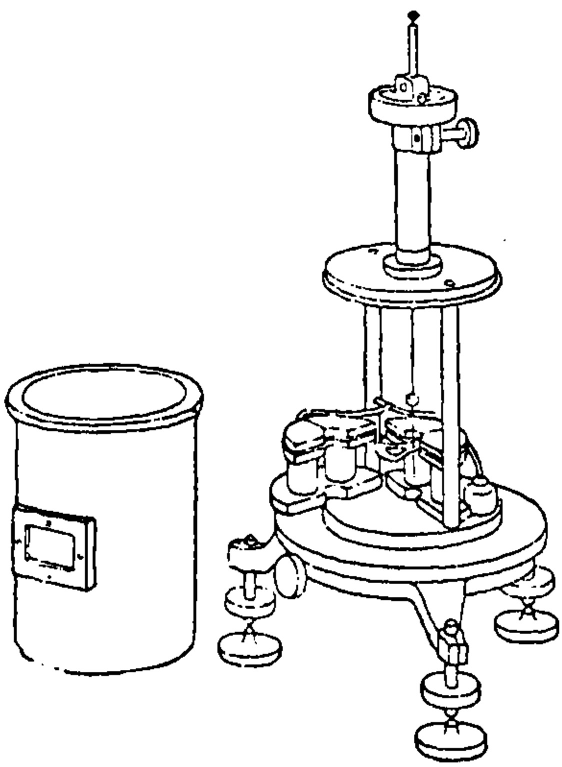


Рис. 92а.

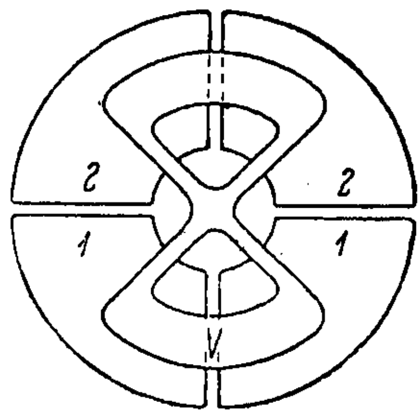


Рис. 92б.

Квадрантный электрометр. Квадрантный электрометр (рис. 92а) представляет собой плоскую круглую коробку, разрезанную по двум взаимно перпендикулярным плоскостям на четыре квадранта. Внутри коробки помещается подвешенный на тонкой нити бисквит — легкая пластинка в форме восьмерки. Накрест расположенные квадранты соединены между собой. Одна пара их отводится к земле, а другая присоединяется к телу, потенциал которого мы желаем измерить. Заряженный до высокого потенциала бисквит висит как раз посередине между обеими парами квадрантов, когда они имеют одинаковый потенциал (рис. 92б). Если же между ними существует разность потенциалов, то бисквит втягивается в ту пару квадрантов, которая заряжена разноименно с ним и выталкивается из одноименно заряженных квадрантов. С бисквитом соединено зеркальце, которое поворачивается вместе с ним. Отраженный от этого зеркальца зайчик передвигается по шкале и измеряет таким образом потенциал тела, соединенного с парой квадрантов. Перемещению на одно деление соответствует в чувствительных электрометрах разность потенциалов в $^1/_{10\,000}$ вольта и даже меньше. Чувствительность квадрантного электрометра увеличивается с увеличением потенциала бисквита, но только до некоторого предела, после которого чувствительность снова понижается.

Емкость обычно — несколько десятков сантиметров, но в некоторых моделях (например Гофмана, Комптона) и значительно меньше.

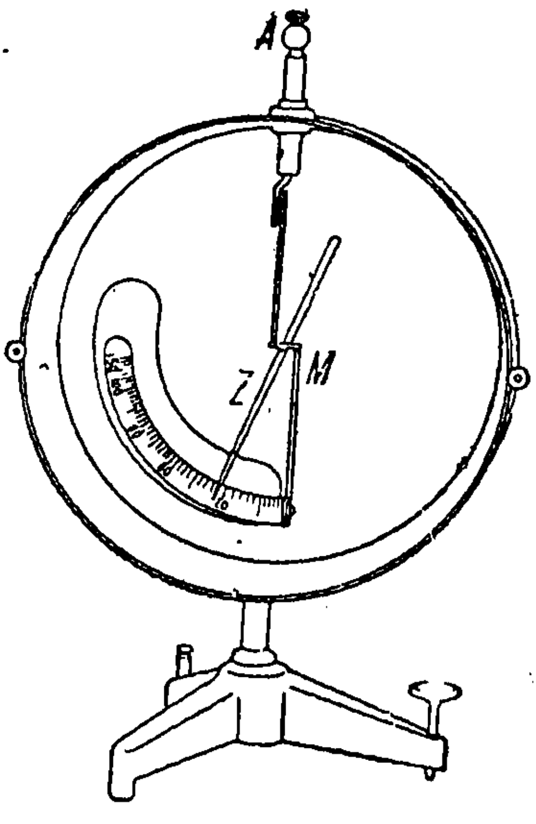


Рис. 93.

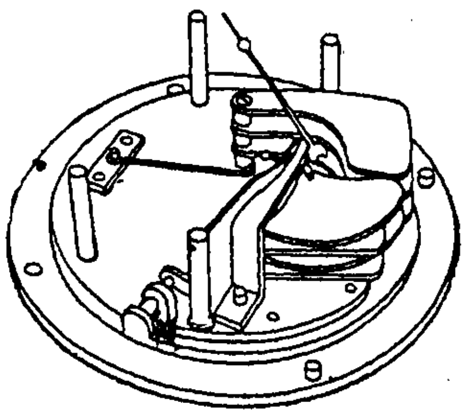


Рис. 94.

Квадрантным электрометром можно пользоваться и другим образом, заряжая обе пары квадрантов до противоположных потенциалов и соединяя бисквит с измеряемым проводником или же соединяя бисквит и одну пару квадрантов с одним потенциалом, а другую пару — с другим.

Измерение высоких потенциалов. Для измерения потенциалов до 10 000 вольт пользуются электрометром Брауна (рис. 93), представляющим собой видоизменение электроскопа с листочком, и электрометром Томсона, построенным подобно квадрантному электрометру. В томсоновском электрометре оставляются обыкновенно только одна пара квадрантов и бисквит, а в современных технических электрометрах — всего один квадрант и втягивающаяся в него пластинка (бисквит), соединенная со стрелкой, перемещающейся вдоль шкалы с делениями (рис. 94).

Абсолютный электрометр. Показания всех рассмотренных нами электрометров зависят от целого ряда причин (так, например в струнных электрометрах — от натяжения нити и формы электродов, в квадрантных — от ширины щели между квадрантами и т. п.). Вычислить заранее их показания было бы весьма затруднительно; поэтому, чтобы пользоваться ими, нужно предварительно сравнить их показания с другими точно проверенными приборами.

Абсолютный электрометр позволяет определить потенциал непосредственно в абсолютных единицах. Он представляет собой плоский конденсатор, одна из обкладок которого неподвижна, а другая подвешена к коромыслу весов. Сила, с которой притягивается эта обкладка, может быть легко вычислена. Она равна $f=\frac{1}{8\pi}\ \frac{S}{d^2}\ V^2$, где S есть площадь обкладок, d — расстояние между ними, а V — разность потенциалов.

На краях плоского конденсатора электрическое поле искажено. Поэтому вышеприведенная формула не совсем точна. Чтобы устранить эту ошибку, подвижную пластинку окружают охранным кольцом, имеющим тот же потенциал, что и сама пластинка. Благодаря этому пластинка занимает только середину конденсатора, где поле можно считать однородным. Подвижная пластинка вместе с охранным кольцом обыкновенно отводится к земле, а противоположная пластинка конденсатора заряжается до измеряемого потенциала. Для измерения силы вместо весов можно пользоваться и другими приемами, например пружинами или электромагнитным притяжением. При высоких потенциалах через воздух проходит электрический разряд, проскакивают искры и измерение становится невозможным. Однако абсолютным электрометром можно пользоваться и при потенциалах до 200 000 вольт, если поместить его в сосуд с сжатым до нескольких десятков атмосфер воздухом (электрометр А. А. Чернышева). О высоких потенциалах можно судить также по длине искры, которую они создают в воздухе, или по силе тока, вызываемого в вольтметре. Эти приемы измерения потенциала мы рассмотрим в соответственных частях курса.

Измерение емкости. Емкости некоторых проводников могут быть легко вычислены теоретически. Так, например, емкость изолированного шара, весьма удаленного от окружающих его стен или других проводников, численно равна его радиусу. Точно так же мы вычислили емкость плоского конденсатора. Некоторую ошибку в эти вычисления вносит искажение электрического поля у краев конденсатора. Эта ошибка устраняется, однако, с помощью охранного кольца, окружающего пластинку конденсатора подобно тому, как это было описано в абсолютном электрометре.

Емкость всякого другого проводника может быть определена по сравнению с известной уже емкостью одного из указанных конденсаторов. Отведя одну из обкладок конденсатора к земле, заряжают другую до известного потенциала V_0; для этого потребуется количество электричества $Q = C_0 V_0$, где C_0 — емкость этого конденсатора. Если присоединить теперь к конденсатору измеряемую емкость C, то общая их емкость будет равна $C_0 + C$. Количество электричества Q не изменится; поэтому потенциал понизится до величины:

$$V = \frac{Q}{C_0 + C} = \frac{C_0}{C_0 + C} V_0.$$

Зная V_0, V и C_0, мы определим искомую емкость C. Нужно помнить однако, что для измерения потенциала проводник присоединяется к электрометру, также обладающему некоторой емкостью. Емкость электрометра — это понятие довольно сложное, так как в нем имеются движущиеся заряженные части (бисквит, нить или пластинка абсолютного электрометра). При передвижении, например, бисквита в квадрантном электрометре не только меняется емкость вследствие изменения геометрической формы и расстояния между бисквитом и изолированной парой квадрантов, но кроме того заряженный бисквит создает через влияние на квадраитах некоторое количество электричества q, которое присоединяется к заряду Q квадрантов и соедниненных с ними проводников.

Чтобы определить емкость электрометр , его заряжают и затем присоединяют известную емкость. По изменению потенциала можно сравнить его емкость с емкостью присоединенного к нему конденсатора. Помимо электростатического способа емкость можно измерять также разряжая данную емкость через гальванометр (баллистический гальванометр) или при помощи переменных токов и электромагнитных колебаний. Эти приемы будут изложены позже.

Конденсаторы можно соединять между собой в группы параллельно или последовательно. Параллельным мы называем такое соединение (рис. 95а), при котором обкладки всех конденсаторов соединены с одной и той же парой проводов *1* и *2*. Приложив к полученной таким образом системе конденсаторов разность потенциалов V, мы должны будем конденсатору с емкостью C_1 сообщить количество электричества C_1V, конденсатору C_2 — C_2V и конденсатору C_3 заряд C_3V. Общее количество электричества Q на системе параллельно соединенных конденсаторов

$$Q=(C_1+C_2+C_3)V.$$

Следовательно емкость C всей системы

$$C=\frac{Q}{V}=C_1+C_2+C_3. \tag{91}$$

Последовательное соединение изображено на рис. 95б. Приложенная к конечным проводам 1 и 2 разность потенциалов V распределяется между всеми конденсаторами так, что

$$V=V_1+V_2+V_3. \tag{92}$$

Количество же электричества на всех обкладках одно и то же, равное Q. В самом деле, в конденсаторе с емкостью C_1 обе обкладки заряжены равным и противоположным зарядом Q. Верхняя обкладка

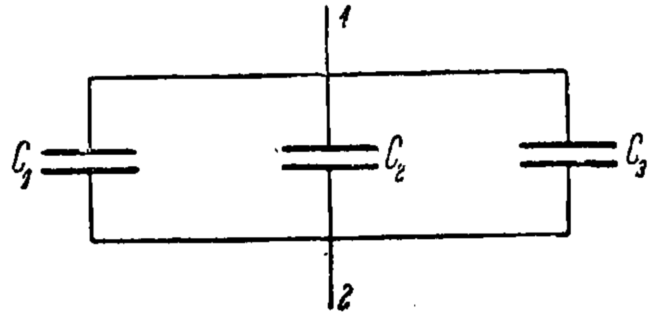


Рис. 95а.

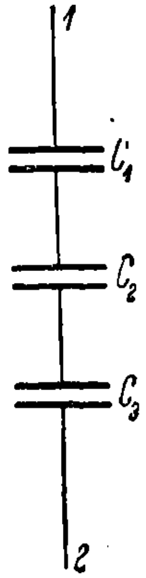


Рис. 95б.

второго конденсатора имеет тот же заряд, что и нижняя обкладка первого, так как между ними могло только произойти разделение зарядов. Преобладание заряда одного знака невозможно, так как извне эти обкладки заряда не получили. Точно так же можно видеть, что и на других обкладках имеются заряды $\pm Q$.

Для каждого из конденсаторов справедливо соотношение $C=\frac{Q}{V}$ или $Q=CV$. Это же соотношение справедливо и для всей системы, емкость которой мы обозначим через C:

$$Q=CV=C_1V_1=C_2V_2=C_3V_3,$$

откуда

$$V=\frac{Q}{C};\quad V_1=\frac{Q}{C_1};\quad V_2=\frac{Q}{C_2};\quad V_3=\frac{Q}{C_3}.$$

Подставив эти значения в ур-ние (92), имеем

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}. \tag{93}$$

Таким образом при последовательном соединении конденсаторов складываются не самые емкости, а их обратные величины, и емкость всей системы всегда меньше, чем емкость каждого из них в отдельности. Если например $C_1 = C_2 = C_3$, то $\frac{1}{C} = \frac{3}{C_1}$ и $C = \frac{C_1}{3}$.

Последовательное соединение конденсаторов является средством деления напряжений или разностей потенциалов. Если к крайним проводам *1* и *2* приложена разность потенциалов V, то на обкладках одного из конденсаторов, с емкостью например C_2, устанавливается разность потенциалов V_2, удовлетворяющая условию

$$\frac{V_2}{V} = \frac{\frac{1}{C_2}}{\frac{1}{C}} = \frac{\frac{1}{C_2}}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}. \tag{94}$$

Если C_2 велико, а C_1 и C_3 малы, то это отношение получает очень малые значения. Ур-ние (94) справедливо только до тех пор, пока внутри конденсаторов не происходит выравнивания потенциалов благодаря недостаточно хорошей изоляции промежуточного диэлектрика.

Для получения больших емкостей пользуются обыкновенно тонкой парафинированной бумагой в качестве диэлектрика; электродами же служат листы станиоля, которые прокладываются бумагой и свертываются в трубки. Таким образом удается получать большие поверхности электродов S, при очень малых расстояниях d. Однако разность потенциалов, которая может быть приложена к такому конденсатору, не превосходит определенного предела V_m, при котором происходит пробой диэлектрика. Для высоковольтных конденсаторов приходится пользоваться более совершенными изолирующими материалами и подбирать достаточную толщину d, что уменьшает емкость. Весьма большое значение имеет при этом происходящее на краях искажение электрического поля, вызывающее здесь пробой (краевой пробой). Для устранения этого явления можно окружить края средой с большой диэлектрической постоянной, где поле сильно ослаблено.

Для точных измерительных целей и для высоких частот радиотехники большое значение приобретает проводимость диэлектрика, заполняющего конденсатор. Ее можно устранить, изготовляя конденсаторы из слюды, кварца или стирола.

Для того чтобы уменьшить емкость тела и соединенных с ним проводов, им нужно придать возможно меньшие геометрические размеры и удалить их от окружающих отведенных к земле проводников на большие расстояния по сравнению с их размерами. Соединительные провода должны быть возможно короче и тоньше.

Конденсаторы. Для получения больших емкостей пользуются плоскими или цилиндрическими конденсаторами с возможно малыми расстояниями между обкладками, заполненными диэлектриком с большой диэлектрической постоянной. Издавна применявшиеся лейденские банки представляют собой цилиндрический конденсатор с диэлектриком из стекла. Емкость их достигает 10 000 *см*, причем они могут выдержать напряжение в 10 000 вольт и выше. Вместо стекла употребляются также и другие изоляторы, выдерживающие напряжение в несколько сот тысяч вольт. Для напряжений не столь высоких пользуются плоскими или цилиндрическими конденсаторами из большого числа параллельных слоев, отделенных тонкой слюдой или пропарафиненной бумагой. Таким образом получают емкости в несколько миллионов сантиметров.

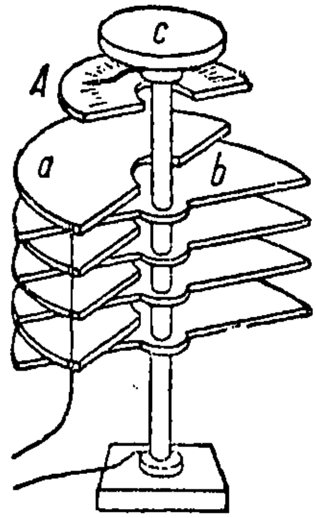


Рис. 96.

В радиотехнике необходимы конденсаторы, емкость которых можно по произволу изменять. Они состоят из ряда параллельных алюминиевых пластинок, в зазоры между которыми может входить другая изолированная от первых серия пластинок, соединенных между собой и вращающихся вокруг общей оси. Чем дальше вошли вращающиеся пластинки в пространство между неподвижными, тем больше их емкость по отношению к неподвижным пластинкам, отведенным к земле. Ось, на которой вращаются пластинки, снабжена стрелкой, движущейся по шкале и указывающей емкость конденсатора в данном положении (рис. 96).

Количество электричества. Особых электростатических приборов для измерения количества электричества не существует. Количество электричества вычисляется обыкновенно по емкости и потенциалу проводника. Если нужно узнать заряд, находящийся на данном теле, то это можно сделать, внеся тело в металлическую коробку, соединенную с электрометром. На ней создается через влияние точно такое же количество электричества, какое имелось на внесенном в нее теле. Зная емкость коробки вместе с электрометром и измерив повышенне потенциала, мы узнаем заряд тела.

Для того чтобы создать определенное количество электричества, пользуются так называемым *пьезо-кварцем*. Кристалл кварца обладает тем свойством, что при сжатии или растяжении в определениом направлении на противоположных плоскостях его появляются заряды q противоположных знаков. При заданных размерах кристалла величина заряда q строго пропорциональна силе, сжимающей или растягивающей кварц. Таким образом, подвешивая к пьезо-кварцу определенный груз, мы получаем точно известное количество электричества.

Другой способ сообщения или измерения определенного количества заключается в том, что тело присоединяется к конденсатору известной емкости, потенциал одной из пластин которого повышается на известную величину. Вторая пластина, соединенная с данным телом, получает через влияние определенный заряд, распределяющийся между телом и конденсатором пропорционально их емкостям.

Диэлектрическая постоянная. Измерения диэлектрической постоянной сводятся к измерению емкости. Для этого измеряемый конденсатор, плоский или цилиндрический, заполияют веществом измеряемого диэлектрика. Емкость конденсатора, как мы видели, пропорциональна диэлектрической постоянной среды, его заполняющей. Сравнивая емкость конденсатора в воздухе с емкостью того же конденсатора, наполненного данным веществом, мы узнаем диэлектрическую постоянную последнего. Этот способ вполне применим для хорошо изолирующих диэлектриков. Если же диэлектрик обладает заметной проводимостью, то он выравнивает потенциалы в обеих обкладках конденсатора и таким образом приводит к ошибочным результатам. В этих случаях пользуются переменными токами или быстрыми электрическими колебаниями. В следующей таблице указаны диэлектрические постоянные важнейших веществ.

Вещество	ε	Вещество	ε
Бумага	2—2,5	Парафин	2,0
Воздух	1,00059	Шеллак	3 — 3,7
Керосин	2,1	Сера	3,6 —4,3
Янтарь	2,8	Каменная соль	5.6
Стекло обыкновенное .	5—7	Вода	81
Слюда	6—8	Рутил	175

Напряжение поля. Напряжение поля определяется силой, действующей на единицу электричества. Его можно было бы поэтому измерить теми способами, которыми измеряют другие силы, например весами или пружиной; при этом однако самый измерительный прибор обычно сильно искажает поле, а измерения часто затруднены вследствие малости электрических сил. Поэтому обыкновенно измеряют разности потенциалов в двух достаточно близких точках V_1 и V_2 на расстоянии x друг от друга и определяют напряжение поля:

$$E = \frac{V_2 - V_1}{x}.$$

Н. Н. Семенов и А. Ф. Вальтер разработали метод изучения электрического поля при помощи зонда из накаленной проволочки. Такая проволочка, испуская в окружающий воздух заряды, делает его проводящим. Благодаря этому проволочка и соединенный с нею электрометр принимают потенциал данного места пространства. Перемещая зонд, можно получить точное описание эквипотенциальных поверхностей поля, а от него перейти к картине силовых линий. Другой способ изучения поля заключается в наблюдении движения в нем мелких заряженных пылинок, движущихся при отсутствии воздушных потоков по направлению силовых линий. Освещая их в течение определенных коротких промежутков времени и измеряя пройденный за это время путь s, можно определить и величину напряжения поля E, так как s пропорционально E. Здесь $E = ks$. Коэфициент k может быть определен из наблюдения над движением пылинки от одного электрода до другого, если разность потенциалов V между ними известна. Действительно, разность потенциалов на пути s равна $sE = ks^2$. А сумма этих величин на всем пути между электродами равна V.

$$\Sigma ks^2 = V.$$

Напряжение поля в жидких и твердых прозрачных телах можно измерять при помощи вызываемого им двойного лучепреломления. Помещая между скрещенными николями диэлектрик, в котором существует поле, мы наблюдаем просветление темной картины. Это просветление можно снова уничтожить, поместив на пути лучей измерительный компенсатор из кварцевых клиньев или из стеклянной пластинки, подвергнутой сжатию или растяжению.

Груз, который необходимо приложить к стеклу, чтобы компенсировать двойное преломление, созданное полем в диэлектрике, позволяет судить о напряжении поля.

Двойное преломление в электрическом поле было открыто Керром. Явление Керра особенно сильно в жидкостях, обладающих дипольными моментами, установка которых вдоль поля придает жидкости в этом направлении иные свойства, чем в направлениях перпендикулярных, что и сказывается в двойном лучепреломлении. Просветлением, вызываемом полем в нитробензоле, пользуются для передачи изображений и телевидения.

Электрическое поле в земной атмосфере. Измеряя потенциал в воздухе, заметили, что он увеличивается с высотой приблизительно на один вольт на 1 *см*. Так как 1 вольт составляет одну трехсотую абсолютной электростатической единицы, то следовательно напряжение поля у земной поверхности составляет в среднем одну трехсотую во всех местах земной поверхности. Это поле направлено к земле сверху вниз. Из этого следует, что поверхность земли обладает отрицательным зарядом. Количество электричества q, приходящееся на 1 $см^2$, определится из соотношения

$$E = 4\pi q$$

или

$$q = \frac{E}{4\pi} = \frac{1}{300 \cdot 4\pi} = 3 \cdot 10^{-4},$$

а на всю поверхность земли, составляющую $4 \cdot 10^{18}$ $см^2$, приходится отрицательный заряд 10^{15} абс. единиц. С удалением от поверхности земли поле быстро убывает и уже на расстоянии пяти или шести километров становится ничтожно малым. Таким образом все силовые линии атмосферного электрического поля начинаются в воздухе на расстоянии не более 5 *км* и оканчиваются на поверхности земли. Это значит, что положительный заряд, по величине равный отрицательному заряду земной поверхности, распределен в воздухе в слое, непосредственно прилегающем к земле. В атмосферном воздухе имеется объемный заряд положительного электричества, плотность которого тем больше, чем ближе данный слой находится к земле. У поверхности земли воздух является одним из лучших изоляторов. На высоте же 80—100 *км* под влиянием утрафиолетовой радиации солнца воздух становится настолько проводящим, что он отражает приходящие с земной поверхности радиоволны (слой Гевисайда).

Не только, однако, внутри земной атмосферы существуют электрическое поле и разность потенциалов, но и вся земля как целое имеет иной потенциал, чем солнце, так что и между ними существует электрическое поле. Это поле, впрочем, очень невелико, благодаря громадным расстояниям между землей и солнцем. Можно видеть отсюда, насколько условно утверждение, что потенциал земли равен нулю.

ГЛАВА IV.

МАГНЕТИЗМ.

§ 1. Основные данные о магнетизме.

Происхождение магнитов. Явление магнетизма известно уже с давних пор. По греческим данным, вблизи малоазиатского города Магнезии какой-то пастух заметил притяжение к почве железных предметов.

В различных местах существуют железные руды, обладающие способностью с большой силой притягивать железо. В некоторых местах, как например в Малой Азии и у нас на Урале, такие магнитные руды выходят на поверхность земли. Иногда же, как например в случае Курской магнитной аномалии, они находятся на значительной глубине. Магнитные их действия замечены были на поверхности земли и послужили к открытию громадных залежей руды под землей. Кроме таких естественных магнитов можно создавать и искусственные стальные, которые так же длительно сохраняют это свойство. В каждом магните, естественном или искуственном, действие сосредоточено главным образом в двух противоположных концах, которые называются полюсами магнита. В эпоху господства гипотезы невесомых жидкостей магнитные свойства приписывали особым магнитным жидкостям, магнитным массам, сосредоточенным в полюсах магнита.

Законы магнитных взаимодействий. Магнитные действия, как и электрические, сказываются либо в притяжении, либо в отталкивании. Действия двух полюсов магнита всегда противоположны друг другу. Если магнетизм одного из них назвать положительным магнетизмом, то другой можно назвать отрицательным. Опыт показывает, что два одноименных полюса всегда отталкиваются, разноименные — притягиваются. Законы этих взаимодействий, как и законы электрических взаимодействий, были изучены Кулоном. Трудность этих опытов по сравнению с электрическими заключалась в невозможности разделить положительный магнетизм от отрицательного.

Если отломить ту часть магнита, в которой мы предполагали присутствие положительного магнетизма, то эта часть магнита становится снова целым магнитом с обоими полюсами — положительным и отрицательным. Какие бы малые части магнита ни отделять, в них всегда оказываются два противоположных полюса. Чтобы тем не менее устаиовить воздействие на один полюс, Кулон пользовался весьма длинными магнитами. Так как магнитные действия с удалением от полюса ослабевают, то можно было считать, что почти все действие испытывает один ближайший полюс, другой же, хотя и существует в том же магните, но настолько удален от изучаемого места, что его влиянием можно пренебречь.

Кулон пришел к заключению, что законы взаимодействия магнитных масс таковы же, как и законы взаимодействия электрических зарядов. Силы взаимодействия убывают обратно пропорционально квадрату расстояния. Они тем сильнее, чем сильнее намагничены магниты, т. е. чем больше их магнитные массы.

Единица магнетизма. Так как о величине магнитных масс мы можем судить только по их магиитным действиям, то естественно принять, что магнитная масса прямо пропорциональна силе, ею испытываемой. За единицу магнетизма или единицу магнитной массы мы примем такое количество магнетизма, которое действует на равное ему количество, находящееся иа расстоянии в 1 *см*, с силою в 1 дину. В этих единицах закон Кулона может быть выражен таким образом. Обозначим две взаимодействующие магнитные массы через m_1 и m_2, а расстояние между ними через r. Сила взаимодействия

$$f=\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}. \tag{1}$$

Если m_1 и m_2 оба положительны или оба отрицательны, сила f представляет собой силу отталкивания. Если m_1 и m_2—разных знаков, то сила f отрицательна и выражает собой силу притяжения. Величина магнитных сил зависит не только от магнитных масс полюсов, но и от той среды, которая между ними находится. Если те же магниты поместить в ииую среду, сила f выразится

$$f=\frac{m_1 \cdot m_2}{\mu r^2}. \tag{2}$$

Магнитная проницаемость. Величина μ показывает, во сколько раз уменьшилась сила от присутствия даииой среды по сравнению с воздухом или, правильнее сказать, с пустотой, где μ принимается равным единице.

Величину μ называют **магнитной проницаемостью** данной среды. Для одних веществ, называемых парамагнитными, μ больше единицы; следовательно, в парамагнитной среде магнитные взаимодействия слабее, чем в пустоте. В других телах, называемых диамагнитными, μ меньше единицы и, следовательно, магнитные силы в них больше, чем в пустоте. μ, как и ε, можно представить в виде $\mu = 1 + 4\pi\chi$, где χ называется **магнитной восприимчивостью**.

Всякое тело, внесенное в магнитное поле, само намагничивается, приобретая свойства магнитного диполя, причем парамагнитные тела намагничиваются так, что вблизи положительного полюса в них появляется отрицательный, и наоборот. Образовавшиеся разноименные полюса притягиваются друг к другу; поэтому парамагнитные тела всегда втягиваются в магнитное поле. В диамагнитных телах вблизи каждого полюса образуются одноименные полюса, которые и стремятся вытолкнуть диамагнитное тело из поля. Особенно сильное притяжение в магнитном поле испытывают железо, кобальт, никель и некоторые сплавы, так называемые ферромагнитные тела. Когда они имеют продолговатую форму, они кроме того стремятся повернуться своею осью по направлению к полюсу. Если вблизи магнитного полюса насыпать железных опилок или мелких железных гвоздей, то каждый из них станет маленьким магнитиком, который будет притягиваться полюсом и в свою очередь будет стремиться притянуть окружающие его железные частицы. Благодаря этому вокруг полюса образуются целые цепочки из железных опилок или гвоздиков, повернутых везде своей осью в ту сторону, куда направлена магнитная сила. По направлению этих цепочек можно судить о направлении магнитных сил.

§ 2. Магнитное поле.

Для описания магнитного поля, окружающего магнит, мы пользуемся теми же приемами, как и для описания электрического поля вокруг наэлектризованного тела. В интересующую нас точку поля мы вносим единицу положительного магнетизма и измеряем силу, испытываемую ею со стороны магнитного поля. Величину этой силы мы называем **напряжением** магнитного поля и обозначаем его буквой H. Напряжение магнитного поля H, как и напряжение электрического поля E, представляет собой вектор.

Для изображения магнитного поля мы пользуемся тем же графическим приемом, что и для электрического, проводя в магнитном поле линии, по направлению своему совпадающие с направлением вектора напряжения поля, а величину напряжения изображаем густотой линий. Через каждый кв. сантиметр поперечной к этим линиям плоскости мы проводим такое количество силовых линий, которое численно равно величине напряжения в данном участке.

Напряжение магнитного поля измеряется в единицах, для которых предложено название: эрстедт. За один эрстедт мы принимаем напряжение такого поля, в котором на единицу положительного магнетизма действует сила в одну дину.

Картины магнитных полей, создаваемых данными магнитными массами, совершенно совпадают с электрическими полями, создаваемыми соответственно расположенными электрическими зарядами. Однако не все те случаи, которые мы рассмотрели в учении об электрическом поле, могут быть осуществлены и в магнитном поле. Так например, мы не можем создать одну магнитную массу одного знака. Мы всегда имеем дело только с магнитами, имеющими одновременно и положительный и отрицательный магнетизм. Здесь мы рассмотрим только два важнейших случая — магнитного диполя и магнитного листка.

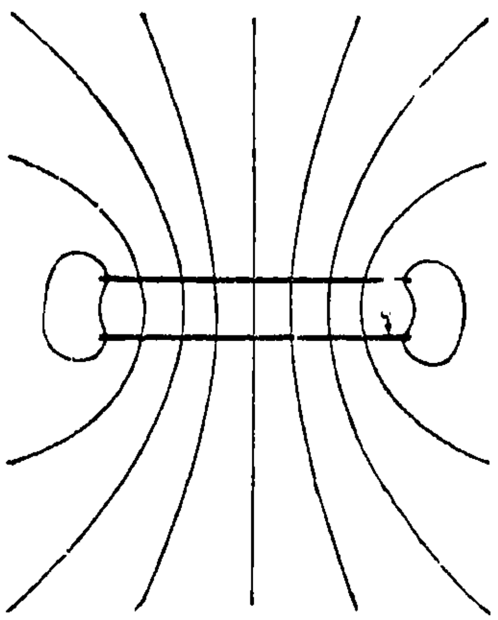


Рис. 97.

Магнитный диполь. Под магнитным диполем мы понимаем систему из двух равных и прямо противоположных магнитных масс m, сосредоточенных в двух точках, находящихся в некотором расстоянии a друг от друга. Силовое поле такого диполя совпадает с полем электрического диполя, изображенным на рис. 73. На расстоянии r от диполя, вдоль линии, соединяющей его магнитные массы, напряжение поля, как и для электрического диполя,

$$H=\frac{2m\cdot a}{r^3}$$

если только r достаточно велико по сравнению с a.

Произведение из m на a, из магнитных масс диполя на расстояние между ними, называют магнитным моментом диполя M.

Таким образом напряжение поля H может быть выражено и так:

$$H=\frac{2M}{r^3}. \tag{3}$$

Если мы возьмем какую-нибудь точку B на таком же расстоянии r от магнита, но только в направлении, перпендикулярном к оси магнита, напряжение поля будет

$$H = \frac{M}{r^3}, \tag{4}$$

на расстоянии r, достаточно большом по сравнению с длиной диполя a.

Магнитный листок. Под магнитным листком мы понимаем такую систему, в которой две равные и прямо противоположные магнитные массы m расположены в параллельных плоскостях, находящихся на небольшом сравнительно с их размерами расстоянии a. Магнитное поле такого магнитного листка изображено на рис. 97. Магнитным моментом листка мы называем произведение из магнитных масс m на расстояние между ними a. На больших по сравнению с размерами листка расстояниях магнитный листок ведет себя как диполь. Вблизи же магнитных масс поле, как видио, существенно отличается от линейного диполя; оио совпадает с полем плоского конденсатора.

§ 3. Силы, испытываемые магнитами в магнитном поле.

Земля имеет в основных чертах характер диполя, положительный магиетизм которого находится вблизи южного полюса, а отрицательный — вблизи северного. В различных местах земной поверх-

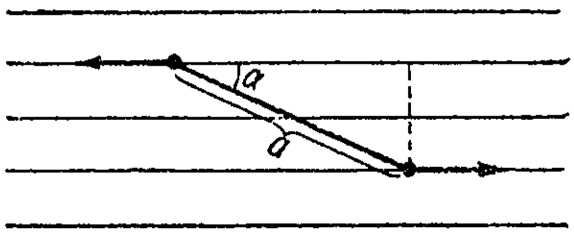


Рис. 98.

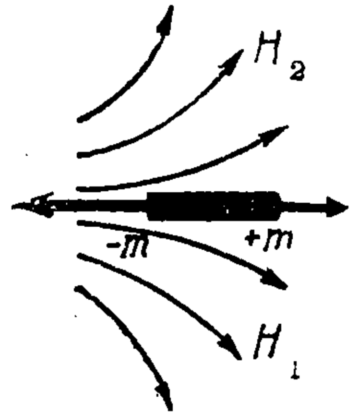


Рис. 99.

ности поле различно по величине и направлению, но в пределах одной лаборатории, размеры которой всегда ничтожно малы по сравнению с размерами земли, различия поля в разных точках настолько ничтожны, что мы без большой ошибки можем его считать однородным, если только вблизи нет железных предметов, искажающих поле. В таком однородном поле магнит не испытывает поступательного движения, так как силы, действующие на оба его полюса, положительный и отрицательный, равны и прямо противоположны. Но так как оии приложены к разным точкам магнита, оии могут создать вращающий момент. Если магнит, обладающий магнитными массами m, находящимися на расстоянии a друг от друга, помещен в магнитное поле H, образующее с осью магнита угол α, то силы, действующие на магнитные массы, равны $m \cdot H$. Плечо же этой пары сил равно, как легко видеть из рис. 98,

$$a \cdot \sin \alpha.$$

Поэтому вращающий момент этой пары сил равен

$$H \cdot m \cdot a \cdot \sin \alpha = H \cdot M \cdot \sin \alpha,$$

где M, как и раньше, изображает магнитный момент магнита. Эта пара сил будет стремиться повернуть оси магнита в направлении, совпадающем с иаправлением магнитного поля H. При этом положительный полюс поворачивается в сторону отрицательного полюса земли, т. е. к северу, поэтому положительный полюс называют северным, а отрицательный — южным. Когда магнит находится в неоднородном поле, он помимо вращения испытывает и поступательное движение. В самом деле, тогда обе одинаковые магнитные массы его полюсов m находятся в разных магнитных полях H_1 и H_2 и испытывают разные магнитные силы $H_1 \cdot m$ и $H_2 \cdot m$. (рис. 99). Равнодействующая этих двух сил и вызывает поступательное движение магнита. Взаимодействие двух магнитов с моментами M и M_1, находящихся на расстоянии R, равно

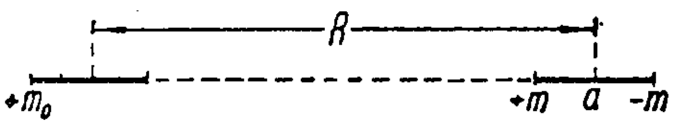


Рис. 100.

$$f = \frac{6MM_1}{R^4}, \tag{5}$$

в том случае, когда оси их совпадают, и расстояние между ними достаточно велико (рис. 100). Магнитные поля действительных магнитов только приблизительно напоминают диполи. Силовые линии этого поля вовсе не исходят из одной точки, в которой был бы сосредоточен весь положительный или северный магнетизм, и не сходятся все в другой точке, где был бы расположен южный магнетизм. Как мы увидим в дальнейшем, самое понятие о магнитных массах не соответствует действительности и возникло только по аналогии с электрическими зарядами. То, что действительно существует, это — магнитное поле и вызываемые им магнитные силы.

§ 4. Магнитный потенциал.

В электрическом поле мы приписывали каждой точке определенный потенциал, равный той работе, которую нужно затратить, чтобы привести единицу электричества из бесконечности в данную точку. Совершенно так же мы можем определить магнитный потенциал какой-нибудь точки магнитного поля как ту работу, которую нужно затратить, чтобы единицу положительного магнетизма перевести из бесконечности в эту точку. Соединяя все точки одинакового потенциала, мы получим эквипотенциальные поверхности. Во всех своих точках эквипотенциальные поверхности перпендикулярны к силовым линиям магнитного поля. Поэтому, перемещая единицу магнетизма вдоль такой поверхности, мы не затрачиваем работы и не изменяем ее энергии. Чтобы изобразить магнитное поле при помощи эквипотенциальных поверхностей, мы наносим те из них, энергия которых возрастает каждый раз на единицу. Тогда густота этих поверхностей равна напряжению поля в данном месте, а перпендикуляр к поверхности указывает направление поля в данной точке.

§ 5. Магнитная индукция.

Сила взаимодействия между двумя магнитами зависит от той среды, в которой они находятся. В среде с магнитной проницаемостью μ она в μ раз меньше. Следовательно, и напряжение поля

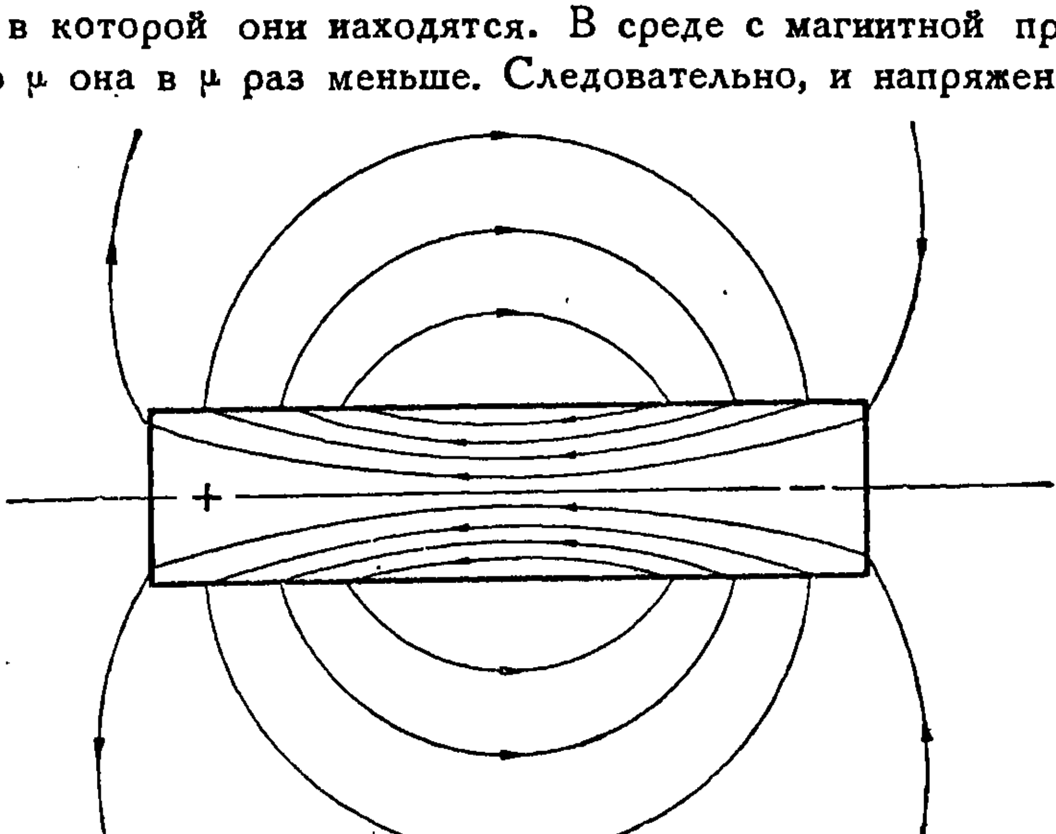


Рис. 101.

и число силовых линий в такой среде будет меньше, чем в воздухе. Для того чтобы сохранить неизменным число линий при переходе из одной среды в другую, мы вводим вместо напряжения поля новую величину, называемую **магнитной индукцией**: $B = \mu H$. Для магнитной индукции, так же как и для электростатической индукции, имеет место теорема **Гаусса**, т. е. общее число линий индукции, выходящих из замкнутой поверхности, окружающей массу m, равно $4\pi \cdot m$. Однако на самом деле выделить магнитную массу m одного знака и окружить ее замкнутой поверхностью невозможно. Во всяком магните имеются всегда две равные и противоположные по знаку массы. Таким образом общее число линий, выходящих из замкнутой поверхности, окружающей любой магнит, всегда равно 0. Если бы мы попытались мысленно провести поверхность сквозь магнит, отделив северный его полюс от южного, то для подсчета общего числа линий индукции мы должны были бы знать индукцию внутри магнита. На самом деле линии индукции, выходящие из положительного конца магнита и входящие в его отрицательный полюс, не кончаются на его поверхности, а проходят внутри магнита от отрицательного полюса к положительному, так что все линии индукции являются замкнутыми кривыми (рис. 101).

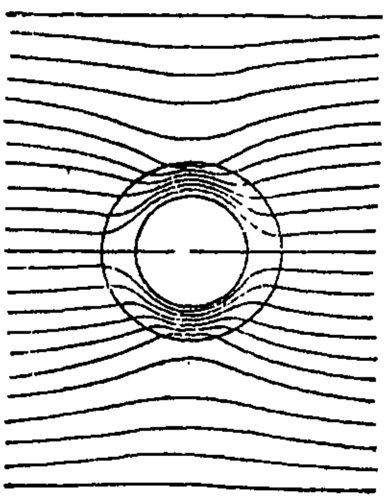


Рис. 102.

Этим линии магнитной индукции существенно отличаются от линий электростатической индукции, которые на самом деле начинаются у положительных зарядов и заканчиваются у отрицательных. Другое важное отличие магнитного поля от электрического вызвано тем, что в природе не существует проводников магнетизма. Поэтому магнитное поле ни в одном теле не уничтожается полностью; нельзя устроить абсолютную магнитную защиту. Но зато существуют тела с очень высокой магнитной проницаемостью (в мягком железе — до 5000). В таких телах поле сильно ослаблено. Линии индукции в них сильно сгущаются; благодаря этому ими можно пользоваться для магнитной защиты, хотя и не столь совершенной, как электростатическая защита при помощи проводников. На рис. 102 показана картина линий индукции в поле, в которое внесен полый железный цилиндр. Из рисунка можно видеть, как сильно ослаблено поле внутри этого цилиндра. Магнитная индукция B измеряется в гауссах. Общее число линий магнитной индукции N, выходящих из какой-либо поверхности, измеряется в максвеллах.

§ 6. Энергия магнитного поля.

На создание магнитного поля приходится затрачивать работу, которую можно получить обратно, когда поле исчезает. Поэтому магнитному полю мы приписываем энергию, равную этой работе.

Для вычисления ее поступаем так же, как при вычислении энергии электрического поля. Возьмем две плоскости, обладающие магнитными массами $+m$ и $-m$, и раздвинем их до расстояния a. Тогда во всем пространстве между ними появится магнитное поле, энергия которого равна той работе, которую пришлось совершить, раздвигая противоположные магнитные массы, преодолевая силу их взаимного притяжения. Расчет, совершенно подобный тому, который мы привели в § 4 гл. III для электрического поля, показывает, что энергия одного куб. сантиметра магнитного поля с напряжением H в среде с магнитной проницаемостью μ равна

$$U=\frac{\mu H^2}{8\pi}=\frac{B^2}{8\pi\mu}=\frac{BH}{8\pi}. \qquad (6)$$

Движение тел в магнитном поле. Если заменить пустоту, окружающую данный магнит с полем H, средой, обладающей магнитной проницаемостью μ, то напряжение поле H уменьшится и сделается равным $\frac{H}{\mu}$, а индукция останется попрежнему равной B, как и в пустоте. Легко видеть из ур-ния (6), что энергия при этом изменяется в μ раз. Если $\mu > 1$, т. е. среда парамагнитна, то энергия уменьшается, если же $\mu < 1$, то энергия поля возрастает. Так как в природе происходят сами собою только те процессы, которые сопровождаются уменьшением энергии, то парамагнитная среда будет втягиваться в поле, а диамагнитная—выталкиваться из него.

Если магнитное поле однородно, а данное тело с проницаемостью μ занимает небольшую часть поля, то от перемещения этого тела из одного места поля в другое энергия не изменится. Поэтому, например, в магнитном поле земли ни парамагнитные ни диамагнитные тела не получают поступательного движения.

Но в тех случаях, когда поле неоднородно, перемещение тела в поле изменяет энергию, и вследствие этого появляются силы, стремящиеся вызвать такое перемещение, при котором энергия уменьшится. Так, если тело объема ω перешло из положения, где индукция была B_1, в место с индукцией B_2, то энергия того объема, в котором раньше находилось данное тело проницаемости μ, а теперь оказался воздух или пустота, изменилась на величину

$$\frac{B_1{}^2}{8\pi}\,\omega-\frac{B_1{}^2}{8\pi\mu}\,\omega=\frac{B_1{}^2}{8\pi}\,\omega\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

а энергия объема ω в том же месте изменится на величину

$$\frac{B_2{}^2}{8\pi\mu}\,\omega-\frac{B_2{}^2}{8\pi}\,\omega=\frac{B_2{}^2}{8\pi}\,\omega\left(\frac{1}{\mu}-1\right).$$

Сумма изменений энергии в обоих местах выразит общее изменение энергии поля, вызванное перемещением тела

$$U_2 - U_1 = \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)\frac{\omega}{8\pi}\left(B_1^2 - B_2^2\right). \qquad (7)$$

Если $\mu > 1$, то первая скобка положительна, и для того, чтобы энергия уменьшилась, нужно, чтобы B_2 было больше B_1; парамагнитные тела двигаются, следовательно, в области с возможно большей магнитной индукцией. Наоборот, если $\mu < 1$, то первая скобка имеет отрицательный знак. Для того чтобы общее изменение энергии было отрицательным, нужно, чтобы B_1 было больше B_2. Поэтому диамагнитные тела переходят в те части поля, где индукция наименьшая.

Если в среде с магнитной проницаемостью μ_1 иаходится тело с иной проницаемостью μ_2, то это тело будет вести себя как парамагнитное, если $\mu_2 > \mu_1$, и как диамагнитиое, еслн $\mu_2 < \mu_1$.

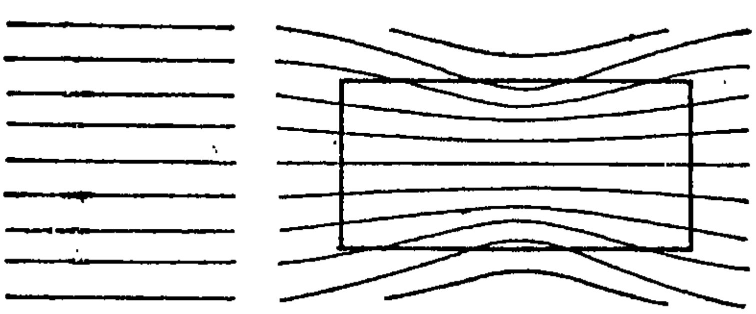


Рис. 103.

Приведенные выше рассуждения и вычисления не вполне точны, так как, перемещая тело в магнитном поле, мы не только меняем магнитную проницаемость в данном месте, ио и изменяем самую картину поля, распределение линий индукции. Они перераспределяются при внесении тела в поле таким образом, чтобы, не изменяя общего числа линий индукции, свести энергию поля к минимуму. Так как в теле парамагнитном энергия для того же числа линий индукции меньше, чем в воздухе, то линии индукции сгущаются внутри парамагнитного тела, но только до некоторого предела, так как густота линий определяет магнитную индукцию B, а с увеличением B магнитная энергия возрастает пропорционально B^2. Чем больше μ, тем сильнее сгущение линий в поле. На рис. 103 показаио изменение картины линий иидукции однородного поля, вызванное п а р а м а г н и т н ы м телом. Когда в одном и том же месте имеется электрическое поле E, вызванное присутствием электрических зарядов, и магнитное поле H, вызванное магнитами, то энергия, заключающаяся в 1 *см*^{3} такого пространства, равна сумме электрической и магнитной энергии

$$U = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} + \frac{\mu H^2}{8\pi}. \qquad (8)$$

Оба поля существуют независимо друг от друга и не влияют друг на друга пока они остаются неизменными.

§ 7. Магнитные свойства различных веществ.

Парамагнетизм. Атомы и молекулы многих веществ обладают магнитным моментом, создаваемым входящими в их состав электронами. Каждый электрон, как и всякий элементарный положительный заряд, обладает определениым магнитным моментом, равным $0{,}93 \cdot 10^{-20}$ абс. магн. ед. Если число электронов в атоме нечетное или расположение осей их таково, что магнитные моменты отдельных электронов не уничтожают друг друга, то атом получает некоторый магнитный момент, с которым он участвует и в тех химических соединениях, которые он образует с другими атомами. Это приводит к таким же результатам, как и присутствие электрических диполей в электрическом поле. Вне поля магнитные оси отдельных атомов и молекул тела расположены самым хаотическим образом, и влияние их магнитных моментов взаимно уничтожается. Но в магнитном поле все диполи стремятся повернуться своимн осями вдоль поля, так как в этом положении они обладают наименьшей энергией. Из ур-ния (24а) мы заключаем, что при повороте диполя из положения, противоположного полю, в положение, параллельное ему, энергия изменяется на $2\ MH$. В наиболее сильных полях $H = 2 \cdot 10^4$ гаусс; изменение же энергии составит $2 \cdot 0{,}93 \cdot 10^{-20} \cdot 2 \cdot 10^4 = 4 \cdot 10^{-16}$. Этому стремлению диполей стать вдоль поля противодействует тепловое движение, которое, наоборот, стремится сравнять число диполей, расположенных вдоль и против поля. Средняя энергия теплового движения равна

$$U = \frac{3}{2} kT,$$

где $k = 1{,}37 \cdot 10^{-16}$, а T — абсолютная температура. При комнатиой температуре $T = 290°$ и $U = 6 \cdot 10^{-14}$ эрг, т. е. в сто раз больше энергии диполей в магнитном поле. Поэтому действие поля сказывается лишь очень слабо по сравнению с тепловым движением, и преобладание числа молекул, повернутых вдоль поля, над расположенными против поля, крайне невелико. Ослабление магнитного поля, которое вызвано поворотом диполей, также незначительно, а это значит, что магнитная проницаемость μ, измеряющая ослабление поля, по сравнению с пустотой, мало отличается от единицы, а магнитная восприимчивость χ очень мала — порядка 10^{-6}. С понижением температуры энергия теплового движения убывает, тогда как влияние магнитного поля не изменяется; относительная роль поля возрастает. Это сказывается на возрастании χ с понижением температуры. Согласно закону Кюри

$$\chi \cdot T = \text{const}.$$

Эти свойства парамагнитных тел наблюдаются не только в жидком и газообразном, но и в твердом состоянии.

Ферромагнетизм. Среди парамагнитных тел группа металлов: железо, кобальт, никель, содержащие их кристаллы и некоторые металлические сплавы обладают совершенно исключительными свойствами. Их магнитная проницаемость μ выражается сотнями и тысячами и, кроме того, они обладают рядом других особенностей. Эти свойства называются ферромагнетизмом, по имени важнейшего их представителя — железа (Fe). Уже в сравнительно слабых полях они получают значительный магнитный момент, созданный поворотом элементарных магнитов. Несмотря на тепловое движение, такое же сильное в железе, как и в меди, значительная часть магнитных осей устанавливается вдоль поля. Когда поле достигает нескольких сот гаусс, магнитный момент приближается к некоторому предельному значению, указывающему, что большая часть диполей уже повернулась вдоль поля. Дальнейшее возрастание поля поэтому производит уже слабый эффект. Это явление носит название магнитного насыщения. Чем ниже температура, тем больше магнитный момент при насыщении. Чтобы понять высокую магнитную проницаемость и насыщение в железе, пришлось бы допустить, что магнитный момент в нем в тысячи раз больше, чем в других парамагнитных телах, что, однако, неверно, так как железо, нагретое до 780° С, а никель до 350° С, теряют свои ферромагнитные свойства и становятся парамагнитными, причем магнитные моменты их, оказывается, имеют такую же величину, как и в других телах; эту температуру исчезновения ферромагнитных свойств называют точкой Кюри. Остается, следовательно, допустить, что в ферромагнитном состоянии тысячи отдельных диполей какими-то силами (называемыми молекулярным полем) связываются в одну цепочку, один общий диполь с моментом, равным сумме всех составляющих его элементарных диполей. В этом случае изменение энергии при повороте такого сложного диполя в магнитном поле может оказаться и больше энергии теплового движения. Для того чтобы в поле 100 гаусс магнитная энергия была больше тепловой, необходимо связать молекулярным полем в один сложный диполь до миллиона элементарных диполей. Такими же свойствами в электрическом поле обладает сегнетовая соль.

В ферромагнитных веществах наблюдается еще одно весьма важное явление — остаточное намагничение. Ферромагнитное тело после намагничивания сохраняет частично приобретенный им в поле магнитный момент и остается магнитом и без внешнего магнитного поля. Это свойство особенно сильно выражено в некоторых сортах твердой стали (вольфрамовой, хромовой); оно значительно слабее в мягком железе. Остаточное намагничивание представляет собой частный случай более общего свойства, называемого гистерезисом, и заключающегося в том, что при нарастании поля магнитный момент ферромагнитных тел меньше, чем после того, как тело было уже сильно намагничено и поле уменьшилось до тех же значений. Магнитный момент как бы отстает, не достигает присущего ему в данном магнитном поле значения. Рис. 104 изображает связь магнитного момента с напряжением поля при постепенном намагничивании, размагничивании и перемагничивании тела, когда поле меняется от значения $+H$ до $-H$. При первом намагничивании от 0 до $+H$ мы получаем кривую, проходящую через начало координат, при уменьшении H до 0 и до $-H$ левую часть кривой, а при новом повышении поля от $-H$ до $+H$ правую часть кривой. Повторение той же операции приводит к той же петле гистерезиса. От скорости намагничивания гистерезис не зависит. Существование гистерезиса приводит к тому, что каждый раз при перемагничивании затрачивается больше энергии на намагничивание, чем получается обратно при размагничивании. Этот избыток энергии переходит в теплоту. Поэтому при многократном перемагничивании ферромагнитные тела нагреваются. В электрических машинах во избежание этих потерь энергии приходится применять исключительно мягкие сорта железа.

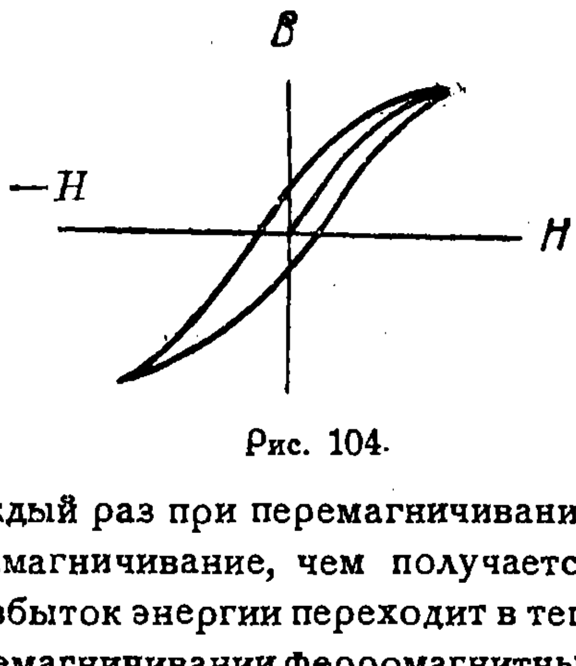


Рис. 104.

Диамагнетизм. Диамагнетизм представляет собой явление, не имеющее аналогии в области электрических полей. Он обязан движению электронов в атомах. Вследствие явления электромагнитной индукции, которое мы рассмотрим позднее, в магнитном поле движение изменяется так, что создается небольшой магнитный момент, противоположный полю. Это явление не зависит от температуры и имеет место во всех телах. Оно создает отрицательную магнитную восприимчивость χ порядка 10^{-7} и магнитную проницаемость немного меньшую единицы. В парамагнитных телах этот диамагнитный эффект перекрывается гораздо более сильным влиянием поворота диполей. Наиболее сильными диамагнитными свойствами обладают висмут и сурьма; для висмута $\mu = 0{,}99983$; $k = 14 \cdot 10^{-6}$.

§ 8. Величины, описывающие магнитные свойства.

Подобно тому, как свойства диэлектриков можно было характеризовать не только диэлектрической постоянной ε, но и коэффициентом электризации k и поляризуемостью α, можно аналогичные же зависимости установить и для магнитного поля в теле с магнитной проницаемостью μ.

В поле H появляется магнитная поляризация

$$P_m = kH, \tag{9}$$

равная геометрической сумме всех магнитных моментов, находящихся в 1 $см^3$ тела. В парамагнитных телах этот результирующий магнитный момент P_m направлен по направлению поля и k—положительно; в диамагнитных—против поля и k — отрицательно. Между μ и k существует связь

$$\mu = 1 + 4\pi k, \tag{10}$$

k называется магнитной восприимчивостью.

Величины аналогичной поляризуемости α в случае парамагнетизма не существует, так как магнитное поле не раздвигает магнитных масс и не создает магнитного момента, а только поворачивает готовые диполи. Поэтому в ур-нии (80) предыдущей главы остается лишь один второй член

$$\frac{\mu - 1}{\mu + 2} = \frac{4\pi}{3} N \frac{m^2}{CT}. \tag{11}$$

μ для всех парамагнитных тел, за исключением железа, кобальта и никеля, очень мало отличается от единицы, поэтому $\mu + 2$ можно заменить числом 3.

$$\mu - 1 = 4\pi N = \frac{m^2}{CT} \tag{11a}$$

или, так как $\mu - 1 = 4\pi k$

$$k = N \frac{m^2}{CT} \tag{12}$$

$$kT = Nem^2 = C$$

$$k = \frac{C}{T}. \tag{13}$$

Выражение, стоящее в правой части равенства, можно считать постоянным. Следовательно магнитная восприимчивость парамагнитных тел обратно пропорциональна температуре. Величина C носит название постоянной Кюри, по имени Пьера Кюри (Pierre Curie), установившего этот закон.

Для диамагнитных тел мы имеем магнитные моменты, создаваемые магнитным полем и пропорциональные ему. Поэтому для них

$$\frac{\mu-1}{\mu+2}=\frac{4\pi}{3}N\alpha. \tag{14}$$

или, так как μ всегда очень мало отличается от единицы,

$$k=N\alpha. \tag{15}$$

Магнитную восприимчивость можно относить не к единице объема, а к единице массы — 1 *г*; тогда мы получим удельную восприимчивость χ, причем

$$\chi=\frac{k}{\rho},$$

χ

где ρ обозначает плотность тела.

Для характеристики магнитных свойств молекулы нужно было бы разделить магнитную восприимчивость 1 *см*³ на число молекул N, заключающихся в 1 *см*³. Если M — молекулярный вес, то

$$N=\frac{\rho}{M}$$

и для описания магнитных свойств молекулы можно пользоваться молекулярной восприимчивостью

$$\chi_m=k\frac{M}{\rho}.$$

Эта величина имеет следующие значения:

Алюминий	$+16{,}5\cdot10^{-6}$	Кальций	$+44\cdot10^{-6}$
Азот	$-10{,}8\cdot10^{-6}$	Кислород	$-3410\cdot10^{-6}$
Аргон	$-16{,}5\cdot10^{-6}$	Марганец	$+531\cdot10^{-6}$
Барий	$+123\cdot10^{-6}$	Медь	$-5{,}4\cdot10^{-6}$
Бериллий	$-8{,}7\cdot10^{-6}$	Натрий	$+13{,}6\cdot10^{-6}$
Висмут	$-293\cdot10^{-6}$	Неодим	$+5200\cdot10^{-6}$
Вода при 20° С	$-12{,}9\cdot10^{-6}$	Ртуть	$-37\cdot10^{-6}$
Водород	$-3{,}74\cdot10^{-6}$	Серебро	$-207\cdot10^{-6}$
Гелий	$-1{,}7\cdot10^{-6}$	Сурьма	$-99\cdot10^{-6}$
Кадмий	$-20\cdot10^{-6}$	Цинк	$-10\cdot10^{-6}$

§ 9. Магнитное поле земли.

Земля представляет собою громадный магнит. Его ось не вполне совпадает с осью вращения земли (рис. 105). Отрицательный полюс находится у северных берегов Америки — 70° 5′ 17″ сев. широты и 96° 45′ 48″ западной долготы, а положительный — 72° 25′ южной широты и 155° 15′ восточной долготы. Положение полюсов, однако, не остается неизменным, но постоянно меняется из года в год. На протяжении столетий эти изменения весьма заметны. Направление и величина магнитного поля меняются также — хотя и в небольших пределах — в зависимости от положения солнца и солнечных пятен, от северных сияний и от местных причин. В отдельных местах общая картина земного поля резко искажается как по величине, так и по направлению. Это служит показателем присутствия в этих местах — хотя бы и на значительной глубине — больших магнитных масс. Так например, резкая аномалия магнитного поля в Курской губ., изученная сначала проф. Э. Е. Лейстом, а затем более подробно академиком П. П. Лазаревым, послужила к открытию громадных залежей железных руд на большой глубине под землей. Направление магнитного поля в местах, лишенных резких аномалий, приблизительно совпадает с направлением

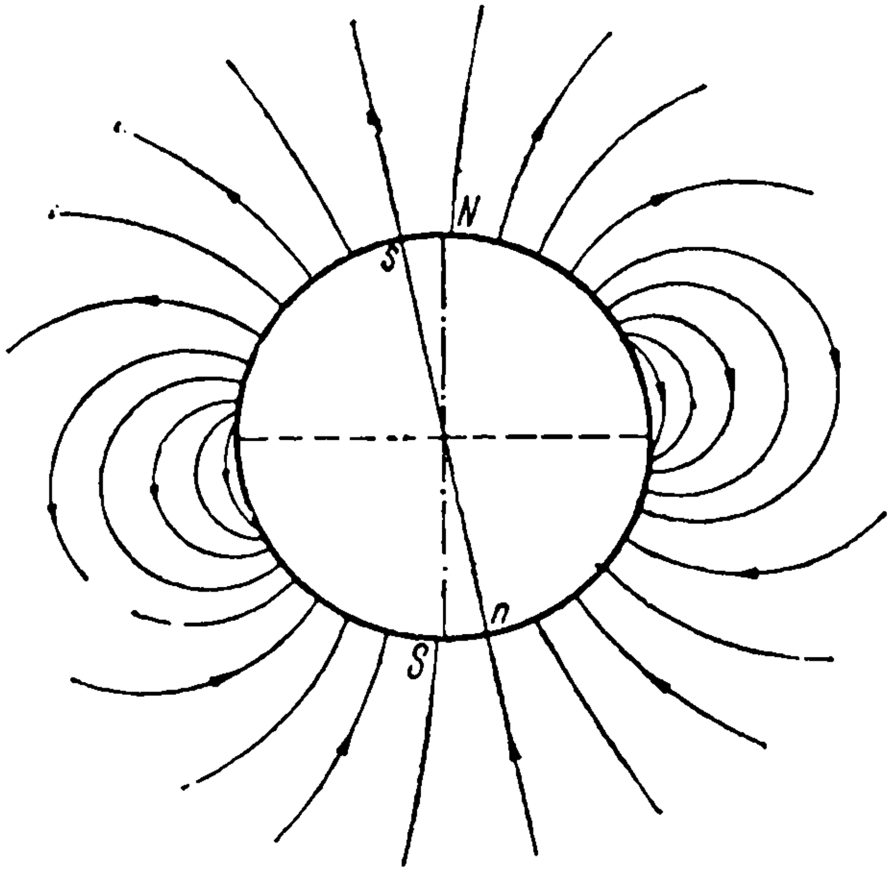


Рис. 105.

меридиана, так что положительный конец стрелки указывает на север; в действительности направление магнитного поля, которое определяет магнитный меридиан, не совпадает с географическим меридианом. Угол, образуемый ими, называют **магнитным склонением (деклинация)**. Направление магнитного меридиана проще всего установить при помощи магнитной стрелки, вращающейся вокруг вертикальной оси.

Если предоставить стрелке возможность вращаться и вокруг горизонтальной оси, можно заметить, что она не останавливается горизонтально, а отклоняется в наших местах своим северным концом вниз. Угол, образуемый направлением стрелки с горизонтальной плоскостью, называется **углом наклонения**. Магнитное поле земли можно разложить на две составляющие: горизонтальную H и вертикальную Z, общее же поле земли — P. Если угол наклонения равен i, то $H = P \cdot \cos i$, а $Z = P \cdot \sin i$. Точки с одинаковым склонением на карте земли соединяются в линии, называемые **изогонами**, а геометрическое место точек на карте, обладающих одинаковым наклонением, называется **изоклинами**. Имея карту изогон, можно при помощи магнитной стрелки определить положение географического меридиана в каждой точке. Такими картами пользуются мореплаватели.

ГЛАВА V.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.

§ 1. Электродвижущая сила.

Когда мы создаем электрическое поле в проводнике, то находящиеся в нем заряды начинают перемещаться под влиянием электрических сил до тех пор, пока не уничтожат самое поле. Обыкновенно этот процесс движения зарядов и уничтожения поля протекает весьма быстро — в ничтожные доли секунды. Разность потенциалов, существующая в различных точках проводника, быстро исчезает. Но можно искусственно поддержать электрическое поле. Для этого необходимо по мере исчезновения поля все вновь и вновь его создавать. Если нам удастся создать такой постоянный источник, непрерывно вновь создающий электрическое поле, то мы получим явление непрерывного электрического тока, стремящегося это поле уничтожить. Причина, создающая электрическое поле, а следовательно и разность потенциалов на проводнике, носит название **электродвижущей силы**. Так как движение заряда от высшего потенциала к низшему производит работу, следовательно в электрическом токе мы должны иметь непрерывное выделение энергии. Источник электродвижущей силы должен доставлять эту энергию. Такими источниками электродвижущей силы могут быть динамомашины, потребляющие механическую энергию, аккумуляторы и гальванические элементы, поддерживающие ток за счет освобождающейся в них химической энергии, термоэлементы — за счет тепловой энергии.

Впервые электрический ток наблюдался итальянским анатомом Гальвани, который, препарируя лягушку, заметил, что она начинает вздрагивать, если металлом соединить спинной мозг ее с ножкой. Гальвани выяснил вскоре, что это явление — электрическое, и так как оно было замечено на животном организме, то Гальвани приписал его особому животному электричеству.

Особенно хорошо выходит опыт, если соединить два разных металла и коснуться или двух точек нервной системы. Современник Гальвани — Вольта, исследуя это явление, заметил, что вся суть его именно в том-то и заключается, чтобы взять два разных металла, и видел причину явления не в лягушке, а в соприкосновении двух металлов.

Ряд опытов, которые Вольта произвел для доказательства этого утверждения, положили основание всему современному учению об электрическом токе.

§ 2. Постоянный ток.

Мы видели, что в системах проводников, в состав которых входят электролиты, в так называемых гальванических элементах можно получать на концах однородных металлов различные потенциалы. Точно так же вращение динамомашины создает на ее зажимах разность потенциалов. Если эти концы соединить металлической проволокой, то в ней будет существовать электрическое поле. А так как проволока представляет собой проводник, то присутствие электрического поля вызывает движение электрических зарядов: положительных — от высшего потенциала к низшему и отрицательных — в обратном направлении. Если бы не существовало гальванического элемента или динамо, движение зарядов уничтожило бы создавшее его электрическое поле и разность потенциалов на концах проводника. Но в присутствии электродвижущей силы, которая все время поддерживает эту разность потенциалов, движение электричества не прекращается, а продолжается непрерывно. Такое непрерывное перемещение электричества по проводнику носит название электрического тока. Присутствие его может быть обнаружено по разным признакам: по магнитным действиям тока, по нагреванию и пр. Движение электрических зарядов не может, однако, ограничиться одним только участком металлической проволоки. Мы должны себе представить, что электрические заряды в таком постоянном токе все время циркулируют, обегая замкнутую цепь, которую представляет собой динамо или элемент вместе с проводником. В самом деле, если бы постоянный ток существовал только в одной части цепи, то положительные заряды, все время уходя от конца с высоким потенциалом, непрерывно уменьшали бы его потенциал, а подходя к другому концу и накопляясь здесь, непрерывно повышали бы его потенциал. Если бы они отсюда никуда больше не уходили, то потенциал рос бы неограниченно и вскоре уничтожил бы всякое электрическое поле в проводнике. Совершенно ясно, что при этих условиях длительного электрического тока не могло бы существовать. Следовательно, нигде электрический ток не может оканчиваться. Электрический ток может быть только замкнутым. В нем одно и то же количество электрических зарядов движется в одной части цепи от высшего потенциала к низшему и возвращается в другой части снова к исходной точке.

То количество электричества, которое проходит в единицу времени через любое сечение проводника, определяет силу электрического тока. Из сказанного выше ясно, что сила тока одинакова во всех частях замкнутой цепи. Количество электричества, проходящее в одну секунду через 1 $см^2$ сечения проводника, называется плотностью тока.

О величине силы тока можно судить по целому ряду признаков, обнаруживающих присутствие тока. Так например, вокруг электрического тока появляется магнитное поле. Электрический ток сопровождается выделением энергии и нагреванием тех проводников, по которым он проходит. Прохождение тока по электролиту сопровождается химическими изменениями в электролите. В абсолютной системе единиц за единицу силы тока следует принять такой ток, при котором через сечение проводника проходит в 1 сек. одна электростатическая единица электричества. Кроме этой абсолютной электростатической единицы силы тока, весьма мало распространенной, обыкновенно пользуются другой, так называемой практической единицей силы тока — ампером, который в $3 \cdot 10^9$ раз больше абс. эл.-ст. единицы. Количество электричества, которое переносит 1 ампер в течение одной секунды, носит название одного кулона. 1 кулон в $3 \cdot 10^9$ раз больше, чем абс. эл.-ст. единица. Наименьший встречающийся в природе заряд — заряд электрона — равен $4{,}774 \cdot 10^{-10}$ абс. эл.-ст. ед. или $1{,}59 \cdot 10^{-19}$ кулона.

Нужно установить также, что̀ понимать под направлением электрического тока. Условились считать положительным то направление, по которому должно двигаться положительное электричество, следовательно направление от высшего потенциала к низшему. Если в проводнике имеются свободные отрицательные заряды, то они должны двигаться в нем в обратном направлении — от низшего потенциала к высшему. Какое из этих движений на самом деле имеет место, мы непосредственно глазом не видим, и только сравнительно недавно удалось установить, что в металле свободно могут двигаться только отрицательные заряды в направлении, противоположном тому, которое мы называем направлением тока, в электролитах же имеется и движение положительных зарядов в сторону тока и отрицательных — в обратную. Но нужно помнить, что направление тока — это не направление движения невидимых нам зарядов, а условное направление, показывающее, куда должны были бы двигаться положительные заряды, если бы они находились в проводнике; при этом совершенно безразлично, движутся ли одни положительные заряды по направлению тока или одни отрицательные — против направления тока, или же, наконец, одновременно положительные заряды движутся вдоль направления тока, а отрицательные — им навстречу.

Если через сечение проводника проходит в 1 сек. q_1 положительного электричества в одну сторону по направлению тока и q_2 единиц отрицательного электричества — против направления тока, то под силой тока I мы понимаем сумму $q_1 + q_2$.

Когда к концам проводника прикладывается определенная разность потенциалов, то вдоль него со скоростью света распространяется электрическое поле, которое приводит в движение имеющиеся в проводнике свободные заряды.

Однако это не значит, что самые заряды движутся со скоростью света. Наоборот, если создать поле 1 вольт/*см*, заряды в воздухе проходят 1 *см/сек*, в металле около 10 *см/сек*, в воде 10^{-3} *см/сек*, в кварце 10^{-10} *см/сек*, тогда как скорость света $3 \cdot 10^{10}$ *см/сек*. Если на одном конце телеграфного провода, например в Ленинграде, изменить потенциал на 10 вольт, то наблюдатель в Москве заметит появление тока почти со скоростью света, т. е. через $\frac{600 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{10}} = 2 \cdot 10^{-3}$ сек. Но те заряды, которые в данный момент находятся в Ленинграде, передвинулись бы в Москву только через долгое время. Скорость их при поле $\frac{10}{600 \cdot 10^5}$ $\frac{\text{вольт}}{\textit{см}}$ равна $v = \frac{10 \cdot 10}{600 \cdot 10^5}$, а время, необходимое для передвижения на $600 \cdot 10^5$ *см*,

$$t = \frac{600 \cdot 10^5}{v} = \frac{(600 \cdot 10^5)^2}{100} = 3{,}6 \cdot 10^{13} \text{ сек.} = 4 \cdot 10^8 \text{ суток или}$$

один миллион лет.

Аналогичное явление мы имели бы в нефтепроводе между Баку и Батумом. Когда на Бакинском конце поднимается давление, то оно со скоростью звука (около $5 \cdot 10^5$ *см/сек*) распространяется и достигает Батума через 400 сек. (6 мин.) С этого момента нефть начинает вытекать из Батумского конца. Но нефть, в данный момент находящаяся в Баку, достигает Батума только через несколько дней.

§ 3. Закон Ома.

Законы электрического тока были установлены мюнхенским физиком Омом. Причиной, создающей электрический ток, следует считать электрическое поле E, существующее в проводнике и вызывающее непрерывное движение электрических зарядов.

Плотность тока i, создаваемая в проводнике полем E, в большом числе случаев прямо пропорциональна этому полю

$$i = \sigma E. \tag{1}$$

Коэффициент пропорциональности σ носит название удельной электропроводности данного вещества, а обратную величину $\rho = \frac{1}{\sigma}$ называют его удельным сопротивлением

$$E = \rho i. \tag{1a}$$

Поле E лучше всего характеризовать при помощи разности потенциалов, существующей на каждом участке проводника, по которому идет ток. Ом установил, что сила тока прямо пропорциональна той разности потенциалов, которая его создает. Мы представляем себе, что электрический ток, протекая по проводнику, испытывает сопротивление так же, как вода, стекая по трубе от более высокого уровня к более низкому. Чем больше сопротивление, тем слабее ток, созданный той же самой разностью потенциалов. Какого характера сопротивление в электрических проводниках — мы не видим непосредственно, но замечаем, что в одних проводниках та же самая разность потенциалов создает более сильный ток, в других — в зависимости от их размеров и состава — более слабый. Условимся называть сопротивлением данного проводника отношение между разностью потенциалов, существующей на этом проводнике, и той силой тока, которую она создает

$$R = \frac{V}{I}. \tag{2}$$

Так как сила тока прямо пропорциональна разности потенциалов, то отношение их остается одинаковым для данного проводника, какова бы ни была в нем сила тока. Сопротивление проводника не зависит, следовательно, от силы тока, если, впрочем, сам ток не изменил свойств проводника, например нагрел или даже расплавил его. Ур-ние (2) определяет также и единицу сопротивления. За практическую единицу мы принимаем сопротивление такого проводника, в котором разность потенциалов в один вольт создает силу тока в один ампер. Такая единица сопротивления называется **омом**. В абсолютной системе единиц мы должны бы измерять как разность потенциалов, так и силу тока в абс. эл-ст. единицах. Тогда единица сопротивления оказалась бы в 10 раз больше 1 ома.

Посмотрим, каким образом сопротивление проводника зависит от его геометрических размеров. Наиболее употребительная форма проводников — цилиндрическая. Чаще всего приходится иметь дело с металлическими проволоками. Во время прохождения тока в проволоке существует электрическое поле, и вдоль всей проволоки по направлению тока имеет место непрерывное падение потенциалов. Если проволока во всех своих частях одинакова по веществу и по толщине, то падение потенциалов равномерно — на каждую единицу длины потенциал падает на одну и ту же величину. Если мы возьмем L *см* такой проволоки, то падение потенциала на ней в L раз больше, чем на 1 *см*. Так как сила тока во всей проволоке одна и та же, равная I, то, следовательно, по ур-нию (2) сопротивление R будет прямо пропорционально длине L проволоки. Чтобы сообразить, как зависит сопротивление от толщины проволоки или от площади ее поперечного сечения S, мы рассмотрим некоторый участок проволоки, на которой существует разность потенциалов V.

Разобьем мысленно всю эту проволоку на ряд параллельных волокон с поперечным сечением по 1 *см*^{2} каждое. Весь ток, протекающий по проволоке, разобьется на S одинаковых частей, и если через каждое волокно будет протекать ток, равный i, то по всей проволоке с поперечным сечением S течет ток, равный $S \cdot i$. Если мы ур-ние (2) применим сначала к отдельному волокну с поперечным сечением в 1 *см*^{2}, а затем ко всей проволоке с сечением в S *см*^{2}, то увидим, что во втором случае знаменатель в ур-нии (2) будет в S раз больше, а сопротивление R окажется в S раз меньше. Итак, сопротивление цилиндрического проводника обратно пропорционально площади его поперечного сечения S. Отношение силы тока I к площади S поперечного сечения проводника, равное току i, проходящему через 1 *см*^{2} поперечного сечения, есть плотность тока в проводнике. Соединяя обе рассмотренные зависимости от длины и поперечного сечения, мы можем утверждать, что сопротивление цилиндрической проволоки прямо пропорционально ее длине L и обратно пропорционально площади сечения S

$$R = \rho \frac{L}{S}. \qquad (3)$$

Коэффициент ρ выражает собою сопротивление проволоки длиной в 1 *см* и с площадью сечения в 1 *см*^{2}. Эта величина, зависящая только от свойств материала проводника, называется его удельным сопротивлением и совпадает с величиной ρ, определяемой ур-нием (1a).

Когда проводник не имеет цилиндрической формы, то определить зависимость его сопротивления от размеров бывает часто трудно. Но мы можем разбить его на отдельные цилиндрические участки и, пользуясь подобными же рассуждениями, подсчитать его общее сопротивление. Вместо понятия сопротивления можно пользоваться также и обратным ему понятием электропроводности

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$

Закон Ома для цилиндрического проводника можно написать в следующем виде:

$$I = \frac{V}{\rho \frac{L}{S}} = \frac{VS}{\rho L}, \qquad (4)$$

$$I = \frac{V}{\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{L}{S}} = \frac{\sigma VS}{L}. \qquad (4a)$$

Из всех металлов наименьшим удельным сопротивлением и наибольшей электропроводностью обладает серебро, для которого $\rho = 16 \cdot 10^{-5}$, а $\sigma = 6{,}3 \cdot 10^3$. Наиболее употребительный в технике проводник — медь — обладает немного большим удельным сопротивлением: $\rho = 17 \cdot 10^{-5}$. Сопротивление железной проволоки почти в 6 раз больше сопротивления медной. Жидкие электролиты обладают сопротивлением в десятки и сотни раз большим, а дурные проводники и изоляторы — сопротивлением, которое в 10^{10} и даже в 10^{20} раз больше, чем у меди.

§ 4. Механизм электропроводности.

1. Газы. Всякий ток в проводнике представляет собой движение электрических зарядов. Электрические заряды, составляющие молекулы газа, связаны внутри молекулы настолько прочно, что ни тепловое движение, ни электрическое поле неспособны их разъединить. Действительно, для удаления заряда (электрона) из молекулы нужно затратить энергию 10—30 вольт-электронов или 10^{-11} до $3 \cdot 10^{-11}$ эрг, тогда как тепловое движение дает в среднем лишь $6 \cdot 10^{-14}$ эрг. Поэтому воздух был бы весьма совершенным изолятором, если бы в земной коре и атмосфере не существовало радиоактивных веществ, испускающих лучи. Эти радиоактивные излучения вместе с приходящим из мирового пространства излучением отщепляют от молекул воздуха электроны, правда в очень небольшом числе (около 10 электронов в 1 сек. в 1 $см^3$ воздуха). Эти отрицательно заряженные электроны, к которым вскоре прилипают молекулы воздуха и оставшиеся после удаления электронов положительно заряженные остатки молекул, движутся в электрическом поле и создают ток.

Несмотря на то, что заряды в воздухе непрерывно создаются пронизывающими его лучами, число их не растет неограниченно. Параллельно с появлением новых зарядов происходит восстановление нейтральных молекул из положительного и отрицательного заряда. Таким образом оба процесса: отделение (диссоциация) зарядов и их восстановление идут параллельно. В результате достигается состояние, когда оба процесса уравновешивают друг друга. При этом в 1 $см^3$ воздуха оказывается около 5 зарядов.

С увеличением поля скорость движения этих зарядов возрастает и вместе с тем растет ток согласно закону Ома. Но при сильном возрастании поля рост тока замедляется. Очевидно, например, что никакое поле не может извлечь из 1 $см^3$ в секунду больше зарядов, чем там создается, т. е. больше 10 зарядов, каждый в $4 \cdot 77 \cdot 10^{-10}$ абс. эл.-ст. ед. Следовательно ток, даваемый 1 $см^3$ воздуха, не может быть больше $4 \cdot 77 \cdot 10^{-9}$ абс. эл.-ст. ед. или $1{,}5 \cdot 10^{-18}$ ампер. При этих значениях ток достигает насыщения. Если имеются еще другие источники, создающие в воздухе заряды, как например накаленные или освещенные ультрафиолетовым светом тела, рентгеновы лучи, пламя, то ток может быть значительно больше. Но он всегда достигает насыщения, когда все создаваемые за данное время заряды достигают электродов. В еще более сильных полях появляется новый механизм создания зарядов: электроны получают в электрическом поле столь большие скорости, что при встрече с молекулами газа отщепляют от них новые электроны. Это явление носит название ионизации столкновением. Очевидно, что при этом на пути тока создаются в большом числе новые электроны, и ток растет с увеличением поля гораздо быстрее, чем этого требовал бы закон Ома. Такие явления мы имеем в искре, в короне, в разрядных трубках при пониженном давлении газа.

Таким образом при прохождении тока через газы закон Ома имеет весьма ограниченное применение.

2. Электролиты. В жидкостях с большой диэлектрической постоянной, как например в воде и в растворах некоторых дипольных жидкостей, ток переносится ионами—положительно и отрицательно заряженными частями молекул. Рассмотрим, например, раствор поваренной соли (NaCl) в воде. Молекула хлористого натрия состоит из положительного иона натрия и отрицательного иона хлора, связанных между собой сильным электростатическим притяжением. Чтобы отделить их друг от друга, потребовалась бы затрата значительной энергии порядка 10^{-12} эрг, тогда как тепловое движение дает в среднем лишь $6 \cdot 10^{-14}$ эрг. Поэтому даже при высокой температуре молекулы пара NaCl не разбиваются тепловым движением на ионы. Но те же самые молекулы, растворенные в воде, целиком распадаются на ионы вследствие того, что связывающие их силы электрического поля в воде, обладающей диэлектрической постоянной $\varepsilon = 81$, ослаблены в 81 раз; энергии теплового движения здесь уже достаточно, чтобы расщепить молекулу на ионы. В водном растворе хлористый натрий диссоциирован на ионы.

Электрическое поле, создаваемое каждым ионом, стремится притянуть ионы противоположного знака. Когда в водном растворе соли создается при помощи металлических электродов внешнее электрическое поле, оно двигает положительные ионы в одну, отрицательные—в другую сторону, преодолевая силы их взаимного притяжения. Движение иона не происходит прямолинейно и поступательно. Он в то же время участвует в хаотическом тепловом движении, но под действием поля в этом хаотическом движении перемещение вдоль поля преобладает над перемещениями в противоположном направлении, так что в среднем он все время смещается по полю с некоторой скоростью v, пропорциональной напряжению электрического поля E:

$$v = u_+ \cdot E.$$

Здесь u_+ равно скорости, приобретаемой ионом в поле $\frac{1 \text{ вольт}}{\text{см}}$, и называется **подвижностью** иона.

Для иона Na^+ в воде $u_+ = 4{,}4 \cdot 10^{-4}$, для K^+ $u_+ = 6{,}6 \cdot 10^{4}$, для H^+ $u_+ = 34 \cdot 10^{-4}$.

Если в каждом куб. сантиметре раствора имеется n способных двигаться ионов, то они создадут ток i через 1 $см^2$, равный

$$i_1 = nev = neu_+ \cdot E.$$

Действительно, под плотностью тока i мы понимаем количество электричества, переносимое током в 1 сек. через 1 *см*^{2} поперечного сечения. Если ионы движутся со скоростью v, то все ионы, находившиеся в некоторый момент на расстоянии меньшем или равном v от данного сечения, в течение ближайшей секунды успеют пройти через данное сечение. Следовательно, все ионы, находившиеся в объеме v *см*^{3} влево от данного сечения, пройдут через него и перенесут свой заряд.

Кроме положительных ионов в каждом куб. сантиметре находятся также n отрицательных ионов, подвижность которых u может иметь другое значение, чем v; они создадут ток плотностью

$$i_2 = neu_- \cdot E.$$

Для NO_3^- $u = 6{,}4 \cdot 10^{-4}$; для OH^- $u = 18{,}7 \cdot 10^{-4}$ и для Cl^- $u = 6{,}8 \cdot 10^{-4}$. А общий ток через 1 *см*^{2} поперечного сечения

$$i = i_1 + i_2 = ne\left(u_+ + u_-\right)E. \tag{5}$$

До тех пор, пока ток не изменяет ни числа ионов n, ни их подвижности, он остается пропорциональным создавшему его электрическому полю. Следовательно закон Ома оказывается справедливым. Только при очень сильных электрических полях E порядка 10^5 вольт/*см* ион не успевает создать вокруг себя атмосферу из противоположных ионов; сопротивление его движению уменьшается, а подвижность начинает возрастать. Здесь закон Ома уже неприменим. Так как в электролитах каждый заряд соединен с атомами вещества, то движение их связано с переносом вещества, причем каждый атом или группа атомов несет с собою по одному, по два или по три заряда. Между переносом зарядов и переносом вещества существует поэтому непосредственная связь.

Каждый элементарный заряд заключает в себе $4{,}77 \cdot 10^{-10}$ абс. эл.-ст. ед. или $1{,}59 \cdot 10^{-19}$ кулон. Следовательно ток в 1 ампер, переносящий 1 кулон в 1 сек., переносит $\dfrac{1}{1{,}59 \cdot 10^{-19}} = 6{,}3 \cdot 10^{18}$ элементарных зарядов. Если каждый ион обладает z зарядами, то число ионов N, переносимых 1 ампером в 1 сек. $N = \dfrac{6{,}3}{z} \cdot 10^{18}$. Если атомный вес вещества A, то каждые A *г* вещества заключают $6{,}06 \cdot 10^{23}$ атомов. Таким образом 1 ампер в секунду переносит $\dfrac{6{,}3 \cdot 10^{18} A}{z \cdot 6{,}06 \cdot 10^{23}} = 1{,}05 \cdot 10^{-5} \dfrac{A}{z}$ *г* вещества, а ток I в t сек. $1{,}05 \times 10^{-5} \dfrac{A}{z} It$ *г*.

Наоборот, каждый грамм вещества, двигаясь сквозь электролит, переносит заряд

$$It = 96{,}494\,\frac{z}{A}\ \text{кулон}. \qquad (6)$$

Этот закон, установленный опытным путем Фарадеем, определяет собой электролитическую проводимость.

Ток переносится ионами обоих знаков. В результате прохождения тока через электролит от положительного электрода уходит N_1 положительных ионов, а соответствующий им избыток N_1 отрицательных ионов вместе с пришедшими из остальной жидкости N_2 отрицательными ионами, отдав свой отрицательный заряд положительному электроду, выделяется в виде нейтрального вещества. Ко второму отрицательному электроду подходит такое же количество N_1 положительных ионов, какое уходит за то же время от отрицательного электрода. Кроме того от него уходят N_2 отрицательных ионов, оставляя равное им число N_2 положительных ионов у электрода. Таким образом у отрицательного электрода выделяется N_1+N_2 положительных ионов, отдающих ему свой заряд. В результате мы наблюдаем у того и другого электрода выделение одного и того же числа N_1+N_2 ионов, выделяющих $\frac{A_1N_1+A_2N_2}{6{,}06\cdot 10^{23}}$ г вещества и соответственный заряд.

Чтобы узнать, какая часть тока вызвана переносом положительных и какая обязана отрицательным ионам, поступают следующим образом: отделяют ту часть жидкости, которая окружает каждый из электродов, опуская например каждый из электродов в отдельную пробирку с жидкостью и соединяя жидкости в обеих пробирках смоченной полоской фильтровальной бумаги или капиллярной трубкой. Взвешивая обе пробирки до и после прохождения тока, мы определяем в одной убыль веса, если вес N_1 ушедших ионов больше, чем вес пришедших N_2 ионов; в другой — такой же избыток веса. Этот избыток равен $\frac{N_2A_2-N_1A_1}{6{,}03\cdot 10^{23}}$. Зная количество прошедшего электричества, мы знаем $\frac{N_2A_2+N_1A_1}{6{,}03\cdot 10^{23}}$. Из этих данных легко вычислить в отдельности N_2A_2 и N_1A_1. Отношение $\frac{N_1}{N_1+N_2}$ называется **числом переноса данного иона**.

С повышением температуры электропроводность электролитов возрастает, так как подвижность ионов увеличивается благодаря уменьшению вязкости жидкости. В водных растворах повышение температуры на каждый градус увеличивает электропроводность приблизительно на 2,5%.

Совершенно чистая вода весьма слабо диссоциирована. Ее удельная электропроводность составляет $2{,}5 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{ом}}$. Число свободных ионов однако резко возрастает от ничтожного количества примесей. Поэтому, например, вода в стеклянном сосуде, благодаря растворению стекла и выщелачиванию из него натриевых и калиевых солей, получает значительно большую электропроводность. Растворы солей повышают электропроводность в миллионы раз.

3. Твердые электролиты. Значительное количество плохо-проводящих или изолирующих твердых солей проводит ток электролитически. Таковы: каменная соль и все вообще щелочно-галлоидиые соли, некоторые окислы, в том числе кварц и стекло, азотнокислые, углекислые соли и др. В них также оправдывается закон Фарадея. Определение чисел переноса показывает, что обычно движется только один из ионов: в NaCl ионы $\overset{+}{\text{Na}}$, в $PbCl_2$ ионы $\overset{-}{\text{Cl}}$, но в NaCl при температурах выше 700° С ионы $\overset{-}{\text{Cl}}$ переносят уже большую часть тока, чем $\overset{+}{\text{Na}}$. Чистое вещество обычно слабо диссоциировано и плохо проводит; например электропроводность совершенно чистых аммиачных квасцов составляет при 17° С $2 \cdot 10^{-15} \frac{1}{\text{ом}}$. Ничтожиые примеси резко повышают диссоциацию и электропроводность в сотни и тысячи раз.

Прохождение тока через твердые электролиты часто осложняется скоплением ионов одного знака, образующих объемный заряд вблизи электрода. Они искажают распределение потенциала внутри диэлектрика (рис. 105), ослабляют поле, а следовательно и ток. При выключении внешнего поля остаются объемные заряды, которые создают поле обратного направления и обратный ток, исчезающий лишь очень медленно по мере воссоединения противоположных зарядов. С повышением температуры резко возрастает число свободных ионов и в то же время уменьшается сопротивление их перемещению. Электропроводность растет по закону

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\alpha}{T}} \text{ или } \lg \sigma = A^{-\frac{\alpha}{T}}. \tag{7}$$

Возрастание электропроводности составляет около 10% на градус, α имеет значение около 10 000. Например при переходе от $T = 300°$ абс. до $T = 500°$ абс. (227° С) $\lg \sigma_0$ возрастает на 13 единиц, $\lg \sigma$ на 5,3, а следовательно σ возрастает в $2 \cdot 10^5$ раз.

4. Металлы. Прохождение тока в металлах в отличие от электролитов не сопровождается переносом вещества. Пропуская в течение нескольких лет ток в 10 ампер через стык золотого и серебряного стержня, Рике не обнаружил ни малейшего переноса током одного металла в другой. Ток здесь переносится отрицательными электронами, свободно перемещающимися по всему металлу и переходящими из одного металла в другой. Электроны все одинаковы и поэтому обмен электронами между разными металлами ничем не сказывается. Направление, по которому перемещаются электроны, совпадает с направлением действующей на них силы и следовательно противоположно тому направлению поля, которое мы считаем положительным. Если в проводнике левый конец находится на более высоком потенциале, чем правый, то поле направлено слева направо; электроны же движутся в этом проводнике справа налево.

Характер движения электронов тот же, что и движения ионов, электроны участвуют в тепловом движении и движутся внутри металла по всевозможным постоянно меняющимся направлениям с большими скоростями v. Под действием электрического поля E они получают вдоль поля ускорение $u = \frac{Ee}{m}$, где m — их масса. В течение некоторого времени τ они движутся свободно, увеличив за это время составляющую скорости, направленную вдоль поля на величину $u\tau = \frac{Ee\tau}{m}$. Средняя добавочная скорость электрона за это время $\frac{1}{2}\,\frac{Ee}{m}\tau$. Если в 1 $см^3$ находится n электронов, то двигаясь в среднем вдоль поля с этой добавочной скоростью, они создадут ток плотностью i

$$i = n \cdot e \cdot \frac{1}{2}\,\frac{Ee}{m}\tau.$$

Продолжительность τ свободного движения электрона определяется тем средним расстоянием l, которое он может пройти до ближайшего столкновения, изменяющего направление его движения. Двигаясь со скоростью v, электрон пройдет путь l за время $\tau = \frac{l}{v}$. Подставив это значение в выражение тока, мы получим

$$i = \frac{1}{2}\,\frac{n \cdot e^2 \cdot l}{m \cdot v}\,E. \qquad (8)$$

Поскольку величины n, l и v остаются неизменными, формула (8) выражает лишь закон Ома для металлов, но не дает величины электропроводности σ.

С повышением температуры случайные неоднородности, вызываемые тепловым движением внутри металла, усиливаются, а это приводит к тому, что длина свободного пробега электронов l убывает.

В действительности мы не представляем себе электроны как маленькие шарики, которые сталкиваются, ударяясь о другие шарики — атомы металла. Движение электронов определяется распространенеиием электронных волн в металле. Каждая неоднородность рассеивает электронные волны; в этом и заключаются столкновения. Чем больше неоднородностей, тем меньше l и тем меньше электропроводность металла. Поэтому всякая примесь к металлу уменьшает его электропроводность. Сплавы обладают, вообще говоря, бо́льшим сопротивлением, чем чистые металлы. С повышением температуры создаваемые тепловым движением случайные скопления и разрежения внутри металла усиливаются и сопротивление чистых металлов возрастает (около 0,4% на градус). Приблизительно можно утверждать, что сопротивление чистых металлов пропорционально абсолютной температуре. В сплавах, где имеется большое число неоднородностей, не связанных с тепловым движением, сопротивление медленнее меняется с температурой, чем в чистых металлах. Можно подобрать и такие сплавы, сопротивление которых почти не меняется с температурой (константан, манганин).

При очень низких температурах вблизи абсолютного нуля тепловое движение гораздо медленнее меняется с температурой, так как теплоемкость здесь очень мала. Поэтому и в чистых металлах сопротивление очень мало изменяется. Здесь особенно большое значение приобретают малейшие примеси. Целый ряд металлов: ртуть, свинец, олово и др. при определенной достаточно низкой температуре 2—6° абс. внезапно настолько повышают свою электропроводность $\sigma > 10^{12}\frac{1}{\text{ом}}$, что сопротивление становится неизмеримым ни одним из доступных нам методов. В этом состоянии металлы называются **сверхпроводниками**.

При переходе металла из твердого состояния в жидкое электропроводность его обычно падает в $1^1/_2$—2 раза. Но в тех металлах, объем которых при плавлении убывает (висмут, сурьма), электропроводность возрастает.

Помимо температуры, на сопротивление металлов оказывает влияние магнитное поле, которое, как мы увидим далее, искривляет пути движения электронов и увеличивает сопротивление. В то же время направление тока отклоняется от направления электрического поля, образуя небольшой угол с ним.

5. Полупроводники. Существуют вещества, в которых электроны получают способность перемещаться лишь после того, как получат добавочную энергию. Эту энергию им может сообщить тепловое движение, поглощенный свет, рентгеновы лучи или радиоактивные лучи. Во всех этих случаях только небольшая часть электронов получает достаточную энергию; поэтому электропроводность этих тел невелика.

С повышением температуры электропроводность полупроводников увеличивается так же быстро и по тому же закону, как и в твердых изоляторах

$$\rho = \sigma_0 e^{-\frac{\alpha}{T}}.$$

Энергия, необходимая для того чтобы электрон мог свободно двигаться, обыкновенно значительно выше, чем средняя энергия теплового движения — порядка нескольких десятых вольт — электрона или $5 \cdot 10^{-13}$ эрг. Хотя средняя энергия теплового движения $6 \cdot 10^{-14}$ эрг, всегда есть небольшая часть электронов, которая получает энергию в несколько раз большую. Эта часть и поставляет свободные электроны. Чем выше температура, тем больше средняя энергия и тем больше атомов получает необходимую для ионизации энергию. Примеси, введенные в полупроводник, так же повышают его электропроводность, как и в твердых изоляторах, если они сами и окружающая их область полупроводника требуют меньше энергии на ионизацию, чем чистое вещество. К таким полупроводникам относятся закись меди, селен, теллур.

Свет часто сообщает электронам необходимую для ионизации энергию, тогда электропроводность резко возрастает. Таким свойством фотопроводимости обладают селен, сера, алмаз.

Магнитное поле вызывает в полупроводниках более сильное отклонение тока (явление Холла), чем в металлах.

§ 5. Последовательное и параллельное соединение проводников.

Рассмотрим простую цепь, составленную из нескольких последовательно соединенных проводников. Как мы уже видели раньше, сила тока во всех частях замкнутой цепи должна быть одинакова, чтобы не происходило непрерывного накопления электричества на границе, куда подходит более сильный ток, чем от нее уходит. Для каждой части цепи, состоящей из однородного проводника, справедлив закон Ома; следовательно, если мы обозначим через I общую для всех участков силу тока, через R_1, R_2, R_3, . . . — сопротивление отдельных проводников, а через V_1, V_2, V_3, . . . — падение потенциала на каждом из участков, то мы получим следующее равенство:

$$I=\frac{V_1}{R_1}=\frac{V_2}{R_2}=\frac{V_3}{R_3}= \ldots,$$
$$V_1=IR_1;\ V_2=IR_2;\ V_3=IR_3 \ldots,$$

т. е. падение потенциала на каждом участке прямо пропорционально его сопротивлению. Так например, если мы имеем друг за другом медную и железную проволоки одинаковой толщины и длины,

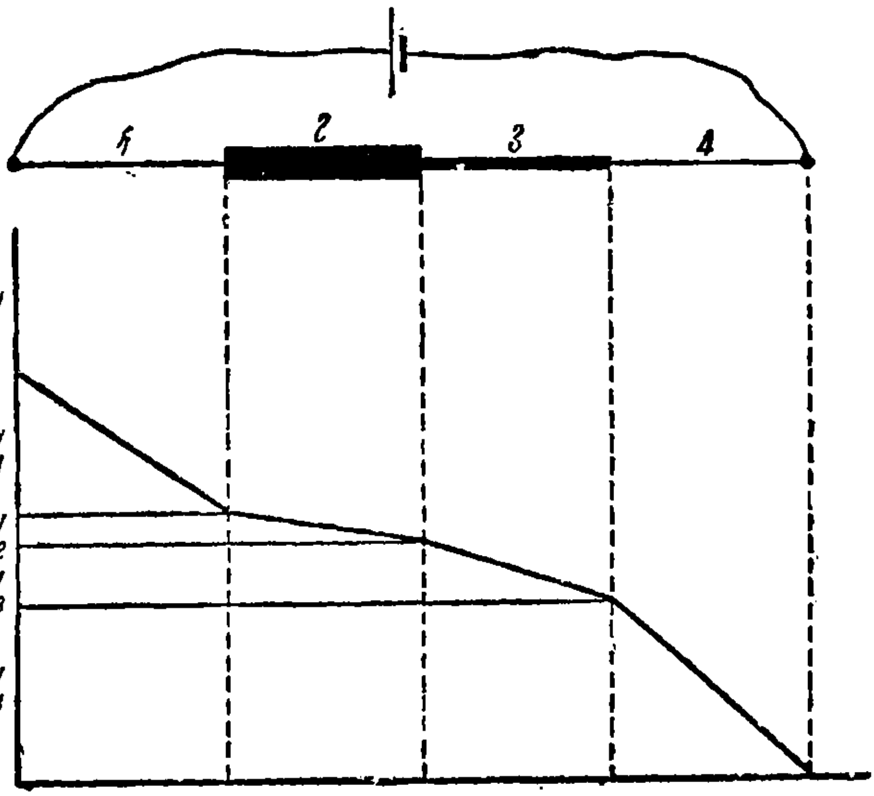


Рис. 106.

то падение потенциала на медной проволоке будет в 6 раз меньше, чем на железной. Если одна из проволок в a раз толще другой при одинаковой длине, то падение потенциала на первой проволоке будет в a^2 раз меньше, чем на второй, так как площадь сечения пропорциональна квадрату толщины. Диаграмма на рис. 106 показывает распределение потенциала вдоль цепи из проводников различной толщины, причем на ней не отмечены контактные скачки потенциала на границах между проводниками, так как предполагается, что все они состоят из того же вещества (например меди).

На границе между двумя разными проводниками, через которые идет один и тот же ток, меняется электрическое поле $E=\frac{dV}{dx}$. Следовательно на этой границе должен существовать заряд, соответствующий разности числа линий индукции по обе стороны границы.

Кроме последовательного соединения двух или нескольких проводников, мы их можем соединять и параллельно друг с другом. Тогда ток идет от одного конца к другому через каждый из них (рис. 107). На концах всех этих проволок будет существовать во время прохождения тока одна и та же разность потенциалов V. Применяя к каждому из них закон Ома, мы можем утверждать, что

$$V = I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3 = \ldots,$$
$$I_1 = \frac{V}{R_1};\ I_2 = \frac{V}{R_2};\ I_3 = \frac{V}{R_3} = \ldots,$$

т. е. силы тока при таком параллельном соединении проводников обратно пропорциональны сопротивлениям.

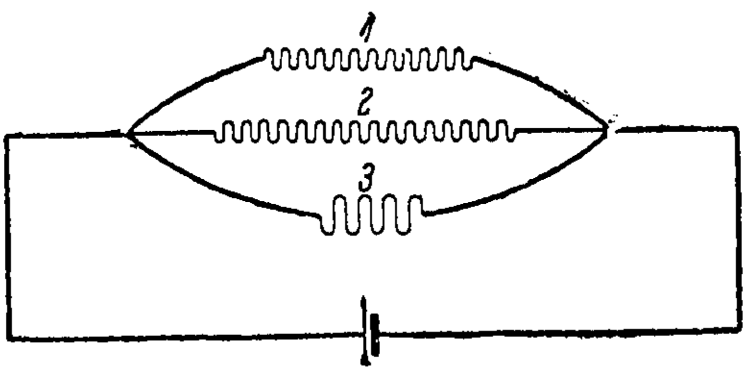


Рис. 107.

Цепь из нескольких последовательно и параллельно соединенных проводников мы можем рассматривать как один проводник. Если эти проводники соединены последовательно, то сопротивление всей цепи равно сумме сопротивлений каждого из проводников в отдельности. В самом деле, если на первом существует разность потенциалов V_1, на втором — V_2, на третьем — V_3 и т. д., то общая разность потенциалов на концах всей цепи будет равна

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots,$$

а сопротивление всей цепи

$$R = \frac{V}{I} = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots}{I} = \frac{V_1}{I} + \frac{V_2}{I} + \frac{V_3}{I} + \ldots =$$
$$= R_1 + R_2 + R_3 + \ldots \tag{9}$$

Если же эти проводники соединены между собой параллельно, то складываются не сопротивления, а их обратные величины — электропроводности. В самом деле, сила тока, протекающего через всю систему проводников, равна сумме токов, проходящих через каждый из проводников в отдельности:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \ldots =$$
$$= V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots\right). \tag{9a}$$

На практике встречаются случаи, в которых большое число проводников самым сложным образом перекрещивается, образуя как параллельные, так и последовательиые соединения проводников.

§ 6. Законы Кирхгофа.

Для нахождения распределения токов в таких сетях Кирхгоф установил два общих закона, достаточных для решения всякой задачи этого рода. Первый из этих законов относится к каждому пересечению проводников или узлу.

Обозначим через I_1, I_2, I_3 силы токов во всех проводниках, встречающихся в данном узле (рис. 108), и будем считать токи, текущие по направлению к узлу, положительными, а токи, направленные от узла, — отрицательными. Первый закон Кирхгофа утверждает тогда, что алгебраическая сумма всех

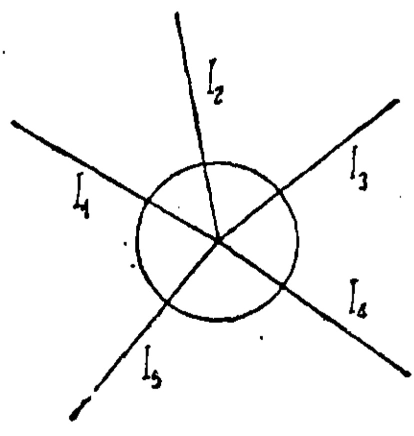


Рис. 108.

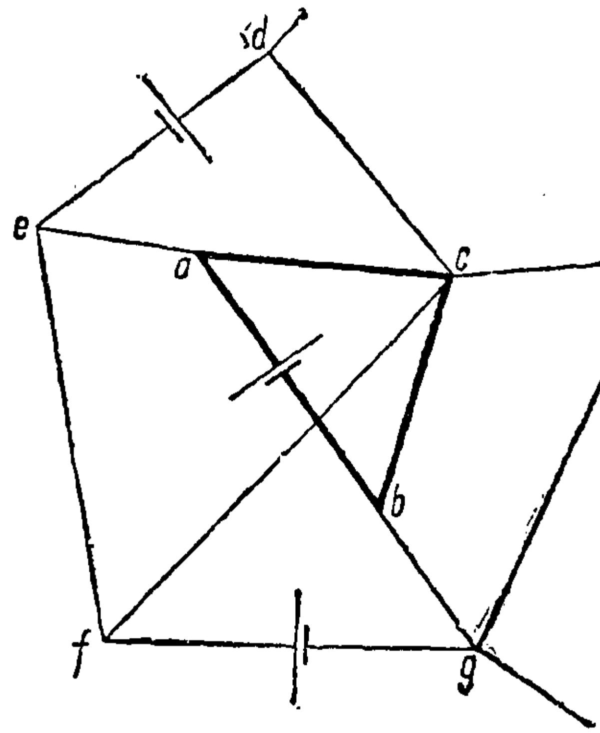


Рис. 109.

токов, сходящихся в данном узле, равна 0. В самом деле, если бы сумма токов, входящих в узел, была бы больше суммы выходящих из него, то это значило бы, что за каждую единицу времени к узлу приходит больше положительного электричества, чем от него уходит. В этом узле положительное электричество должно непрерывно иакопляться и так же непрерывно повышать его потенциал, чего не может быть, еслн мы имеем дело с установившимся уже неизменным и постоянным током.

Второй закон Кирхгофа относится к любому замкнутому контуру, выделенному нами мысленно из сложной сети проводников. Этот закон утверждает, что сумма произведений из сил токов на сопротивление каждого из участков этого замкнутого контура равна сумме электродвижущих сил, в нем заключающихся (рис. 109).

Для применения этого закона необходимо еще условиться, какой знак мы будем приписывать отдельным токам нашего контура и отдельным электродвижущим силам, в нем встречающимся. Мы условимся считать в каждом замкнутом контуре те токи положительными, которые направлены в нем по часовой стрелке, а текущие против направления движения часовой стрелки — назовем отрицательными. Электродвижущие силы мы будем считать положительными, если создаваемый ими скачок потенциала дает ток положительного направления, т. е. по часовой стрелке, и, наоборот, всякую электродвижущую силу в контуре, которая должна была бы создать ток против часовой стрелки, назовем отрицательной.

Справедливость второго закона Кирхгофа вытекает из закона Ома. В самом деле, произведение силы тока на сопротивление отдельного участка равно разности потенциалов на его концах. Сумма этих произведений равна сумме разности потенциалов, т. е. разности потенциалов на всех проводниках; так как весь контур замкнут, то падение потенциала на проводниках как раз должно быть равно тем скачкам потенциала, которые создают находящиеся в контуре гальванические элементы или другие электродвижущие силы, служащие источником тока.

Законы Кирхгофа дают нам по одному уравнению для каждого узла и для каждого замкнутого контура в сети. Некоторые из этих уравнений являются следствием других, но и число независимых друг от друга уравнений достаточно для того, чтобы определить неизвестные силы тока в каждом из участков, если электродвижущие силы и сопротивления в сети нам известны. Задача сводится к решению системы линейных уравнений и дает однозначное решение.

§ 7. Амперметр и вольтметр.

Приборы, служащие для измерения силы тока, носят название амперметров для сильных токов и гальванометров для токов слабых. — Они показывают силу тока, через них проходящего. Для того чтобы при помощи их измерить интересующую нас силу тока в данном проводнике, достаточно устроить так, чтобы через проводник и амперметр проходил один и тот же ток. Для этого достаточно включить амперметр последовательно с данным проводником. От включения амперметра изменяются, однако, и условия в проводнике, так как при последовательном соединении к сопротивлению проводника прибавится сопротивление амперметра и, следовательно, при той же самой разности потенциалов в сети сила тока уже будет меньше. Чтобы ослабить это влияние, нужно устроить амперметр так, чтобы его собственное сопротивление было возможно меньше или во всяком случае было мало по сравнению с сопротивлением остальной цепи.

Другая величина, измерение которой нас интересует в электрических цепях, это — разность потенциалов на отдельных участках. Приборы, служащие для этой цели, называются **вольтметрами**. Такими приборами могут быть, например, электростатические электрометры, зажимы которых присоединены к двум концам данного участка. Гораздо чаще пользуются в качестве вольтметров приборами, через которые также идет ток. Если присоединить зажимы вольтметра к двум точкам цепи, между которыми существует разность потенциалов V, то сила тока в вольтметре будет равна $\frac{V}{R}$, где R — сопротивление самого вольтметра. По силе тока I в вольтметре мы можем, следовательно, судить о разности потенциалов между теми точками, к которым он присоединен, но надо помнить, что присоединение к этим точкам нового проводника — вольтметра, введенного параллельно, изменяет условия прохождения тока. Ток разветвляется между проводником и вольтметром, причем токи в иих обратно пропорциональны сопротивлениям. Только в том случае, если сопротивление вольтметра очень велико по сравнению с сопротивлением того участка, к которому он параллельно присоединен, ответвление части тока через вольтметр не внесет большого изменения. Поэтому вольтметры в противоположность амперметрам должны обладать большим сопротивлением.

Часто бывает желательно пользоваться одним и тем же прибором (амперметром) для измерения как сильных, так и слабых токов. Для этого нужно уметь измеиять его чувствительность. Положим, что стрелка амперметра отклоняется на одно деление при прохождении сквозь него тока в 1 ампер, а нам желательно изменить его чувствительность так, чтобы стрелка отклонялась на 1 делеиие при токе в 10 ампер. Мы можем достигнуть этого, если присоедним параллельно к амперметру соответственное сопротивление r, которое в этом случае называется **шунтом**; мы, как говорят, шунтируем амперметр данным сопротивлением (рис. 110).

Пусть сопротивление амперметра будет равно R омам, а сопротивленне параллельно к нему приключенного проводника — r омам.

Тогда ток I, проходящий через эту систему, разветвляется: одна часть его $\frac{r}{R+r}$ идет через амперметр, а другая, $\frac{R}{R+r}$, через шунт. Очевидно, что если через амперметр пройдет $\frac{1}{10}$ часть всего тока I, то и показания его будут в 10 раз меньше, чем если бы проходил весь ток I. Когда ток I в сети равен 10 амперам, то через амперметр проходит только 1 ампер и, следовательно, стрелка его отклоняется как раз на 1 деление.

Итак, для того чтобы уменьшить чувствительность амперметра в 10 раз, достаточно шунтировать его сопротивлением r, которое

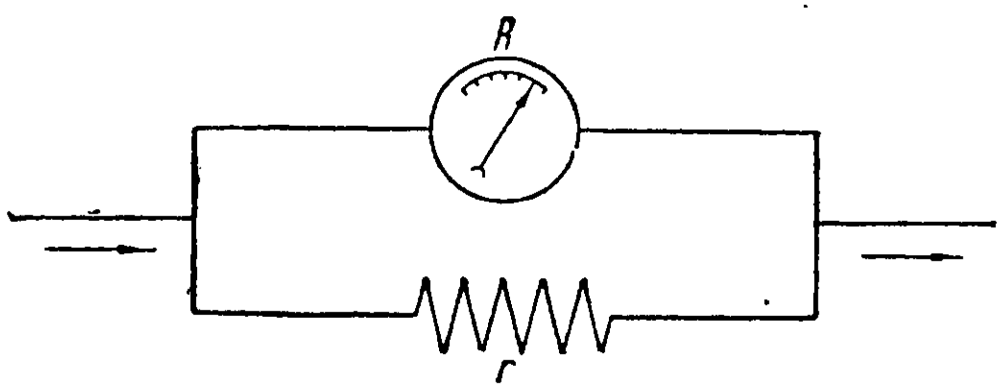


Рис. 110.

удовлетворяет условию $\frac{r}{R+r}=\frac{1}{10}$ или $\frac{r}{R}=\frac{1}{9}$, т. е. нужно, чтобы сопротивление шунта было в 9 раз меньше сопротивления амперметра.

Если мы хотим уменьшить чувствительность в 100 раз, то нужно, чтобы r было в 99 раз меньше чем R, и т. д. В каждом отдельном случае нетрудно подсчитать сопротивление шунта, которое уменьшает чувствительность амерметра в заданное число раз.

§ 8. Потенциометр.

Не всегда можно пользоваться вольтметром для измерения разности потенциалов и электродвижущих сил. Вольтметр дает показания только в том случае, если через него проходит соответственный ток, а между тем существование этого тока может изменить измеряемую электродвижущую силу. Так, например, электродвижущая сила некоторых гальванических элементов имеет определенное значение, пока они разомкнуты, но достаточно даже такого сравнительно слабого тока, который идет в вольтметр, чтобы электродвижущая сила изменилась, и иногда весьма сильно. Нужно добиться того, чтобы измерять электродвижущую силу, не пропуская через элемент электрического тока. Тока действительно не получится, если электродвижущую силу присоединить к таким двум точкам, между которыми уже существует та же самая разность потенциалов, как и на полюсах элемента. Если мы замечаем, что при присоединении полюсов элемента к двум точкам проводника ток не появляется, то это значит, что разность потенциалов, существующая на проводнике между этими точками, как раз равна электродвижущей силе элемента. Чтобы подобрать такие условия, нужно взять проводник, вдоль которого существует падение потенциала, вызванное какой-нибудь внешней электродвижущей силой E, большей, чем измеряемая электродвижущая сила e (рис. 111). На таком проводнике всегда можно подыскать такие две точки M и N, разность потенциалов между которыми равна e. О том, что мы их правильно подыскали, можно судить по отсутствию тока в гальванометре или амперметре G, когда мы приключим элемент e, как показано на чертеже. Тогда остается только измерить разность потенциалов между точками M и N. Она равна произведению из сопротивления r участка MN на силу тока I, который через него проходит. Этот ток измеряется амперметром a, включенным в цепь электродвижущей силы E. Действительно, так как в цепи $MeGN$ тока нет, то весь ток, проходящий через амперметр a, проходит и через сопротивление r.

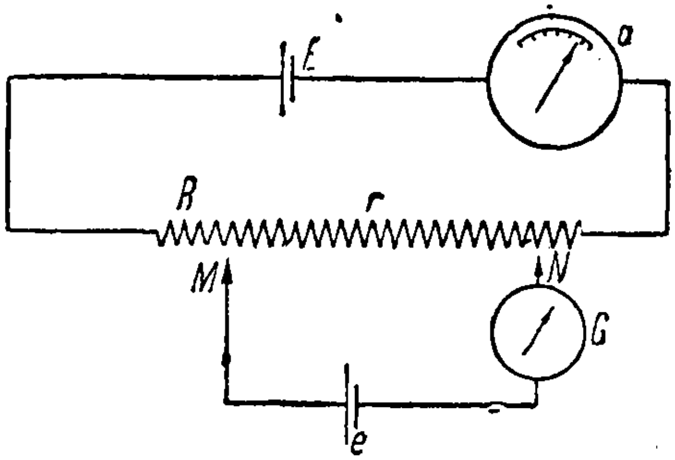


Рис. 111.

Разность потенциалов между точками M и N можно определить и другими способами. Так, вместо амперметра, включенного в цепь элемента E, можно присоединить к зажимам его вольтметр, который измерит разность потенциалов на концах всего сопротивления R. Эта разность потенциалов не будет равна электродвижущей силе E, так как в замкнутой цепи элемента E часть падения потенциала происходит внутри самого элемента пропорционально его внутреннему сопротивлению. Зная, однако, разность потенциалов V_0 на концах всего сопротивления R, мы легко можем подсчитать ту асть ее V, которая приходится между точками M и N на сопротивление r, принимая во внимание, что падение потенциала пропорционально сопротивлению

$$\frac{V}{V_0}=\frac{r}{R}.$$

В том случае, когда при присоединении элемента e гальванометр G не показывает отклонения, $V=e$, т. е. электродвижущей силе измеряемого элемента.

Для наиболее точных измерений электродвижущих сил пользуются следующим приемом: сначала подбирают то сопротивление r, при котором гальванометр G не дает отклонения при присоединении элемента e. Затем вместо элемента e берут нормальный элемент с точно известной электродвижущей силой, например элемент Вестона с электродвижущей силой $e_0=1{,}019$ вольта, и снова подбирают такое сопротивление r_0, при котором присоединение элемента e_0 не вызывает отклонения гальванометра G. Тогда падение потенциала на сопротивление r_0 будет равно электродвижущей силе нормального элемента e_0. Так как в той же самой цепи падение потенциала пропорционально сопротивлению, то мы можем утверждать, что

$$\frac{e}{e_0}=\frac{r}{r_0}. \tag{10}$$

Здесь e_0, а также оба сопротивления r и r_0, могут быть определены с очень большой точностью. Тогда и электродвижущую силу e мы вычислим с той же большой точностью.

§ 9. Мост Витстона.

Изложенный выше метод измерения электродвижущих сил есть нулевой метод: он сводится к установлению полного отсутствия тока в некоторой цепи. Установить отсутствие тока всегда легче, чем его измерить. Поэтому нулевые методы и проще и точнее методов непосредственного измерения. Таким же весьма чувствительным нулевым методом моста Витстона измеряют и сопротивление проводников. Этот метод основан на том положении, что при последовательном соединении двух проводников падение потенциалов на каждом из них пропорционально их сопротивлениям. Ток здесь разветвляется между двумя параллельными ветвями, каждая из которых состоит из двух сопротивлений. Три из этих сопротивлений — R, r_1, r_2 (рис. 112) известны, причем сопротивление R можно изменять, а четвертое сопротивление X и есть искомое сопротивление, величину которого требуется измерить. Вдоль цепи ADB потенциал падает, причем потенциал в точке D (V_D) имеет некоторое промежуточное значение между потенциалом в точке A (V_A) и потенциалом в точке B (V_B). Падение потенциала на участке AD и на участке DB пропорционально сопротивлениям r_1 и r_2:

$$\frac{V_A - V_D}{V_D - V_B} = \frac{r_1}{r_2}.$$

Точно так же потенциал в точке C (V_C) имеет какое-то промежуточное значение между V_A и V_B, определяемое соотношением

$$\frac{V_A - V_C}{V_C - V_B} = \frac{X}{R}.$$

Если бы сопротивления X и R были подобраны таким образом, чтобы потенциал в точке C (V_C) оказался бы как раз равным потенциалу в точке D (V_D), то, соединяя эти две точки, мы не получили бы тока в соединенном проводнике и в гальванометре G, который мы в него включаем. Так как разность потенциалов на участке CD равна 0, то, следовательно, по закону Ома и сила тока в этом участке также равна 0. Меняя по произволу сопротивление R, мы в самом деле можем добиться отсутствия тока в мосте CD. В этом случае левые части наших двух равенств совпадут, следовательно и правые должны быть равны друг другу:

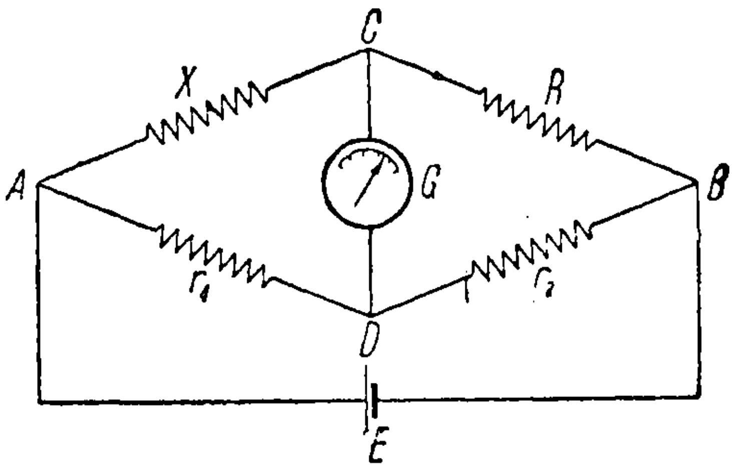


Рис. 112.

$$\frac{X}{R} = \frac{r_1}{r_2} \tag{11}$$

В этой пропорции три величины — R, r_1, и r_2 — нам известны, определение четвертой величины X не представляет, следовательно, затруднения.

Осуществить схему моста Витстона можно двояким образом: при первом способе в качестве сопротивлений r_1 и r_2 берут так называемые магазины или ящики сопротивлений, в которых имеется набор нескольких точно известных сопротивлений, соединенных последовательно. Каждое из этих сопротивлений можно шунтировать с помощью очень малого сопротивления — металлической пробки — штепселя, который точно пригнан к концам сопротивления и соединяет их между собой. Когда одно из сопротивлений шунтировано штепселем, то его сопротивление становится ничтожно малым, и сопротивление ящика или магазина сопротивлений равно сумме тех сопротивлений, которые не шунтированы штепселем (рис. 113). Из таких сопротивлений составляют ветви моста r_1, r_2 и R, причем сопротивления r_1 и r_2 оставляют неизмененными, а сопротивление R меняют переставлением штепселя до тех пор, пока в мосте G не обнаружено будет отсутствия тока. Другой прием применения моста Витстоиа заключается в том, что ветви r_1 и r_2 заменяются длинной одиородиой металлической проволокой одииаковой толщины (рис. 114).

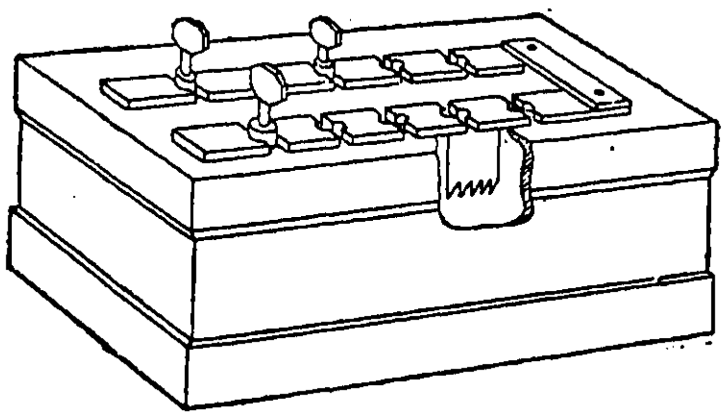


Рис. 113.

Сопротивлеиие участка такой проволоки прямо пропорционально ее длиие.

Вместо сопротивления R берут магазии с постояиным сопротивлением, которое уже не меняют. Контакт в точке D делают в виде призмы, нож которой может скользить вдоль проволоки ADB. Вдоль этой проволоки потенциал иепрерывио падает от значения V_A до величины V_B. Следовательно, передвигая иож, всегда можно подыскать такую точку D, потенциал которой равен потенциалу в точке C, при которой в мосте CD не будет тока. Отиошение сопротивлений r_1 и r_2 ветвей AD и DB равно отношению длин проволок:

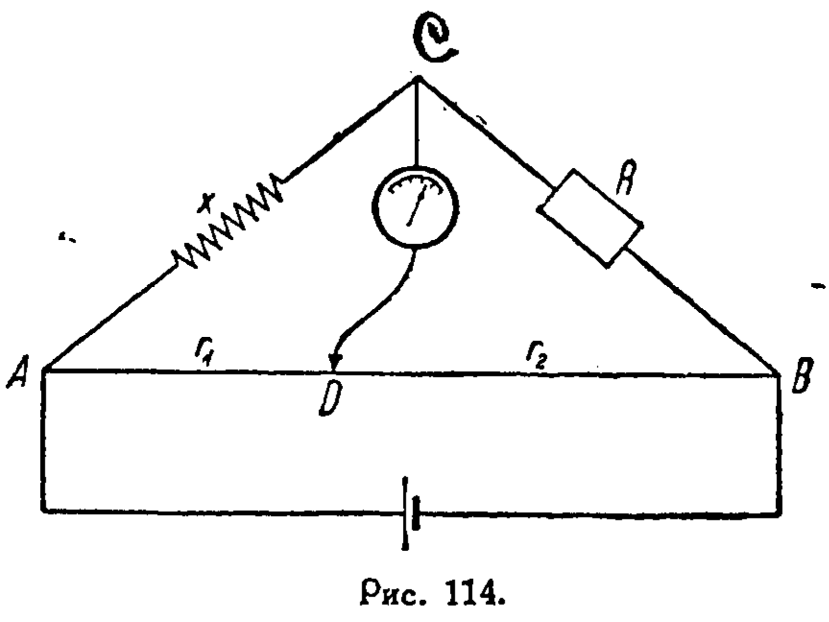


Рис. 114.

$$\frac{r_1}{r_2}=\frac{AD}{DB}.$$

Так как, с другой стороны,

$$\frac{X}{R}=\frac{r_1}{r_2},$$

то, следовательно,

$$\frac{X}{R}=\frac{AD}{DB}. \tag{11a}$$

Нахождение сопротивления X сводится здесь к измерению длин проволок AD и DB. С целью облегчить это измерение проволока обыкновенно натягивается непосредственно над масштабом с нанесенными на нем миллиметровыми делениями.

Собственно говоря, при всяком сопротивлении R можно будет подобрать точку D, которая удовлетворяла бы условию (11a), но точность метода будет наибольшая, когда сопротивление подобрано так, что $\frac{AD}{DB}$ близко к единице.

§ 10. Закон Джоуля.

Во время прохождения электрического тока в проводниках существует электрическое поле, которое непрерывно перемещает заряды вдоль проводника. При переходе этих зарядов от более высокого потенциала к более низкому электрические силы совершают работу, равную произведению разности потенциалов на количество прошедшего электричества. Энергия, необходимая для совершения этой работы, непрерывно затрачивается источником электродвижущей силы — гальваническим элементом, термоэлементом или динамомашиной. Работа, производимая электрическим током в проводниках, не может исчезнуть; она должна перейти в какой-нибудь другой вид энергии. Иногда, как например во вращающихся электромоторах, электрический ток может совершать механическую работу, но обычно в неподвижно лежащих проводниках никакой механической работы не совершается. Здесь вся работа переходит в теплоту, вызывая нагревание проводников. Количество выделенной током в проводниках теплоты равно работе электрических сил. Если мы обозначим разность потенциалов на данном участке проводника через V, силу тока в нем через I, тогда количество электричества, прошедшего через любое сечение проводника за время dt, равно $I \cdot dt$, а затраченная работа равна

$$dW = V \cdot I \cdot dt. \tag{12}$$

За время t, если I и V остаются постоянными, работа равна

$$W = V \cdot I \cdot t.$$

Единицы, в которых измеряется эта работа, зависят от выбора единиц для разности потенциалов, силы тока и времени. В абсолютной системе единиц эта работа выразится в **эргах**. В практической же системе, где V выражено в вольтах, сила тока — в амперах, а время — в секундах, за единицу электрической энергии необходимо принять то ее количество, которое производится в 1 секунду одним ампером при разности потенциалов в 1 вольт. Это количество энергии называется одним джоулем.

Количество электричества, которое 1 ампер переносит в 1 сек., называется одним кулоном. Поэтому мы можем также сказать, что один джоуль—это работа, совершаемая одним кулоном электричества при прохождении разности потенциалов в 1 вольт. Один джоуль равен 10^7 эрг. Один килоджоуль — 1000 джоулей — равен 10^{10} эрг.

Тепловую энергию, выделяемую в проводниках, измеряют обыкновенно в калориях. Одна малая калория равна $4{,}1842 \cdot 10^7$ эрг, или, следовательно, 4,1842 джоуля; наоборот, один джоуль равен $\frac{1}{4{,}1842}$ *кал*, или 0,239 *кал*, а один килоджоуль 0,239 *б. кал.*

Таким образом выраженное в калориях количество теплоты, выделяемое электрическим током в 1 ампер за время t сек. при разности потенциалов V вольт, равно

$$Q = 0{,}239\ Vlt\ \text{м. кал.} \tag{12а}$$

Помимо общего количества энергии, затрачиваемого электрическим током, необходимо бывает знать и скорость, с которой расходуется эта энергия, или мощность электрического тока. Мощность, т. е. отношение выделяемой в t сек. энергии к промежутку времени t, численно равна количеству энергии, выделяемой в единицу времени. За единицу мощности принимается один ватт, равный одному джоулю в секунду, или один киловатт, равный одному килоджоулю в секунду или 1,36 *л. с.* В качестве единицы энергии пользуются также киловаттчасом, т. е. энергией, выделяемой в течение часа при мощности в киловатт; 1 киловаттчас = 3600 килоджоулей.

Мы выразили работу электрического тока через разность потенциалов, силу тока и продолжительность его прохождения. Закон Ома связывает разность потенциалов и силу тока в проводнике с его сопротивлением R уравнением

$$V = I \cdot R.$$

Воспользовавшись этой зависимостью, мы можем работу электрического тока выразить через силу тока и сопротивление, исключив из него равность потенциалов

$$dW = I^2 R\, dt, \tag{12б}$$

или

$$W = I^2 R t$$

или через разность потенциалов и сопротивление, исключив силу тока

$$dW = \frac{V^2}{R}\,dt, \tag{12в}$$

а за время t

$$W = \frac{V^2}{R}\,t. \tag{13}$$

Ур-нием (12б), выражающим закон Джоуля в наиболее употребительной его форме, удобно пользоваться в тех случаях, когда мы имеем цепь последовательно соединенных проводников, через которые идет один и тот же ток I. Мы прежде всего видим, что знак работы и теплоты, выделенной током, не зависит от знака самого тока. Так как сопротивление и время всегда положительны, а сила тока входит в квадрате, то и при положительном и отрицательном его направлении работа тока dW и выделенная им теплота dQ всегда положительны; прохождение электрического тока по проволоке всегда сопровождается выделением, а не поглощением тепла. Только на границе двух разных проводников электрический ток, проходя из одного в другой, может вызывать либо нагревание — когда он переходит, например, из сурьмы в висмут — или охлаждение — когда ток направлен от висмута к сурьме.

Но этот тепловой эффект тока, открытый Пельтье, имеет место только на границе двух разных проводников и очень невелик. Внутри однородного проводника постоянной температуры мы имеем дело исключительно с теплотой, выделяемой по закону Джоуля.

Когда ряд проводников соединен последовательно, и сила тока в них поэтому одинакова, тогда ур-ние (12б) показывает, что количество выделяемой в различных проводниках теплоты прямо пропорционально их сопротивлению. Если мы, поэтому, желаем нагреть электрическим током данный проводник, например электрическую печь, лампочку накаливания и т. п., то необходимо, чтобы почти все сопротивление цепи заключалось именно в том проводнике, который должен быть нагрет, и чтобы сопротивление подводящих ток проводников было по возможности мало сравнительно с нагреваемым проводником. Выделение тепла в проводнике мы замечаем по его нагреванию во время прохождения тока: в каждую секунду в проводнике выделяется количество тепла I^2R. Но температура проводника не растет беспредельно, так как по мере повышения его температуры он все больше и больше отдает тепла в окружающую среду, нагревая окружающий воздух и испуская лучистую энергию. Количество тепла, теряемое через воздух и уходящее на излучение, увеличивается с повышением температуры нагретого тела. Количество же теплоты, сообщаемой проводнику током в секунду, все время остается равным I^2R. Поэтому проводник достигает такой температуры, когда теплота, отдаваемая им в окружающую среду, становится равной теплоте, получаемой за то же время от электрического тока. С этого момента дальнейшее повышение температуры прекращается, и проводник сохраняет эту максимальную температуру все время, пока по нему идет данный ток.

Чтобы определить температуру проводника, устанавливающуюся в нем во время прохождения тока I, необходимо знать условия его охлаждения. Во всяком случае температура проводника будет тем выше, чем больше сила тока, через него протекающего. На этом свойстве основано устройство тепловых амперметров и вольтметров. Здесь электрический ток, проходя по тонкой проволочке, нагревает ее и вызывает благодаря этому ее удлинение. К этой проволочке A (рис. 115) припаяна перпендикулярно к ней другая проволочка B, которая оттягивает ее и своим перемещением поворачивает ось, на которой сидит стрелка. Чем больше ток, проходящий по проволоке A, тем больше отклонение стрелки. Отметив на шкале, лежащей под стрелкой, положение ее, соответствующее 1, 2, 3, ... амперам, мы можем по положению стрелки на амперметре судить о силе тока.

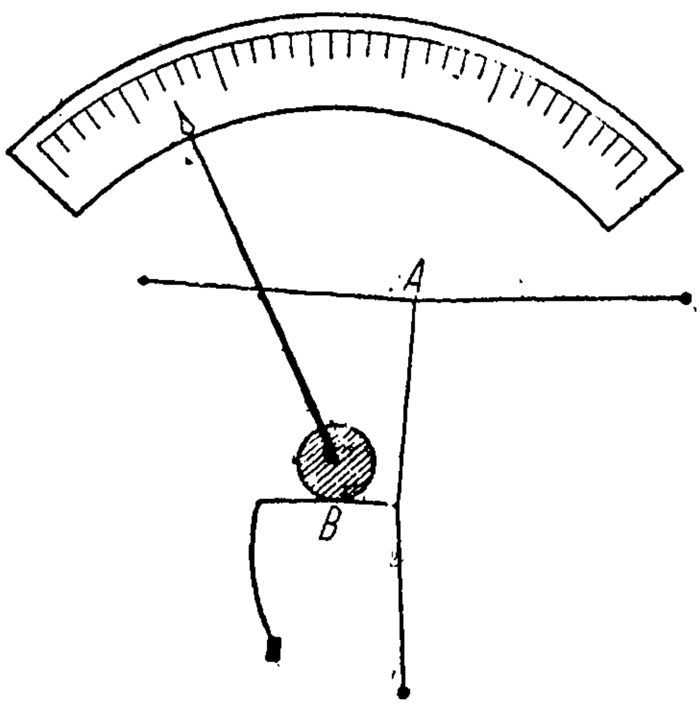


Рис. 115.

Проводники, служащие для электрического освещения и технических целей, рассчитываются таким образом, чтобы те токи, которые по ним будут проходить, не вызывали слишком большого повышения их температуры. Для этого нужно, чтобы они обладали малым сопротивлением, т. е. обладали большим поперечным сечением и были бы сделаны из материала с возможно малым удельным сопротивлением — чаще всего из меди. Однако соображения экономии заставляют не придавать им слишком большой толщины.

Зная токи, которые предполагается пропускать через данную электрическую проводку, можно подсчитать необходимую толщину проводов. Если случайно, например вследствие короткого замыкания, сила тока окажется значительно больше предполагаемой, — проводники перегреются, что может вызвать порчу изоляции и даже пожар. Чтобы предохранить провод от такого перегрева, в проводку включается последовательно сменный проводничок — предохранитель из тонкой проволоки, так рассчитанный, чтобы ток, превышающий допустимый предел, переплавил его. Тогда цепь размыкается, и ток в проводнике прекращается как только он превзойдет допустимые пределы.

Нагревание, производимое током в проводнике, не всегда заканчивается установлением определенного температурного равновесия, иногда оно приводит к разрушению проводника. Мы видели, что электропроводность твердых диэлектриков, из которых обыкновенно изготовляется изоляция, чрезвычайно быстро возрастает с повышением температуры. Если к такому изолятору приложить достаточно большую разность потенциалов, то небольшой сравнительно ток, который вначале пройдет сквозь изолятор, нагреет его и тем самым повысит его электропроводность. Ток, создаваемый данной разностью потенциалов, соответственно усилится, а это вызовет более сильное нагревание, дальнейшее возрастание тока, еще более сильное нагревание и т. д. Температура будет подниматься все выше и выше, пока изолятор не расплавится или даже испарится. Это явление носит название теплового пробоя изоляторов и представляет собой один из видов разрушения изоляции. Кроме перегрева существуют и другие причины пробоя. Повидимому в некорых изоляторах достаточно сильное электрическое поле может сообщить электронам, связанным с атомами, достаточно большую энергию, чтобы они могли свободно перемещаться в диэлектрике. При этом ток так сильно возрастает, что диэлектрик разрушается.

§ 11. Термоэлектричество.

Закон Вольта перестает быть справедливым, когда различные металлы имеют разную температуру. Часть тепловой энергии источника с более высокой температурой может быть, как мы знаем, превращена в механическую работу. Следовательно, в такой цепи возможно и непрерывное движение электрических зарядов за счет этой энергии. Скачок потенциалов на границе двух металлов меняется, хотя и в очень слабой степени, в зависимости от температуры. Поэтому в цепи из трех металлов (рис. 116а) разность потенциалов первого с третьим уже не равна сумме разности потенциалов первого со вторым и второго с третьим, когда граница между первым и вторым металлом имеет иную температуру, чем граница между вторым и третьим. Если первый и третий металл одинаковы по своему химическому составу, то их потенциалы окажутся различными. Этой разностью потенциалов, называемой **термоэлектрической**, пользуются для измерения разности температуры, существующей на двух границах. Соединяя концы

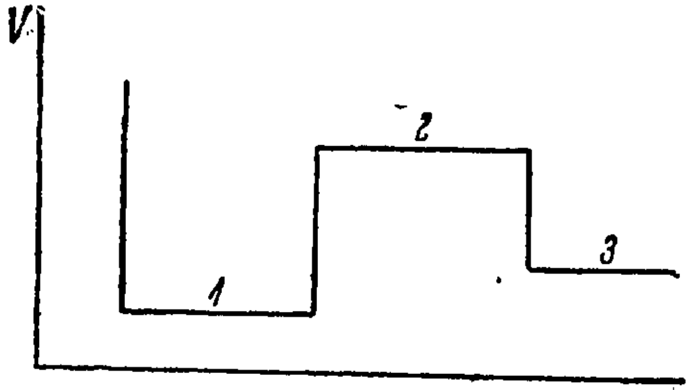


Рис. 116а.

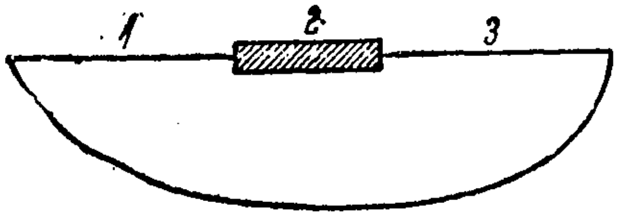


Рис. 116б.

1 и *3* (рис. 116б), мы получаем замкнутую цепь, в которой нет равновесия и в которой наблюдается непрерывное движеиие электрических зарядов — **термоэлектрический ток**.

Для целей измерения температур спаивают обыкновенно между собой две тонкие проволоки из разных металлов. Для температур не выше 500° берут проволоки из железа и сплава, называемого константаном. Для более высоких температур и точных измерений пользуются платиной и сплавом из 90% платины и 10% родия.

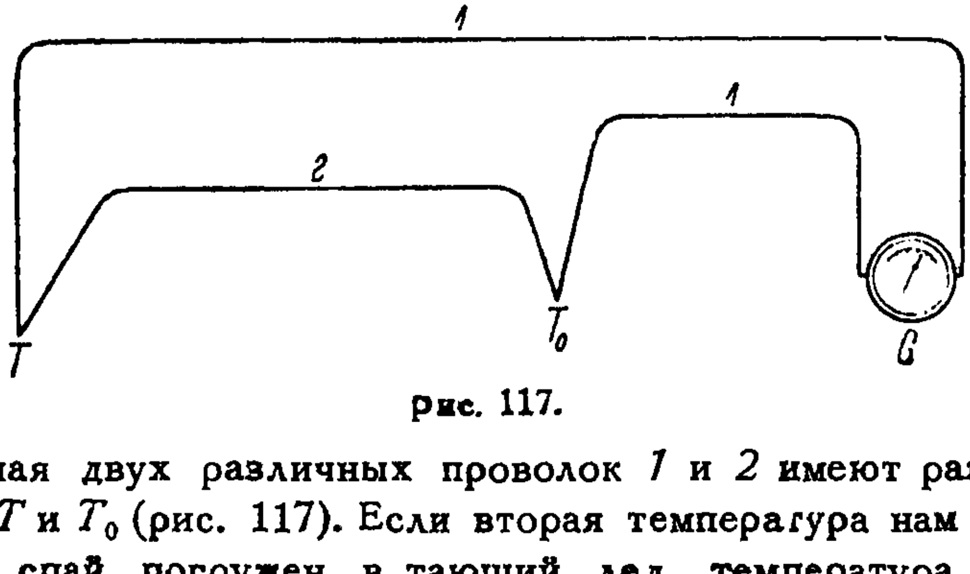


Рис. 117.

Оба спая двух различных проволок *1* и *2* имеют разные температуры T и T_0 (рис. 117). Если вторая температура нам известна, например спай погружен в тающий лед, температура которого всегда 0° С, или же он находится при комнатной температуре, определяемой термометром, то по разности потенциалов или силе тока, показываемой прибором G, можно судить о температуре T второго спая. На 1° разности температур $T—T_0$ термоэлемент железо — константан дает приблизительно $55 \cdot 10^{-6}$ вольт, платина и платинародий — около $10 \cdot 10^{-6}$ вольт. Термоэлементы, составленные из металлов и полупроводников, дают большие термоэлектродвижущие силы, достигающие $1200 \cdot 10^{-6}$ вольт на 1° разности температур. С увеличением разности температур $T - T_0$ электродвижущая сила термоэлемента не возрастает строго пропорционально $T - T_0$, а подчиняется более сложному закону, меняя иногда даже знак.

Соединяя последовательно ряд термоэлементов так, чтобы один ряд спаев совместно подвергался бы нагреванию и создавал бы электродвижущую силу одного направления, можно получить **термостолбик**, более чувствительный, чем отдельный термоэлемент (рис. 118).

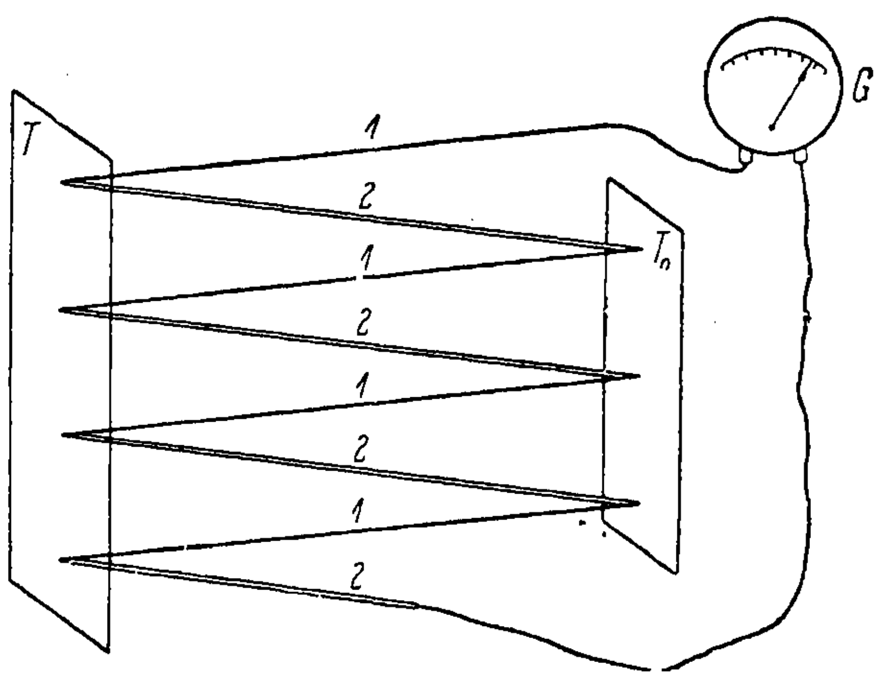


Рис. 118.

Нет необходимости, чтобы вся цепь термоэлемента состояла из тех же проволок. Мы знаем уже, что во всей той части цепи, которая имеет постоянную температуру, включение каких угодно промежуточных металлов не может изменить разности потенциалов между концами металлической цепи. Поэтому для присоединения к измерительному прибору G мы можем пользоватся и медными проводами, если только позаботиться, чтобы места их соединения с металлом *1* и *2* имели одну и ту же температуру.

Термоэлемент можно было бы рассматривать как прибор, превращающий тепловую энергию, нагревающую горячий спай, в электрическую. Разумеется, коэффициент полезного действия k термоэлемента не может быть больше того, который дается обратимой машиной Карно

$$k \leqslant 1 - \frac{T_0}{T},$$

где T — абсолютная температура горячего, а T_0 холодного спая.

Но как тепловая машина термоэлемент чрезвычайно невыгоден благодаря необратимому процессу теплопроводности, переходу тепла от горячего источника к холодному через проволоки, составляющие термоэлемент.

Подсчитаем соотношение между этим бесполезным переходом тепла, не дающим электрической энергии, и полезно использованной теплотой, переходящей в электрическую энергию.

Последняя определится как та часть электрической энергии, которая выделяется во внешней цепи. Вся энергия равна термоэлектродвижущей силе батареи E, умноженной на количество прошедшего электричества; количество электричества, прошедшее за одну секунду, равно I — силе тока. Из этой энергии во внешней цепи выделится тем большая часть, чем больше ее сопротивление R по сравнению с сопротивлением термобатареи R_0. Наибольшую энергию мы можем получить, когда $R=R_0$, тогда полезная энергия $U=\frac{E^2}{4R_0}$. Далее E мы можем положить пропорциональным $T-T_0$;

$$E=\alpha(T-T_0),$$

где α — термоэлектродвижущая сила на 1°. Итак

$$U=\frac{\alpha^2}{4R_0}(T-T_0)^2.$$

За ту же секунду через провода термоэлемента перейдет Q единиц тепла, причем $Q=k(T-T_0)$, где k — коэффициент теплопроводности проводов. Таким образом интересующее нас отношение

$$\frac{U}{Q}=\frac{\alpha^2(T-T_0)}{4R_0k}.$$

Это отношение обычно для металлов не превышает 1—2% даже при очень большой разности температур $T-T_0$, когда обратимая машина могла бы дать 60%. Для всех металлов произведение R_0k приблизительно одинаково. Для полупроводников оно еще больше, но зато и α для них имеет большие значения.

Если через термоэлемент рис. 117 пропустить ток I от какой-нибудь внешней электродвижущей силы, то этот ток, помимо джоулева тепла, выделяемого в проводах, вызывает в спаях T и T_0 нагревание и охлаждение. При этом тот спай, который нужно было нагреть, чтобы получить ток того же направления, как и ток I, охлаждается этим током, а другой, который приходилось бы охладить, нагревается. Отсюда следует, что и самый термоэлектрический ток, вызванный разностью температур $T-T_0$, несколько охлаждает нагреваемый спай и нагревает охлаждаемый, уменьшая разность температур между ними. Это явление было открыто Пельтье

Количества q теплоты Пельтье на обоих спаях равны и прямо противоположны. Хотя теплота Пельтье и может быть измерена, но она невелика, и вызываемое ею изменение температур ничтожно.

§ 12. Гальванический элемент.

На границе между металлом и электролитом происходит явление, напоминающее границу двух металлов. Заряды переходят из металла в электролит до тех пор, пока между ними не устанавливается равновесие. Тогда между металлом и электролитом появляется контактная разность потенциалов. Этот процесс отличается, однако, от образования контактного потенциала металлов тем, что здесь и самые вещества изменяются: металл растворяется, передавая в электролит положительные ионы (а не электроны). Из металлов и электролитов можно образовывать замкнутые цепи, в которых не существует равновесия и непрерывное движение электрических зарядов поддерживается за счет затраты химической энергии. Такие цепи носят название гальванических элементов. В прежнее время эти элементы служили главным источником электрического тока. Сейчас они сохранили свое значение только в некоторых случаях: на телеграфе, в домашних электрических звонках, а также там, где надо создать чрезвычайно точно определенную разность потенциалов.

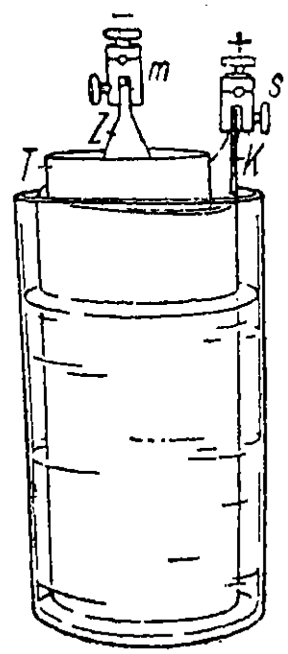


Рис. 119.

В гальванических элементах на границе электродов с электролитом и между разными входящими в его состав электролитами происходит ряд химических реакций. Так например, в элементе Даниэля (рис. 119) цинк Z растворяется в серной кислоте, образуя сернокислый цинк, последний замещает медь в медном купоросе, а медь выделяется на медном электроде. Каждая из этих реакций, сопровождающих прохождение тока в замкнутой цепи гальванического элемента, выделяет или поглощает определенную энергию. В общем все эти реакции выделяют некоторую энергию U, называемую теплотой реакции. В гальваническом элементе из этой энергии мы получаем энергию электрического тока, равную $E \cdot I \cdot t$, где E — электродвижущая сила элемента или сумма разностей потенциалов, которые существуют на всех частях замкнутой цепи, I — сила тока, а t — время прохождения тока. Однако, неправильно было бы заключать, что теплота реакции U равна произведенной электрической работе. Мы знаем, что в электрическую или механическую работу может превращаться лишь свободная энергия — F, равная $U-TS$ (предполагая, что механической работой изменения объема можно пренебречь). Следовательно, поскольку элемент можно считать обратимым, мы должны ожидать, что

$$U-TS=EI\cdot t, \tag{14}$$

где обе части измерены в одинаковых единицах, например джоулях, и обе относятся к одному и тому же количеству прореагировавшего вещества. Однако ур-ние (14) часто обращается в неравенство (изменение свободной энергии больше, чем электрическая энергия) вследствие ряда необратимых процессов, возникающих в элементе.

Одной из главных причин необратимости работы гальванических элементов, помимо джоулевой теплоты, развиваемой током как в самом элементе, так и во внешних проводах, является поляризация электродов. Большею частью химические процессы, происходящие в элементе во время прохождения тока, видоизменяют электроды, уменьшая электродвижущую силу элемента. Иногда удается предотвратить поляризацию электродов, окружая их соответственно подобранной жидкостью — деполяризатором. С этой целью приходится разделять жидкости, окружающие оба электрода, отделяя их, например, пористым цилиндром, пропускающим ток, но мешающим смешению этих жидкостей. Элементы, в которых удалось избежать поляризации электродов, можно считать обратимыми при достаточно слабых токах. Джоулева теплота, пропорциональная квадрату тока, при достаточно слабых токах играет ничтожную роль по сравнению с выделяемой свободной энергией, которая пропорциональна первой степени тока [ур-ние (14)]. Все же химические реакции, протекающие в элементе, могут быть обращены при пропускании такого же тока в обратном направлении. При измерениях электродвижущих сил пользуются нулевым методом потенциометра, при котором ток через элемент не идет, и тогда измеряемая потенциометром разность потенциалов на электродах элемента точно равна его электродвижущей силе. Поэтому ур-ние (14) удовлетворяется при слабых токах и при отсутствии вызванной током поляризации. Мы можем преобразовать его так.

По закону Фарадея между количеством граммов M вещества, перенесенным током, и количеством кулонов It прошедшего электричества существует следующая связь:

$$It=96\,494\,\frac{zM}{A}.$$

Если отнести ур-ние (14) к 1 *г* вещества, то мы получим

$$(U-TS)_{г}=E\cdot 96\,494\,\frac{z}{A},\tag{14а}$$

где $U-TS$ — свободная энергия реакции, отнесенная к одному грамму растворенного металла и выраженная в джоулях, E — электродвижущая сила в вольтах, A — атомный вес, z — число зарядов, переносимых одним атомом вещества, или его валентность. Если мы рассмотрим не 1 *г* вещества, а такое число граммов, которое численно равно атомному весу реагирующего в элементе вещества или один грамм-атом, то

$$(U-TS)_{га}=96\,494\;z\cdot E.\tag{14б}$$

Ур-ние (14б) может служить не только для того, чтобы вычислить электродвижущую силу элемента, когда известна свободная энергия происходящей в нем реакции, но и для опытного определения свободной энергии, если данную реакцию удается обратимо произвести в гальваническом элементе. Так как количество необратимых процессов в гальваническом элементе невелико, то он явился бы наилучшим способом технического использования химической энергии. Если бы, например, реакцию окисления угля в углекислоту мы умели бы осуществить в гальваническом элементе, то мы могли бы от угля получить 98,6% электрической энергии вместо 25%, которые дают лучшие турбогенераторы.

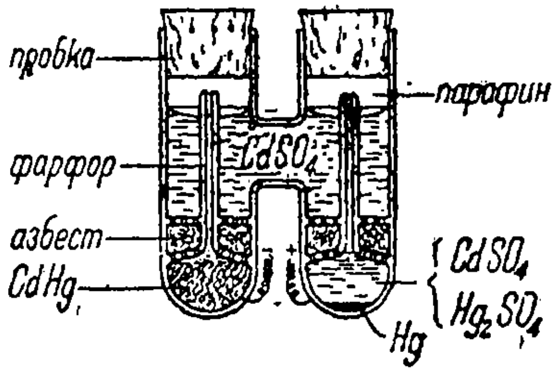


Рис. 120.

Из часто встречающихся элементов назовем элемент Даниэля (рис. 119), составленный последовательно из цинка, погруженного в слабую серную кислоту, из раствора медного купороса, отделенного от нее пористым фарфоровым цилиндром, и меди, опущенной в медный купорос. Элемент Лекланше состоит из угля в перекиси марганца, отделенного от него пористым цилиндром, и раствора нашатыря, в который погружен цинк. Прибавкой к электролиту крахмала, опилок можно придать ему такую вязкость, чтобы он не выливался. Так приготовленные элементы Лекланше широко применяются в радиотехнике и называются сухими элементами. Наконец упомянем так называемый нормальный элемент Вестона, который служит для наиболее точных измерений потенциалов.

Этот элемент состоит из двух соединенных между собою пробирок (рис. 120) со впаянными платиновыми проволочками. В одной из пробирок платиновая проволочка входит в ртуть, над которой помещается сернокислая ртуть, граничащая с раствором сернокислого кадмия; во второй пробирке находится кадмиевая ртутная амальгама, в которую входит вторая платиновая проволочка. При 18° С элемент Вестона создает электродвижущую силу $e=1{,}0187$ вольта. Это значит, что при отсутствии тока между обеими проволочками существует указанная разность потенциалов. Когда ток замыкают, то эта электродвижущая сила идет частью на преодоление сопротивления внутри самого элемента. Эту разность потенциалов обозначим через V_i, другая же часть V_e действует во внешней цепи. Если прохождение тока не вызвало поляризации электродов и не изменило электродвижущей силы элемента, то $V_i+V_e=e$. Разность же потенциалов между платиновыми проволочками, равная V_e, всегда меньше e, если только сила тока не равна нулю. От этой ошибки свободен метод потенциометра, измеряющий э. д. с. при отсутствии тока.

Элемент Даниэля обладает электродвижущей силой $e=1{,}1$ вольта, а элемент Лекланше — несколько менее 1,5 вольта.

§ 13. Аккумулятор.

Во всяком гальваническом элементе необходимо, чтобы оба электрода, погруженных в электролит, состояли из разных металлов. Если бы мы погрузили в электролит два совершенно одинаковых металла, то скачки потенциала при переходе из первого металла в электролит и из электролита во второй металл были бы равны и прямо противоположны по знаку, так что оба металлических электрода получили бы одинаковый потенциал и не могли бы служить источником тока.

Но существуют элементы, так называемые аккумуляторы, в которых различие между электродами создается самим электрическим током. Так, если погрузить в разбавленную серную кислоту два свинцовых электрода, покрытых окисью свинца, то сначала, согласно сказанному, такой элемент не создаст разности потенциалов между электродами. Однако, если при помощи внешней электродвижущей силы пропустить ток через этот элемент, на одном из электродов, обладающем более высоким потенциалом, окись свинца соединяется с кислородом серной кислоты и образует перекись свинца, тогда как на другом электроде окись свинца восстановляется и переходит в закись свинца. После этого электроды уже становятся различными. Повышение потенциала при переходе из закиси свинца в раствор серной кислоты гораздо больше, чем падение потенциала при переходе из раствора серной кислоты в перекись свинца. Поэтому этот второй электрод получает потенциал почти на 2 вольта более высокий, чем первый. Если теперь соединить оба электрода свинцового аккумулятора проводником, то мы получим ток.

Первый процесс пропускания тока через аккумулятор, при котором на положительном электроде образуется перекись свинца, а на отрицательном — закись, называется з а р я д к о й. Второй — получения тока от заряженного предварительно аккумулятора, при котором происходит обратная реакция, — его разрядкой. При зарядке мы затрачиваем некоторую энергию, которую получаем обратно при разрядке. Таким образом аккумулятор позволяет запасать или собирать (аккумулировать) электрическую энергию. Для того чтобы запасти в аккумуляторе возможно большее количество электричества и энергии, пластинчатые электроды заменяются губчатыми и им придается такая форма, чтобы можно было использовать возможно большую поверхность и толщу электродов (рис. 121).

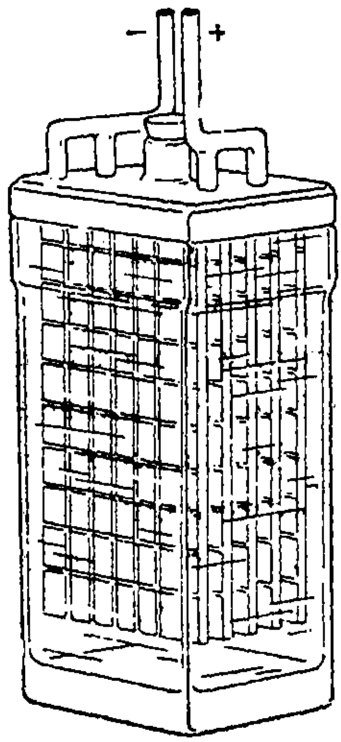


Рис. 121.

Электродвижущая сила аккумуляторов несколько падает во время разрядки благодаря изменению концентрации серной кислоты: с 2,1 до 1,9 вольта; когда она достигает 1,8 V, то необходимо во избежание порчи вновь зарядить аккумулятор. Количество электричества, проходящее сквозь аккумулятор при зарядке, почти полностью возвращается при разрядке; но так как электродвижущая сила при разрядке меньше, то и энергии аккумулятор возвращает процентов на 30 меньше, чем затрачивает. По отношению же к количеству электричества аккумулятор возвращает свыше 90%. На 1 *кг* веса удается запасти в аккумуляторе до 100 килоджоулей электрической энергии и получить до 15 ампер-часов электричества. Кроме свинцового аккумулятора пользуются также железоникелевыми аккумуляторами, в которых роль электролита играет щелочной раствор едкого кали. Электродвижущая сила этих аккумуляторов не столь постоянна, она равна 1,3—1,4 вольта. Зато эти аккумуляторы менее подвержены порче при неправильном уходе за ними, чем свинцовые.

ГЛАВА VI.

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА.

§ 1. Опыт Эрстедта.

Мы рассматривали в отдельности электрическое и магнитное поле. Несмотря на большое сходство законов, ими управляющих, они представляют собой, повидимому, совершенно различные явления. Присутствие электрического поля вокруг заряженного тела не вызывает ни малейших магнитных действий, и, наоборот, — в магнитном поле электрические заряды не подвергаются никаким воздействиям. Однако, более ста лет тому назад датский физик Эрстедт заметил, что магнитная стрелка отклоняется от своего нормального положения в земном магнитном поле всякий раз, когда вблизи находится проводник, по которому проходит электрический ток. Величина отклонения зависит от положения проводника с током по отношению к магниту и от силы тока. Этим явлением вскоре воспользовались для того, чтобы судить о силе тока. С этой целью магнитную стрелку подвешивали на тонкой нитке и вблизи ее помещали катушки, обмотанные проводниками, по которым проходил ток. Этот первоначальный тип гальванометра вытеснен теперь другими, более удобными и чувствительными приборами. Однако и сейчас подобные значительно усовершенствованные гальванометры еще применяются для самых точных измерений.

§ 2. Правило буравчика.

Действие электрического тока на магнитную стрелку показывает, что вокруг тока существует магнитное поле. Это поле можно обнаружить, если насыпать железных опилок вокруг проводника, по которому проходит ток. Опилки располагаются в цепочки определенными рядами, указывающими, как мы уже знаем, направление силовых линий. На рис. 122 видно такое поле. Силовые линии его охватывают ток рядом колец. Это обстоятельство при некотором размышлении должно показаться удивительным. В самом деле, в силах тяготения, силах электростатического поля, магнитных, при ударе, мы привыкли, что действие одного тела на другое сказывается в их взаимном притяжении или удалении; при движении тела в какую-нибудь сторону оно может захватывать другое в ту же сторону или, двигаясь в одну сторону, толкнуть другое тело в противоположную. Магнитные же силы, созданные электрическим током, не притягивают к нему и не отталкивают магнитных масс, не заставляют их двигаться вдоль тока, но действуют по направлению, перпендикулярному как к направлению самого тока, так и к радиусу, соединяющему ток с данной точкой. Они заставляют двигаться магнитный полюс не к току и не вдоль тока, а вокруг него.

Помимо того, что магнитные силы, создаваемые током, непохожи в этом отношении на другие силы природы, они необычны и в том отношении, что трудно, кажется, заранее указать направление самого поля: круги, изображающие магнитные силовые линии, совершенно симметрично охватывают ось тока, и по каждому такому кругу кажется одинаково возможным движение магнитного полюса как в одну, так и в другую сторону. На самом деле, однако, магнитное поле имеет только одно строго определенное направление, которое мы легко можем установить на опыте. Так как мы не понимаем, почему именно это направление поля имеет место, нам остается только запомнить его. Различные мнемонические правила для запоминания предложены были А м п е р о м и М а к с в е л л о м. Мы приведем правило последнего как более удобное. Наша задача заключается в том, чтобы установить связь между направлением тока, идущего по оси, и направлением охватывающих его круговых линий. Эту связь мы должны свести к другой, подобной ей, но более для нас привычной и потому легко запоминаемой. М а к с в е л л предложил аналогию с буравчиком, который при вращении по направлению движения часовой стрелки движется от нас вперед, при вращении же в противоположную сторону движется по оси назад. Направление поступательного движения буравчика соответствует здесь направлению электрического тока, вращательное же движение соответствует направлению магнитных силовых ли-

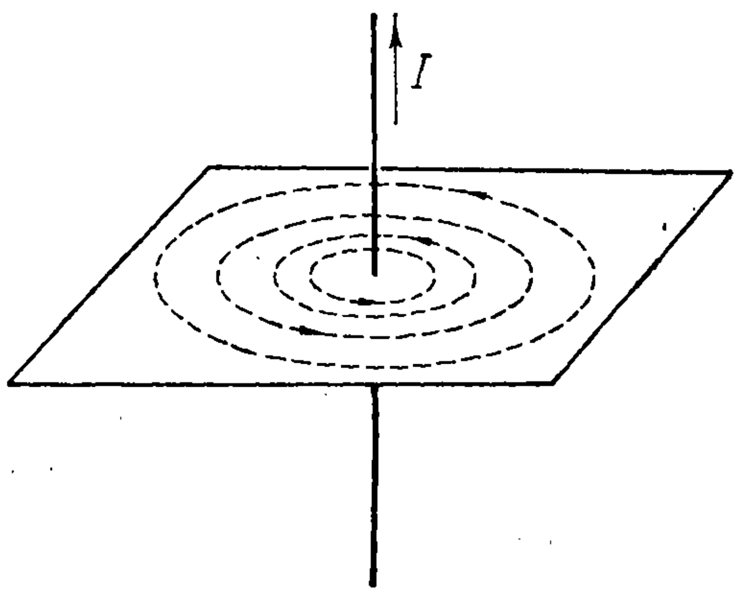


Рис. 122.

ний. Правило Максвелла заключается в том, что магнитные линии вокруг электрического тока принимают то направление, в котором нужно вращать буравчик для того, чтобы он двигался вдоль тока. Так, например, если ток направлен от нас, магнитные линии идут по часовой стрелке. Когда же ток направлен к нам, то магнитные линии для нас направлены против движения часовой стрелки. Это правило не имеет какого-нибудь глубокого смысла, так как самое направление тока и магнитного поля мы выбрали достаточно случайно, условившись считать электричество, появляющееся при трении на стекле, положительным и магнитный полюс, направленный к северу, положительным.

В действительности мы имеем дело не с прямолинейным током, идущим по проволоке, а с целой замкнутой цепью электрического тока, часть которой составляет эта проволока (рис. 123).

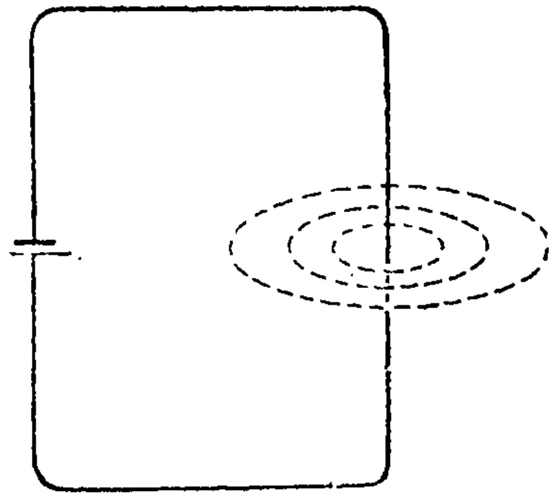


Рис. 123.

Как электрический ток, так и магнитные линии представляют собой замкнутые кривые, которые, проникая друг в друга, связаны между собой как два звена одной цепи.

Всякая линия магнитного поля проходит сквозь контур электрического тока. Мы можем поэтому также сказать, что электрический ток охватывает линию магнитной индукции, и поставить вопрос, как связано направление магнитной линии с охватывающим его направлением кругового тока. Оказывается, что и здесь справедливо правило Максвелла. Если вращать буравчик по направлению тока, то поступательное его движение соответствует направлению силовой магнитной линии, проходящей сквозь контур тока. Будем ли мы сравнивать вращательное движение буравчика с направлением магнитной силовой линии, а поступательное с направлением тока, или же наоборот,—правило Максвелла окажется справедливым в обоих случаях.

До сих пор мы предполагали, что проводник расположен в пустоте или в воздухе. Если же в поле проводника находятся тела с разными магнитными проницаемостями, то, как мы знаем, при переходе из одной среды в другую число магнитных силовых линий меняется. При переходе в среду с большей проницаемостью часть линий оканчивается на поверхности раздела, при переходе же в среду с меньшей проницаемостью на границе появляются новые дополнительные силовые линии. От этой неопределенности мы избавились, введя линии магнитной индукции, число которых не меняется при переходе из одной среды в другую. Как в поле магнита, так и в магнитном поле электрического тока, линии магнитной индукции— всегда замкнутые линии, не имеющие ни начала ни конца, и приведенное выше правило всегда справедливо для линий магнитной индукции, в какой бы среде мы ни наблюдали магнитное поле тока.

§ 3. Закон Био-Савара.

Величина магнитного поля тока зависит как от силы тока, так и от формы проводника. Опыт показывает, что при неизменной форме проводника, какова бы она ни была, сила поля всегда пропорциональна силе тока, его создающего.

Чтобы установить зависимость силы поля от формы проводника, нужно было бы исследовать поле в ряде отдельных случаев; но разнообразие возможных форм так велико, что сколько бы мы таких опытов ни проделали, мы всегда можем встретиться на практике с формой проводника, которую мы еще не изучили. Гораздо целесообразнее было бы воспользоваться приемом, который мы уже применяли неоднократно: разбить весь проводник на бесконечно малые элементы и, зная магнитное поле, создаваемое каждым отдельным элементом, сложить их действия по закону геометрического сложения. Таким образом можно было определить поле тяготения вокруг тела любой формы. Однако, в применении к интересующему нас случаю этот путь встречает большие трудности. Для него нужно было бы прежде всего знать магнитное поле, создаваемое одним бесконечно малым элементом тока. Если бы мы могли получить хотя бы конечный элемент тока определенной длины и изучить на опыте его магнитное поле, то потом, уменьшая длину этого элемента, мы могли бы выяснить, каким будет поле, когда элемент тока станет бесконечно малым. Но дело в том, что мы вообще не можем осуществить элемент тока хотя бы и конечной длины. Всякий ток должен быть замкнутым, и, следовательно, единственное, что мы можем проверить опытным путем,—это магнитное поле замкнутого тока, магнитное же поле отдельного элемента тока мы узнать не можем, потому что в природе не существует и нельзя осуществить элемента тока.

В том методе, которым мы желаем итти, поле элемента тока само по себе нам и не важно. Оно служит только промежуточным, вспомогательным средством для того, чтобы вычислить поле реально существующего замкнутого электрического тока. Поэтому если бы нам удалось найти такой закон, описывающий поле элемента тока, что, складывая поля всех тех элементов, из которых состоит замкнутый ток, мы получим правильный результат, то этого было бы достаточно. Мы были бы уверены, что основанный на этом законе результат подсчета для любого замкнутого тока будет всегда верен; а верен ли самый закон — для нас несущественно, потому что все равно он заключает в себе фиктивную величину — элемент тока, и проверить его мы не можем. Такой именно элементарный закон, дающий всегда, без исключения, правильный, окончательный результат, предложили Био и Савар.

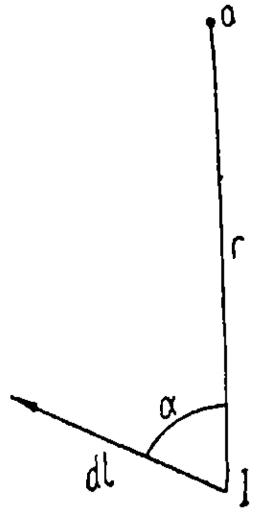


Рис. 124.

Закон Био и Савара устанавливает силу поля в любой точке вокруг бесконечно малого элемента тока. Самый закон Био-Савара относится к фиктивному, несуществующему случаю: он не есть единственно возможный закон, который дает правильные результаты, и поэтому мы совсем не утверждаем, что этот закон верен. Но мы утверждаем, что, взяв любой случай замкнутого тока и применив к каждому его элементу закон Био-Савара, мы всегда получим результат, в точности совпадающий с опытом. Все законы электромагнетизма, которые имеют столь важное значение в науке и технике, основаны на этом законе. Поэтому он имеет чрезвычайно важное значение для всего дальнейшего.

Представим себе элемент длиною dl, по которому протекает ток силою I. Закон Био-Савара определяет магнитное поле в любой точке a вокруг этого тока (рис. 124). Положение точки a по отношению к элементу тока можно характеризовать расстоянием r от этой точки до тока и углом α, который образует электрический ток с линией, соединяющей ток с точкой a.

Напряжение поля, создаваемое бесконечно малым элементом, будет также бесконечно малым. Оно равно

$$dH = K\frac{I\cdot dl\cdot\sin\alpha}{r^2}. \tag{1}$$

А на магнитную массу m, помещенную в точку a, действует сила

$$df = K\frac{mI.dl\ \sin\alpha}{r^2}. \tag{2}$$

Здесь K — некоторый коэффициент, величина которого зависит от выбора единиц для поля и силы тока. Если мы воспользуемся теми абсолютными единицами, которые мы установили, исходя из электростатического и магнитного закона Кулона, т. е. за единицу поля примем такое поле, которое на единицу магнетизма действует с силой в одну дину, а за единицу силы тока примем ток, который за одну секунду переносит через сечение проводника одну электростатическую единицу электричества, то коэффициент K получит значение $\frac{1}{3 \cdot 10^{10}}$. Это, однако, весьма неудобно: с электромагнитными явлениями приходится иметь дело чаще, чем с электростатическими; все они основаны на законе Био-Савара, и поэтому всегда будет входить все тот же коэффициент K; было бы удобнее, если бы коэффициент был равен единице. Для этого нужно соответственно изменить единицы, в которых мы измеряем одну из величин, входящих в формулу Био-Савара.

В этих целях ввели новую единицу для силы тока, так выбранную, чтобы $K = 1$, и закон Био-Савара получил вид:

$$dH = \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2}. \tag{3}$$

Единица силы тока, удовлетворяющая этому условию, называется абсолютной электромагнитной единицей силы тока. Абсолютная электромагнитная единица силы тока в $3 \cdot 10^{10}$ раз больше, чем абсолютная электростатическая единица. Употребляемая в технике и лабораторной практике практическая единица силы тока—ампер—равна 0,1 абсолютной электромагнитной единицы. Число $3 \cdot 10^{10}$ выражает в то же время в абсолютной системе скорость света. Это совпадение было первым указанием на связь между электромагнитными явлениями и светом. Максвелл, построивший электромагнитную теорию света, показал, что свет есть действительно чисто электромагнитное явление. Для того чтобы опытным путем установить величину электромагнитной единицы силы тока, нужно исходить не из самого закона Био-Савара, а из применения этого закона к какому-нибудь замкнутому току.

§ 4. Круговой ток.

Вычислим, исходя из закона Био-Савара, магнитное поле в центре проводника, имеющего форму круга радиуса R, по которому идет ток силы I (рис. 125). Разобьем этот круг на отдельные элементы dl. В центре круга этот элемент создает поле, равное

$$dH = \frac{I \cdot dl}{R^2},$$

так как угол, образуемый элементом круга dl с радиусом R, равен прямому, а sin его — единице. Это поле, по правилу буравчика, направлено от нас к плоскости бумаги перпендикулярно к ней.

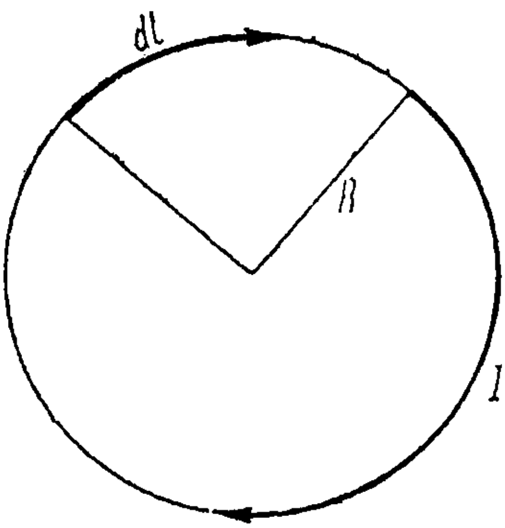


Рис. 125.

Таково же будет направление и тех элементарных полей, которые создаются всеми остальными элементами круга. Поэтому геометрическая сумма этих полей просто равняется их арифметической сумме. Чтобы узнать самое поле, существующее в центре круга, нужно просуммировать выражение для dH для всех элементов круга. В этой сумме множитель $\frac{I}{R^2}$ можно вынести за скобки или за знак интеграла. Нам остается тогда просуммировать, или, что то же, проинтегрировать все элементы dl, входящие в состав круга. Очевидно, что сумма длин всех элементов, составляющих

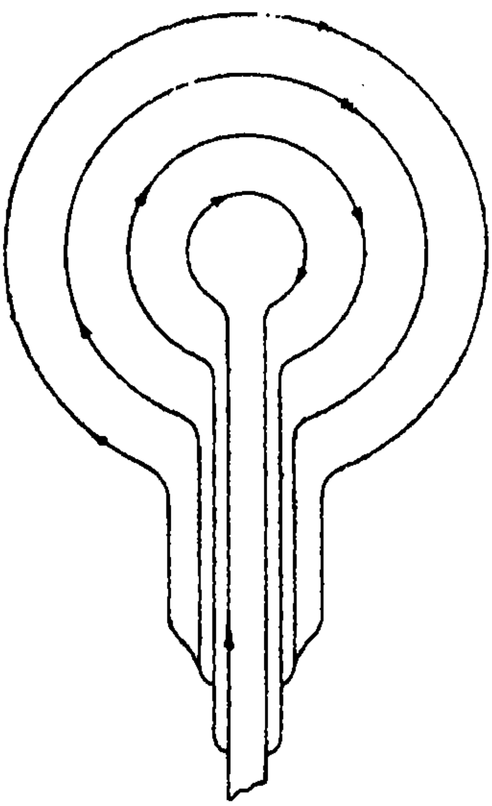


Рис. 126а.

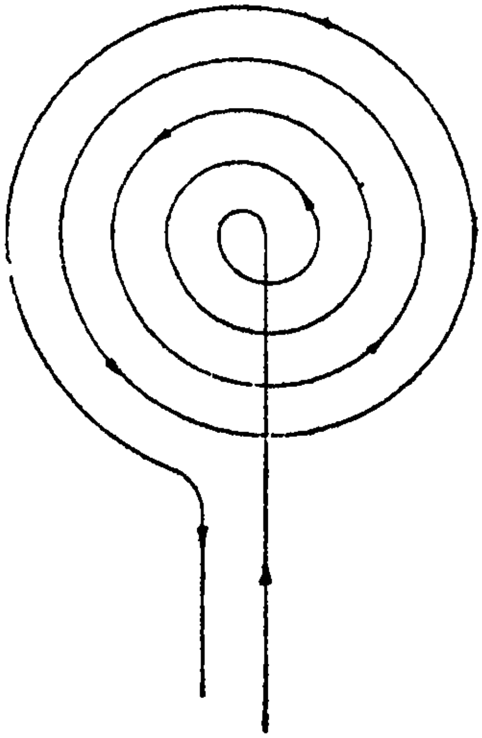


Рис. 126б.

круг, равна длине его окружности $2\pi R$. Таким образом мы получим

$$H = \int \frac{I\,dl}{R^2} = \frac{I}{R^2}\int dl = \frac{I}{R^2}\cdot 2\pi R = \frac{2\pi I}{R}. \qquad (4)$$

Исходя из этого выражения, мы можем определить абсолютную электромагнитную единицу силы тока как такой ток, который, проходя по круговому проводнику радиуса $R=1$, действует на единицу магнетизма, помещенную в центре круга, с силой, равной 2π динам.

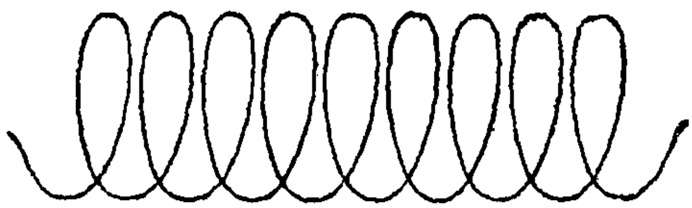


Рис. 127.

Магнитные поля, создаваемые всеми отдельными элементами кругового тока, имеют в центре его одинаковые направления и усиливают друг друга. Чтобы еще более усилить магнитное поле тока, можно было бы взять ряд концентрических круговых токов, охватывающих в одном и том же направлении данное место.

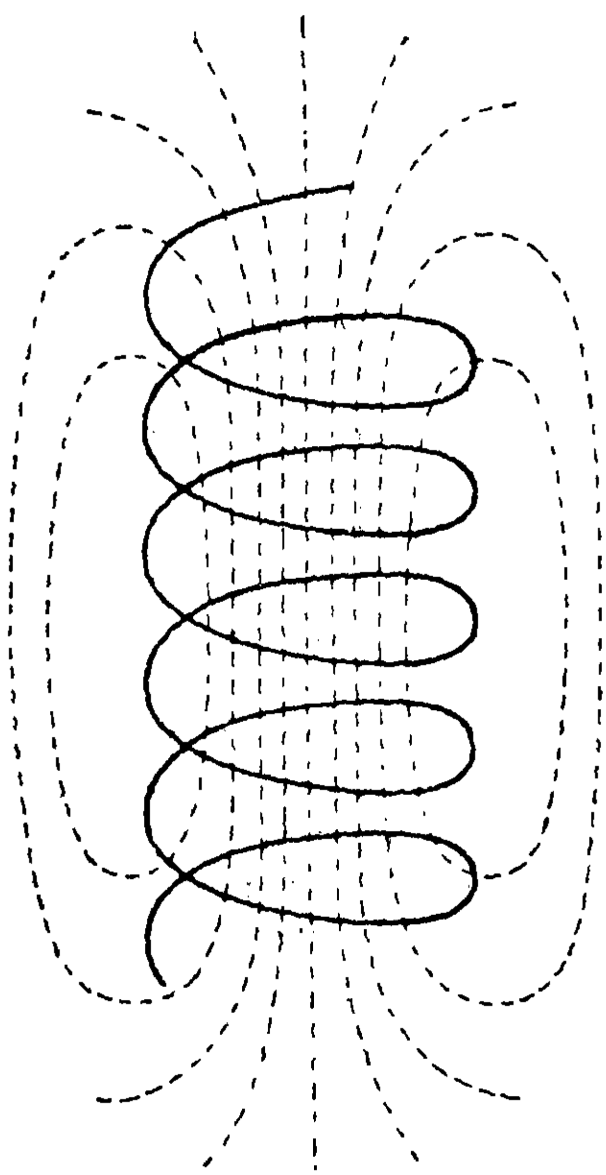


Рис. 128.

Вместо того, чтобы подводить ток к каждому из этих круговых проводников в отдельности (рис. 126а), их обыкновенно соединяют последовательно, причем вместо концентрических кругов получается спираль, весьма мало отличающаяся по своим действиям (рис. 126б) от системы концентрических кругов.

Далее, можно намотать проволоку не только в одной плоскости, но и в ряде параллельных плоскостей, образовав катушку с током (рис. 127). Правда, магнитное действие более удаленных слоев этой катушки на данную точку, находящуюся на ее оси, будет слабее, чем магнитное поле спирали в ее собственной плоскости, но все же все слои будут создавать поле одного и того же направления, как легко убедиться, воспользовавшись правилом буравчика. Магнитное поле такой катушки изображено на рис. 128. Вычисление величины магнитного поля в катушке мы приведем в одном из следующих параграфов.

Наконец, для увеличения магнитной индукции внутри катушки вдоль ее оси помещают железный стержень, обладающий большой магнитной проницаемостью.

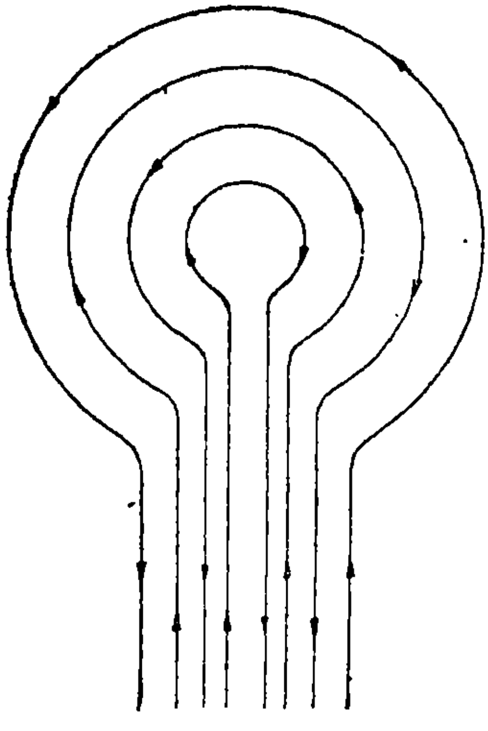


Рис. 129а.

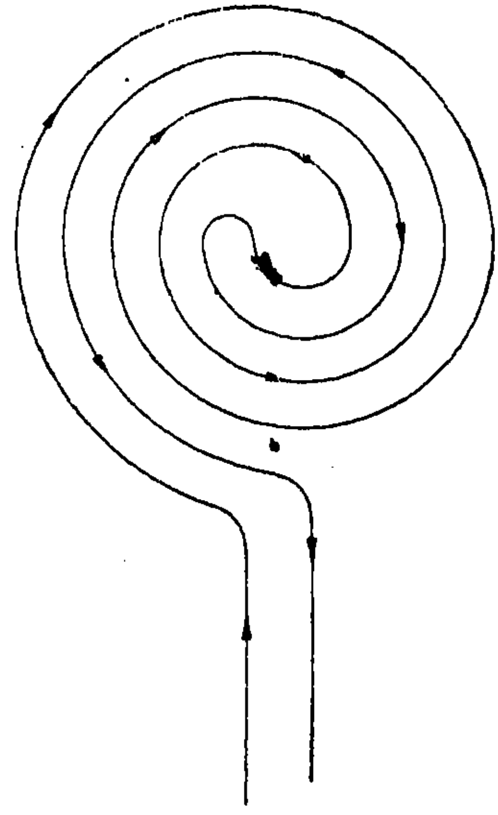


Рис. 129б.

Бывают случаи, когда нам, наоборот, желательно ослабить по возможности магнитное поле вокруг проводника с током. Для этого пропускают ток по ряду круговых проводников так, чтобы направление тока в каждой паре соседних кругов было противоположно (рис. 129а).

Тогда по правилу буравчика действия их будут взаимно уничтожать друг друга. Такую намотку проще всего осуществить, если сложить проволоку вдвое и затем намотать ее на катушку (рис. 129б).

§ 5. Прямолинейный ток.

Рассмотрим теперь длинный прямолинейный проводник, по которому течет ток. Так как ток должен быть замкнутым, то мы предположим, что остальная замыкающая часть цепи проходит на очень большом расстоянии от рассматриваемого места, находящегося вблизи прямолинейной части тока. С некоторым основанием мы можем тогда рассматривать дело так, как будто на данную точку влияет только проходящий вблизи прямолинейный проводник и почти совсем не влияет остальная часть цепи, которая может быть удалена на какое угодно расстояние.

Воспользуемся законом Био-Савара и подсчитаем напряжение поля на небольшом по сравнению с длиной расстоянии a от тока I. Для этого разобьем весь прямолинейный ток на бесконечно малые элементы dl (рис. 130) и сложим магнитные поля, создаваемые каждым из этих элементов в точке A на расстоянии a от тока. По правилу буравчика мы заключаем, что по направлению все эти элементарные поля совпадают и все они направлены перпендикулярно к току и к линии, соединяющей данный элемент с точкой A, т. е. перпендикулярно к плоскости бумаги по направлению от нас к бумаге. Их геометрическая сумма будет равна, следовательно, сумме арифметической.

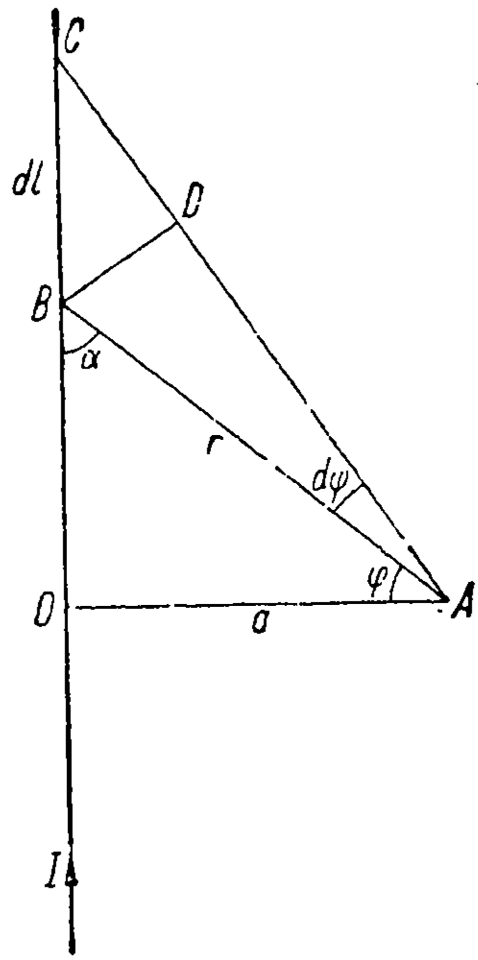


Рис. 130.

Возьмем какой-нибудь элемент dl тока на расстоянии r от точки A под углом α. Поле, создаваемое этим элементом, $dH = \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2}$.

При переходе от одного элемента к другому изменяются величины dl, r, α. Но все их можно свести к одной только независимой переменной, что существенно облегчит суммирование или интегрирование.

В качестве такой переменной выберем угол φ, образуемый перпендикуляром AO из точки A к току с направлением AB линии, соединяющей элемент тока dl с точкой A (рис. 130).

Выразим все величины, входящие в выражение поля dH, через заданное расстояние a и угол φ

$$\sin\alpha = \cos\varphi;$$

$$r = \frac{a}{\cos\varphi}.$$

Чтобы выразить dl через a и φ, опустим из точки B перпендикуляр BD на прямую AC и выразим сначала величину dl через длину этого перпендикуляра

$$BC = \frac{BD}{\cos CBD}.$$

Угол CBD равен углу CAO, так как стороны их взаимно перпендикулярны. Угол же CAO отличается от угла φ только на бесконечно малую величину $d\varphi$, которой мы можем пренебречь по сравнению с φ. Итак, мы имеем

$$dl = BC = \frac{BD}{\cos\varphi}.$$

Из бесконечно малого треугольника BAD видим

$$BD = r\cdot d\varphi, \text{ а } r = \frac{a}{\cos\varphi}.$$

Итак,

$$dl = \frac{r\cdot d\varphi}{\cos\varphi} = \frac{a\cdot d\varphi}{\cos^2\varphi}. \tag{5}$$

Теперь, выразив все величины через a и φ, подставим их в выражение для поля

$$dH = \frac{I\cdot dl\cdot\sin\alpha}{r^2} = \frac{I\cdot a\, d\varphi\cdot\cos\varphi\cos^2\varphi}{\cos^2\varphi\cdot a^2} = \frac{I}{a}\cos\varphi\cdot d\varphi. \tag{6}$$

Величина $\cos\varphi\cdot d\varphi$ представляет собою бесконечно малое изменение величины $\sin\varphi$

$$\cos\varphi\cdot d\varphi = d\sin\varphi. \tag{7}$$

Действительно,

$$d\sin\varphi = \sin(\varphi + d\varphi) - \sin\varphi = \sin\varphi\cos d\varphi + \cos\varphi\sin d\varphi - \sin\varphi =$$
$$= \sin\varphi\sqrt{1-\sin^2 d\varphi} + \cos\varphi\sin d\varphi - \sin\varphi.$$

Но sin бесконечно малого угла $d\varphi$ мы можем принять равным самому углу $d\varphi$, а $\sqrt{1-(d\varphi)^2}$ мы можем заменить через $1-\frac{(d\varphi)^2}{2}$.

Тогда

$$d\sin\varphi = \sin\varphi - \sin\varphi\frac{(d\varphi)^2}{2} + \cos\varphi\cdot d\varphi - \sin\varphi.$$

Если $d\varphi$ — бесконечно малая величина, то квадратом ее можно пренебречь по сравнению с первой степенью $d\varphi$. Поэтому

$$d \sin \varphi = \cos \varphi \cdot d\varphi,$$

как мы и утверждали.

Итак,

$$dH = \frac{I}{a} d \sin \varphi.$$

Просуммируем, наконец, все бесконечно малые поля, создаваемые элементами тока. Так как мы каждый элемент характеризуем углом φ, то, следовательно, при переходе от одного элемента к другому нужно угол увеличивать на величину $d\varphi$ от самого нижнего элемента, где угол $\varphi = \frac{\pi}{2}$, до самого верхнего, для которого $\varphi = +\frac{\pi}{2}$. Мы выразим это следующим образом:

$$H = \int dH = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{I}{a} d \sin \varphi.$$

В последнем интеграле множитель $\frac{I}{a}$ остается постоянным для всех элементов и может быть поэтому вынесен за знак интеграла. Оста ется проинтегрировать величину $d \sin \varphi$, т. е. просуммировать все (есконечно малые изменения величины $\sin \varphi$, начиная от угла $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ до $\varphi = +\frac{\pi}{2}$.

Сумма всех последовательных изменений величины $\sin \varphi$ равна разности между ее окончательным значением при $+\frac{\pi}{2}$ и ее первоначальным значением при $\varphi = -\frac{\pi}{2}$. В первом случае $\sin \frac{\pi}{2} = +1$, во втором же $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

Разность этих двух значений равна 2. Таким образом

$$H = \frac{I}{a} \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} d \sin \varphi = \frac{I}{a}\left[\sin\left(+\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right] =$$

$$= \frac{I}{a}[1 - (-1)] = \frac{2I}{a}. \tag{8}$$

Заметим, что как в случае кругового тока, так и в случае прямолинейного магнитное поле обратно пропорционально первой степени радиуса или расстояния a от точки до тока, тогда как для элементарного тока по закону Био-Савара поле убывает обратно пропорционально квадрату расстояния.

Подобный же результат мы ранее получили для электрического поля заряженной проволоки, несмотря на то, что по закону Кулона каждый элементарный заряд действует с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния. Исторический путь был обратным: Био и Савар, заметив, что сила поля линейных проводников убывает как первая степень расстояния, заключили, что поле каждого элемента тока должно убывать как квадрат расстояния.

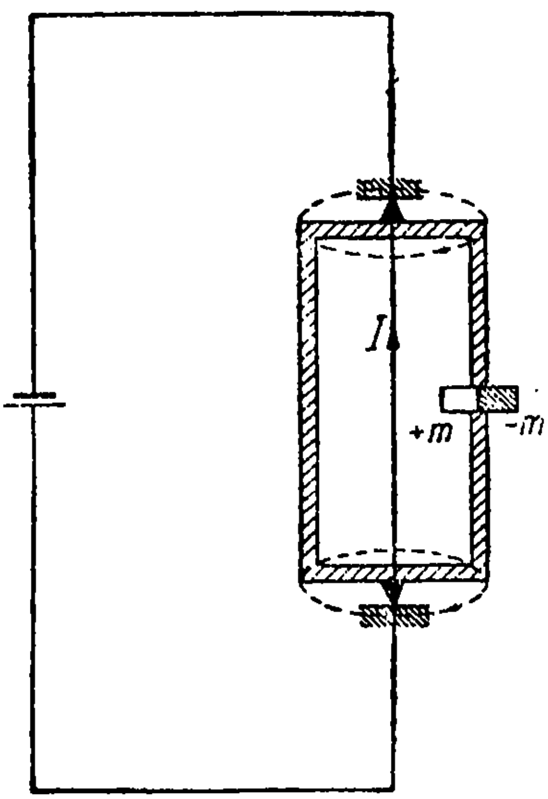


Рис. 131.

Исходя из ур-ния (8), мы могли бы определить электромагнитную единицу силы тока как такой ток, который, протекая по весьма длинному прямолинейному проводнику, создает на расстоянии одного сантиметра поле в два эрстедта, т. е. действует на единицу магнетизма с силою в 2 дины.

Следующий опыт может убедить нас в правильности полученного нами результата, что поле вокруг линейного проводника убывает обратно пропорционально расстоянию. Если вблизи прямолинейного проводника подвесить магнит так, чтобы ось его вращения совпадала с током (рис. 131), то силы, действующие на оба его полюса, находящиеся на расстояниях a_1 и a_2 от тока I, будут равны

$$\frac{2I}{a_1}m \text{ и } -\frac{2I}{a_2}m,$$

причем они будут иметь противоположные направления.

Каждая из этих сил будет стремиться повернуть магнит вокруг оси, на которой он укреплен, т. е. вокруг тока I. Момент вращения первой силы равен силе, умноженной на расстояние до оси a_1:

$$\frac{2I}{a_1}m \cdot a_1 = 2Im,$$

точно так же момент второй силы

$$-\frac{2I}{a_2} m \cdot a_2 = -2Im.$$

Таким образом на магнит действуют два равных и прямо противоположных момента, вращательное действие которых взаимно уничтожится. Магнит таким образом совсем не должен испытать вращения вокруг тока, если только справедлив выведенный нами закон для магнитного поля прямолинейного тока.

Если затем тот же магнит подвесить так, чтобы он мог вращаться вокруг какой-нибудь другой оси, а не оси тока, то равенства моментов не будет, — и магнит придет во вращение как только по проводнику будет пропущен ток.

Этот опыт позволяет проверить выведенный закон с большою точностью, так как мы имеем дело здесь с нулевым методом, с опытом, который должен показать полное отсутствие вращающего момента. Если появится хотя бы небольшое вращение, формула неверна. Опыт вполне подтверждает и это следствие закона Био-Савара, как и многочисленные другие следствия из него.

§ 6. Аналогия электрического тока и магнитного листка

Сравнивая магнитное поле катушки (рис. 128) с полем магнита (рис. 101) или магнитное поле кругового тока с полем магнитного листка (рис. 97), мы замечаем их полную аналогию. Сходство здесь не только качественное, в распределении силовых линий, но и количественное. Мы вычислили ранее магнитное поле диполя или листка с моментом M на расстоянии R по оси магнита, если R велико по сравнению с длиною магнита:

$$B = \frac{2M}{R^3}; \quad H = \frac{2M}{\mu \cdot R^3}. \qquad (9)$$

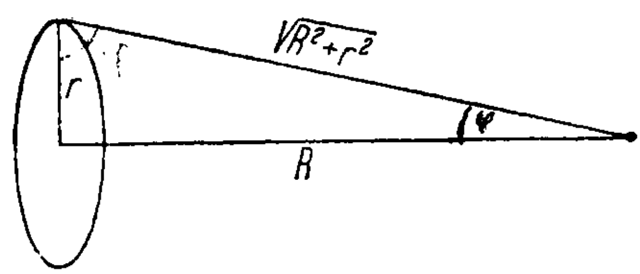


Рис. 132.

Вычислим теперь для сравнения действие кругового тока радиуса r на расстоянии R по оси перпендикулярно к его плоскости (рис. 132). Магнитное поле элемента тока равно

$$dH = \frac{I \cdot dl}{R^2 + r^2},$$

так как угол между током и линией, соединяющей его с данной точкой, прямой, и синус его равен единице. Поле dH направлено под углом φ к оси, косинус которого равен

$$\cos\varphi = \frac{r}{\sqrt{R^2+r^2}}.$$

Разложив все элементарные поля dH на два направления: параллельное и перпендикулярное к оси, мы легко убедимся, что параллельные составляющие все складываются в общее поле $H = \int dH \cos\varphi$, а перпендикулярные взаимно уничтожаются. Таким образом результирующее магнитное поле H направлено по оси и равно

$$H = \int \frac{I\cdot dl\cdot r}{(\sqrt{R^2+r^2})^3} = \frac{Ir}{(\sqrt{R^2+r^2})^3}\int dl = \frac{Ir}{(\sqrt{R^2+r^2})^3}2\pi r = \\ = \frac{2\pi r^2 I}{(\sqrt{R^2+r^2})^3}.$$

Предположим, что мы и здесь, как и в случае диполя, рассматриваем поле на расстоянии R, весьма большом по сравнению с радиусом тока r; тогда величиной r^2 мы можем пренебречь по сравнению с R^2, и выражение для магнитного поля примет вид:

$$H = \frac{2\pi r^2 I}{R^3};$$

здесь πr^2 есть площадь круга, обтекаемого током; обозначим ее через S.

$$H = \frac{2SI}{R^3};\ B = \mu\frac{2SI}{R^3}. \tag{10}$$

Сравнивая это выражение с выражением (9) для поля магнитного диполя, мы видим, что они совпадут, если положить

$$M = \mu SI. \tag{11}$$

Другими словами, магнитное поле тока равно полю такого магнитного диполя или листка, момент которого равен произведению площади, обтекаемой током, на силу тока и на магнитную проницаемость окружающей среды.

Происхождение магнетизма. Мы рассматривали две, казалось, различные причины, создающие магнитное поле: 1) постоянные естественные или искусственные магниты и 2) электрические токи. Исходя из рассмотренной аналогии, Ампер высказал гипотезу, что и те магнитные поля, которые окружают магнит, созданы электрическими токами, но только невидимыми нами, непрерывно текущими в магните на протяжении столетий, так как и магнитные поля их сохраняются столетиями. Эти токи не должны также производить работы (иначе магнитное поле с течением времени ослаблялось бы и исчезло), а следовательно не должны встречать никакого сопротивления. Ампер назвал их молекулярными токами, предполагая, что они заключены внутри отдельных молекул.

Во времена Ампера нельзя было составить себе определенного представления о природе этих молекулярных токов; теперь же мы знаем, что в каждом атоме имеются отрицательно заряженные электроны, движущиеся в поле положительного ядра. Движение электрических зарядов по замкнутым орбитам внутри атома представляет собою электрический ток, создающий, как и токи в проводах, магнитное поле.

Кроме того электроны, вращаясь вокруг своей собственной оси, также создают магнитное поле вокруг каждого электрона с моментом $M = 0{,}923 \cdot 10^{-20}$ абс. ед.

Следующий произведенный мною опыт доказывает, что движение электронов создает магнитное поле.

Пуская в пустоте прямолинейный поток электронов и подвесив вблизи чувствительную магнитную стрелку, можно убедиться, что она испытывает точно такое же действие, как и от прохождения тока по проволоке, помещенной на место потока электронов, если только количество электричества, переносимое в единицу времени, в обоих случаях одинаково. Разумеется и в этом опыте, как и во всех других случаях, поток электронов составляет часть замкнутой цепи электрического тока. Предполагалось, что в атомах вращаются электроны, а их движение создает магнитное поле. С другой стороны, вращение электронов происходит без сопротивления, так как оно не прекращается, пока существует атом. Следовательно, налицо все свойства амперовых молекулярных токов.

Естественно было думать, что именно это вращение электронов в атомах железа и является причиной его намагничивания. Для проверки этого предположения Эйнштейн и де Гааз поместили железный стержень в катушку с током, постоянно меняющим свое направление. При каждом изменении направления тока в катушке менялось и направление создаваемого ею магнитного поля, и железо перемагничивалось. Следовательно, вращение электронов в атоме железного стерженька происходило то в одном, то в другом направлении; а так как каждый электрон обладает также массой, то при этом менялся каждый раз и механический момент количества движения внутри железа (произведение из массы на скорость и на расстояние до оси вращения). Вследствие этого железный стерженек получал каждый раз вращательные импульсы, которые приводили его во вращательные колебания. Сравнивая получаемый стерженьком механический момент количества движения с изменением магнитного момента, можно было убедиться, что вращающиеся заряды в атомах железа суть действительно электроны, но оказалось, что причиной магнетизма железа и других парамагнитных тел являются магнитные моменты, создаваемые вращением электронов вокруг своей собственной оси, а не вокруг ядра.

Опыты Эйнштейна и де Гааза подтвердили таким образом амперову гипотезу о природе магнетизма и дали, кроме того, наглядное содержание амперовым молекулярным токам. Гипотеза Ампера становится вполне обоснованной теорией магнетизма.

Эта теория утверждает, что единственным источником магнитного поля служат электрические токи. Как не существует электрического тока без окружающего его магнитного поля, так не может быть и магнитного поля без создавшего его тока.

Электрический ток и магнитное поле — две стороны одного и того же явления, подобно тому как электрический заряд и окружающее его электрическое поле всегда связаны между собою.

Как линии электрического тока, так и созданные им линии магнитной индукции всегда замкнуты, взаимно проникают друг в друга и охватывают друг друга по направлениям, определяемым правилом буравчика.

Можно было бы различать ток двоякого рода: ток проводимости в металлах или электролитах и ток переносный, или конвекционный, заключающийся в движении заряженных тел. Опыты Роуланда, Рентгена и в особенности точные измерения А. А. Эйхенвальда показали, что движущиеся заряды создают такое же магнитное поле, как ток, текущий по проволоке.

Описанный выше опыт доказывает это утверждение и для потока электронов. С другой стороны, мы видели, что всякий ток, текущий в твердом, жидком или газообразном теле, есть не что иное, как перенос электрических зарядов внутри этого тела. Таким образом существенного различия между током проводимости и конвекционным нет.

§ 7. Ток смещения.

Наше утверждение, что электрические токи могут быть только замкнутыми, довольно очевидно для постоянного тока в цепи из электродвижущей силы и ряда проводников. Но можно создать токи другого рода, которые на первый взгляд имеют начало и конец. Такой ток мы получим, соединив проволокой два противоположно заряженных тела или две обкладки конденсатора (рис. 133а). Правда, ток будет весьма кратковременным — он прекратится, как только потенциалы двух тел или двух обкладок выровняются. Но в течение этого короткого времени можно было бы думать, что мы имеем разомкнутый ток, начинающийся у положительной пластины и оканчивающийся у отрицательной.

Однако Максвелл обратил внимание на то, что во время прохождения тока по замыкающей конденсатор проволоке и внутри конденсатора между его обкладками что-то происходит (рис. 133б). Там изменяется электрическое поле, и уменьшается число линий электростатической индукции. Максвелл высказал гипотезу: не следует ли рассматривать изменение числа линий электростатической индукции также как некоторый ток, вполне аналогичный току прозодимости. Не создает ли и этот новый вид тока, который Максвелл назвал током смещения, такого же магнитного поля, как всякий другой ток? Эта гипотеза была на самом деле подтверждена непосредственным опытом. Оказалось, что всякое изменение числа линий электростатической индукции в диэлектрике создает вокруг себя магнитное поле.

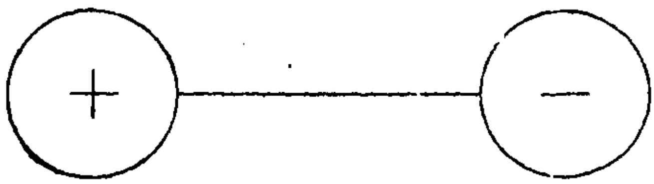


Рис. 133а.

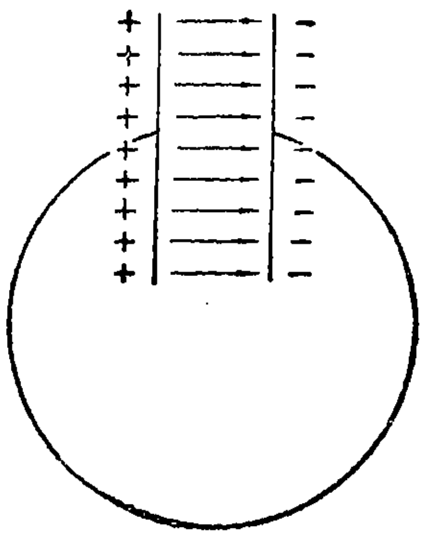


Рис. 133б.

Итак, в приведенных примерах мы на самом деле не имеем разомкнутого тока — и здесь ток замкнут; но ток проводимости в металлическом проводнике составляет только часть замкнутой цепи, остальную же часть между обкладками конденсатора — ток смещения в диэлектрике.

Каково количественное соотношение между током смещения и током проводимости? Для установления его воспользуемся явлением разряда конденсатора. Положим, что в течение бесконечно малого времени dt по проволоке проходил ток I. Количество электричества dq, перенесенное за это время током от одной пластины конденсатора к другой будет $dq = I \cdot dt$, причем I надо считать отрицательным, так как ток в проводнике направлен против часовой стрелки. С другой стороны, внутри конденсатора вследствие этого число линий индукции N уменьшилось на бесконечно малую величину

$$dN = -4\pi \cdot dq = +4\pi I \cdot dt,$$

откуда

$$I = \frac{1}{4\pi}\frac{dN}{dt}. \tag{12}$$

Итак, сила тока, которая во всей замкнутой цепи одна и та же, может быть выражена двояко: в проводнике, где мы имеем перемещение электрических зарядов, мы называем силой тока количество электричества, проходящее за 1 сек. через сечение проводника. В диэлектрике же, где зарядов может и совсем не быть (между обкладками конденсатора может быть хотя бы полная пустота), мы понимаем под силой тока смещения разделенную на 4π скорость изменения числа линий электростатической индукции. Если за промежуток времени dt число линий электростатической индукции в данном месте изменилось на величину dN, то появится совершенно такое же магнитное поле, какое создал бы ток I, численно равный $\frac{1}{4\pi}\frac{dN}{dt}$.

Заметим, что ток смещения определяется не числом линий N, а его производной по времени. Только тогда, когда число линий меняется, существует ток смещения, и следовательно—магнитное поле, его сопровождающее. Если N не меняется во времени, то как бы оно велико ни было, мы не заметим никакого магнитного поля. Этот результат находится в полном согласии с нашим прежним утверждением, что существование постоянного электрического поля никаких магнитных действий не вызывает. Только движение зарядов или изменение электростатической индукции может служить источником магнитного поля. Других источников его мы не знаем. Не знаем мы и случаев, когда бы линии электрического тока или линии магнитной индукции оказались разомкнутыми.

§ 8. Работа, производимая электрическим током.

Магнитное поле H, существующее вокруг электрического тока, действует на всякую внесенную в поле магнитную массу m с силою Hm. Когда магнитный полюс перемещается вдоль силовых линий, то эта сила производит работу. Однако в этом случае мы не можем сказать, что работа производится за счет энергии магнитного поля, так как магнитное поле при этом совсем не меняется.

Возьмем, например, случай прямолинейного тока I, который охватывается круговыми магнитными силовыми линиями (рис. 134). Напряжение поля на расстоянии a от тока равно

$$H=\frac{2I}{a}.$$

В этом случае поле вокруг тока совершенно симметрично, и энергия его, конечно, не может измениться, если масса m перейдет из одной точки на круге в другую точку на том же круге.

Положим, что масса m под влиянием силы $f=Hm=\frac{2I}{a}m$ прошла полную окружность и снова вернулась в исходную точку. Работа W, которую при этом произвели магнитные силы тока, равна произведению силы f на пройденный путь, который равен окружности круга радиуса a, т. е. $2\pi a$

$$W=\frac{2I}{a}m\cdot 2\pi a=4\pi Im. \qquad (13)$$

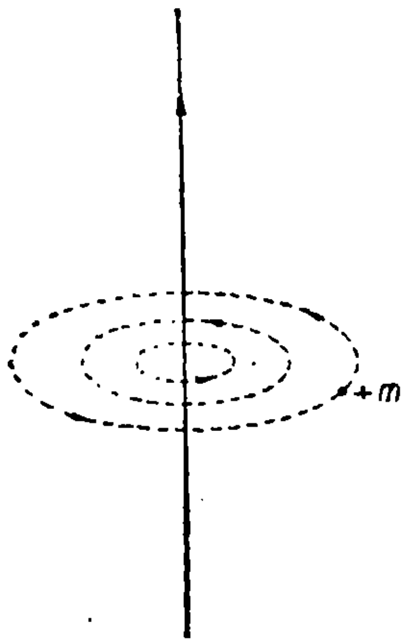


Рис. 134.

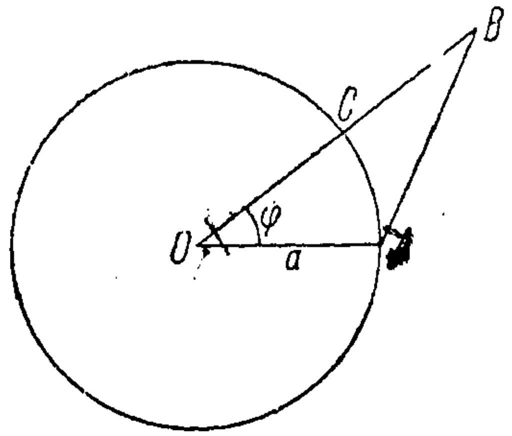


Рис. 135.

Эта работа будет положительной, если магнитная масса двигалась по направлению силовых линий, и отрицательной — при движении против направления поля. В результате масса придет в первоначальное положение. С таким случаем мы еще не встречались по отношению к энергии. Тем не менее и здесь можно говорить об изменении энергии магнитной массы в поле тока, так как когда мы двигаем магнитную массу против поля, мы затрачиваем работу, которую можем получить обратно, возвращая массу обратно по полю на прежнее место. Каждый раз, когда полюс m обходит один раз вокруг тока, энергия его увеличивается на величину $4\pi Im$. При обходе n раз вокруг тока в том же направлении энергия полюса, находящегося в той же точке пространства, увеличивается на $4\pi nIm$. Следовательно, энергия здесь оказывается многозначной функцией положения.

Мы рассматривали круговое движение полюса m. Теперь мы перейдем к любому перемещению на пути AB вокруг тока I, который мы теперь представим себе перпендикулярным к плоскости бумаги и проходящим через точку O (рис. 135). Перемещение AB мы можем разложить на 3 составляющие: 1) по направлению радиуса, 2) по направлению тока (перпендикулярно к плоскости круга) и 3) по направлению касательной к кругу. Первые две составляющие движения перпендикулярны к направлению магнитной силы, действующей на полюс, и поэтому производимая ими работа равна нулю; третья же составляющая совпадает с направлением силы и дает работу, равную $\frac{2I}{a} \cdot m \cdot AC$. Путь AC равен радиусу круга a,

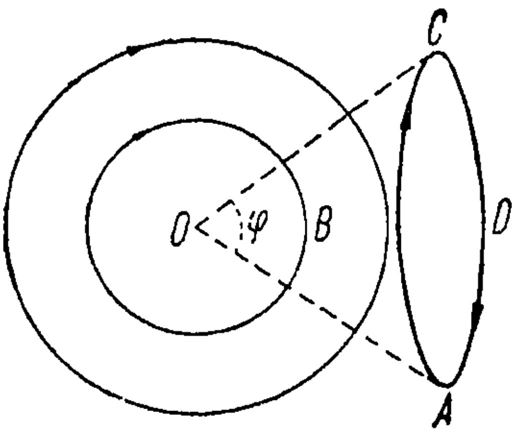


Рис. 136.

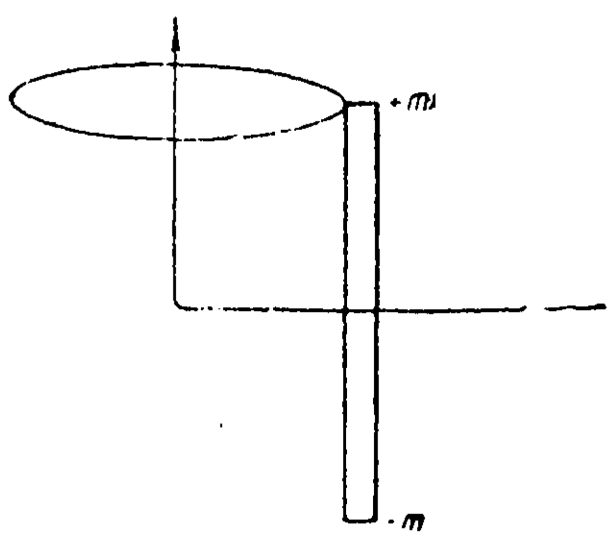


Рис. 137.

умноженному на угол φ, образуемый направлениями AO и BO. Итак, работа равна

$$W = \frac{2I}{a} \cdot m \cdot a \cdot \varphi = 2I\varphi m. \tag{14}$$

Когда угол φ равен 2π, т. е. когда полюс обойдет один раз вокруг тока по какому угодно пути, то работа будет

$$W = 4\pi I m. \tag{15}$$

Если же путь, по которому двигался полюс, не охватывает тока (рис. 136), то работа, произведенная на замкнутом пути, всегда равна нулю. Действительно, на пути ABC затрачивается работа $2 \cdot I \cdot \varphi \cdot m$ против магнитных сил, а на пути CDA магнитные силы сами производят равную и прямо противоположную по знаку работу $2I\varphi m$. Алгебраическая сумма произведенной работы, следовательно, равна нулю. Итак, при движении магнитного полюса m по замкнутому контуру в магнитном поле тока затрачивается работа $\pm 4\pi I m$, если контур охватывает ток, и работа равна нулю—если контур проходит вне тока.

Мы все время говорили о движении магнитной массы m. Но ведь мы знаем, что отдельно магнетизма одного знака не существует; в природе встречаются только магниты с замкнутым потоком линий магнитной индукции, выходящих из положительного (северного) полюса и входящих в отрицательный (южный) полюс. Полюса магнита удалены однако друг от друга на всю длину магнита и поэтому можно устроить так, чтобы только один полюс находился в заметном магнитном поле данного тока (рис. 137). Можно даже устроить так, чтобы второй полюс находился в поле противоположно направленного тока, который заставит его вращаться в ту же сторону, как и первый полюс (рис. 138).

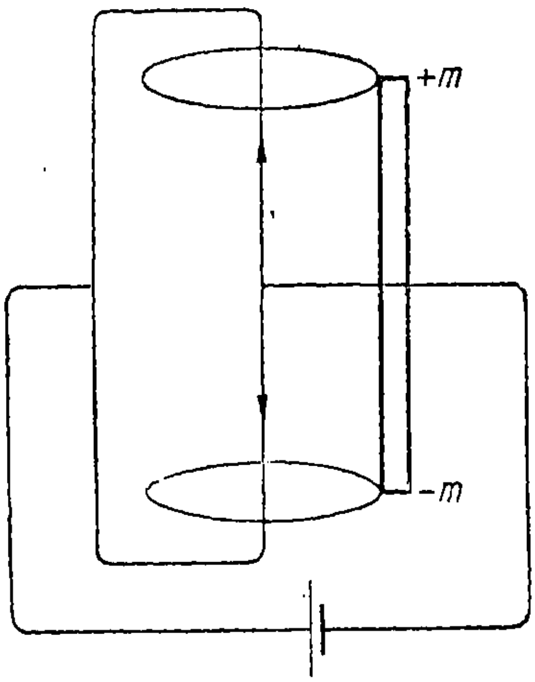


Рис. 138.

Таким образом можно заставить магнит непрерывно вращаться вокруг тока, производя работу. Источником производимой работы здесь должен быть очевидно электрический ток или, точнее говоря, поддерживающий его источник энергии, создающий электродвижущую силу, так как магнитное поле, не изменяясь, не может служить и источником энергии.

§ 9. Законы магнитной цепи.

Аналогия между линиями магнитной индукции и линиями электрического тока не ограничивается только тем, что и те и другие замкнуты. Как показал Гопкинсон, для потока магнитной индукции, создаваемой катушкой, можно установить законы, вполне напоминающие по форме законы Ома и Кирхгофа для тока. Для изучения и расчета магнитных полей эти формулы оказываются чрезвычайно полезными. Рассмотрим катушку, ось которой замкнута (рис. 139). Положим, что катушка равномерно обмотана проводником, по которому идет ток I, так что на 1 *см* длины катушки приходится n_0 витков; общая же длина оси катушки — L *см* и на всей катушке помещается $n = n_0 L$ витков.

Определим напряжение поля H, существующее внутри катушки. Для этого представим себе, что мы внесли в какую-нибудь точку на оси катушки единицу положительного магнетизма и что она обошла по направлению силовых линий по оси катушки всю длину L, вернувшись снова в исходную точку. Работа, которую произвели при этом магнитные силы, равна $H \cdot L$. С другой стороны, пройдя всю катушку, единица магнетизма пройдет сквозь все n витков катушки с током I. А мы знаем уже, что при обходе одного проводника с током I единица магнетизма совершает работу $4\pi I$; следовательно, при проходе сквозь n витков работа равна $4\pi nI$. Оба выражения для работы должны быть равны друг другу:

$$HL = 4\pi nI; \qquad H = \frac{4\pi nI}{L} = 4\pi n_0 I.$$

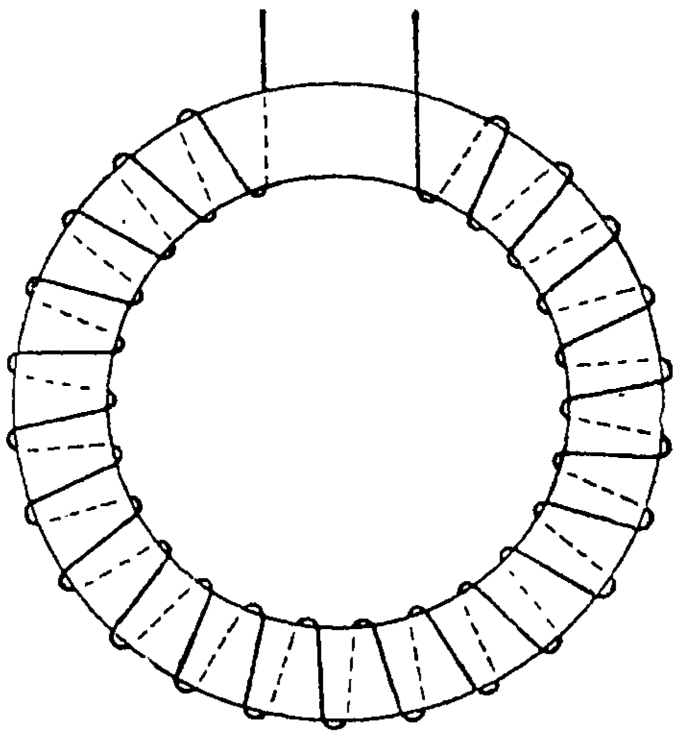


Рис. 139.

Определим теперь число линий индукции N внутри катушки, обозначив площадь ее поперечного сечения через S, а магнитную проницаемость среды, ее заполняющей, через μ, тогда

$$N = \mu HS = \frac{4\pi n\mu I \cdot S}{L}.$$

Это выражение для потока индукции можно переписать в таком виде, который будет напоминать закон Ома для замкнутого тока:

$$N = \frac{4\pi nI}{\frac{1}{\mu}\frac{L}{S}}. \qquad (16)$$

Во всех выражениях (13)—(16) предполагается, что сила тока I выражена в абсолютных электромагнитных единицах. Если же ее измерять в амперах, то вместо $4\pi nI$ мы имели бы $0{,}4\pi nI$.

Если мы теперь для сравнения с магнитным потоком представим себе электрический ток, протекающий по проводнику, имеющему форму потока индукции, т. е. длину L, площадь поперечного сечения S, и обозначим его удельное сопротивление через ρ, а удельную проводимость через $\sigma = \frac{1}{\rho}$, то сопротивление этого проводника $R = \rho\,\frac{L}{S} = \frac{1}{\sigma}\,\frac{L}{S}$, а сила тока в нем

$$I = \frac{E}{\frac{1}{\sigma}\frac{L}{S}}. \qquad (17)$$

Здесь E—электродвижущая сила, создающая ток в рассматриваемой замкнутой цепи. Выражения (16) и (17) для магнитного потока N и электрического тока I действительно аналогичны. Вместо электродвижущей силы в числителе выражения для N стоит величина $4\pi nI$, т. е. сила тока, умноженная на число витков и на численный множитель 4π. Это выражение называется по аналогии с E магнитодвижущей силой, так как оно является причиной, создающей поток магнитной индукции. Выражение, стоящее в знаменателе, $\frac{1}{\mu}\frac{L}{S}$, напоминающее электрическое сопротивление для тока, получило название магнитного сопротивления цепи. Мы видим, что магнитная проницаемость играет здесь роль удельной электропроводности проводника.

Пользуясь этими обозначениями, мы можем утверждать, что для рассмотренного магнитного потока, созданного замкнутой катушкой, величина потока индукции равна магнитодвижущей силе $E_m = 4\pi nI$, деленной на магнитное сопротивление $R_m = \frac{1}{\mu}\frac{L}{S}$

$$N = \frac{E_m}{R_m}. \qquad (18)$$

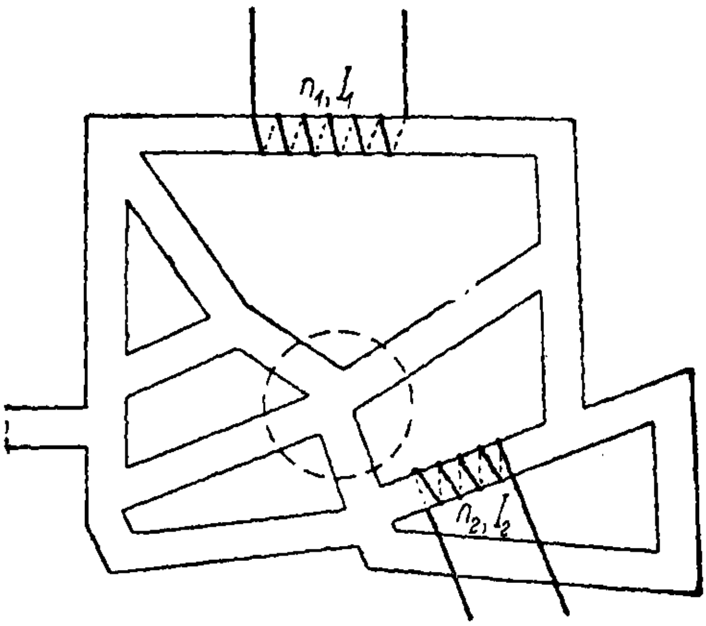


Рис. 140.

В этой аналогии можно пойти и дальше. Можно соединять магнитные сопротивления последовательно и параллельно и убедиться, что и здесь получаются те же законы, что и для электрических сопротивлений. Более того, для магнитных потоков, как угодно разветвленных, можно установить такие же законы Кирхгофа, как и для токов. В самом деле, представим себе какую угодно разветвленную магнитную цепь (рис. 140).

Для доказательства первого закона Кирхгофа выделим какой-нибудь узел, в котором сходятся несколько потоков индукции. Мы можем утверждать, что алгебраическая сумма числа линий индукции, выходящих из этого узла, равна 0, если считать все выходящие линии положительными, а входящие—отрицательными. В самом деле: если бы эта сумма не была равна нулю, то часть линий индукции начиналась или кончалась бы внутри узла, чего быть не может, так как не существует в природе истинного магнетизма, и все линии индукции замкнуты.

Точно так же можно убедиться в справедливости второго закона Кирхгофа. Выделим какой-нибудь замкнутый контур, в который входит часть 1 с магнитным потоком N_1, магнитной проницаемостью μ_1, поперечным сечением S_1 и длиною L_1 и вокруг которой имеется n_1 витков тока I_1. Во 2-й, 3-й и т. д. частях контура обозначим соответствующие величины значками 2, 3 и т. д. В частности некоторые из частей контура могут и не иметь витков; для них n или $I=0$. Обведем теперь единицу магнетизма по оси всего выделенного контура. Работа магнитных сил будет равна

$$W=H_1L_1+H_2L_2+H_3L_3+\cdots$$

С другой стороны, единица магнетизма прошла через все витки, охватывающие отдельные части этого контура, и, следовательно. работа может быть выражена так:

$$W=4\pi n_1I_1+4\pi n_2I_2+4\pi n_3I_3+\cdots$$

Сравнивая оба выражения, получим

$$H_1L_1+H_2L_2+H_3L_3+\cdots=4\pi n_1I_1+4\pi n_2I_2+4\pi n_3I_3+\cdots$$

Напряжение поля H в какой-нибудь части мы можем представить через поток магнитной индукции N:

$$H=\frac{B}{\mu}=\frac{N}{\mu\cdot S}.$$

Поэтому наше равенство мы можем переписать так:

$$N_1\cdot\frac{1}{\mu_1}\frac{L_1}{S_1}+N_2\frac{1}{\mu_2}\frac{L_2}{S_2}+N_3\frac{1}{\mu_3}\frac{L_3}{S_3}+\cdots=4\pi n_1I_1+4\pi n_2I_2+\\+4\pi n_3I_3+\cdots \qquad (19)$$

Или, применяя введенные выше обозначения, мы можем сказать: сумма произведений из потоков индукции на магнитные сопротивления всех частей замкнутого магнитного контура равна сумме магнитодвижущих сил, действующих в том же контуре.

$$\sum N_mR_m=\sum E_m.$$

Итак, оба закона Кирхгофа имеют полную аналогию в учении о магнитных цепях. А так как всякий случай разветвления токов может быть вычислен из этих законов, следовательно мы можем тем же путем вычислять и потоки магнитной индукции. В действительности, впрочем, последние подсчеты далеко не так точны. Для электрического тока мы точно можем указать проводник, по которому он течет, и можем совершенно пренебречь током, ответвляющимся по соседнему воздуху или по изоляции, окружающей провод. Действительно, удельное сопротивление изоляции в 10^{12} раз больше, а сопротивление воздуха в 10^{20} раз больше, чем сопротивление проводника; поэтому часть тока, идущего по ним, неизмеримо мала. В магнитной же цепи мы также имеем части с большой магнитной проницаемостью (в слабых полях в железе $\mu = 3000 - 5000$) и части с малой проницаемостью (для воздуха $\mu = 1$). Но даже при этих наилучших соотношениях магнитный поток не пойдет целиком по железу, а часть его пойдет через воздух. Это явление носит название **магнитной утечки**, и с ним приходится всегда считаться. В сильных полях μ не превышает нескольких сотен и утечка больше, чем в слабых полях.

Чем тоньше железо и чем резче изгибы в нем, тем больше утечка. Поэтому вблизи сильных электромагнитов всегда существует и в воздухе магнитное поле, намагничивающее часы в кармане, притягивающее железные предметы и инструменты и т. п., тогда как вблизи электрического тока, текущего в проводнике, в воздухе тока практически незаметно.

Выражение для магнитного потока указывает нам путь, как создавать возможно сильные магнитные поля: для этого нужно иметь возможно большую магнитодвижущую силу, т. е. возможно большее произведение nI и возможно малое магнитное сопротивление. Увеличению числа ампервитков ставят предел нагревание проводов и большая электрическая энергия, которая для этого необходима. Для усиления охлаждения проводники электромагнита Вейса делаются из медных трубок, сквозь которые пропускают проточную воду. Для уменьшения магнитного сопротивления стараются по возможности весь контур магнитной цепи сделать из мягкого железа или особых сортов стали, обладающих большой магнитной проницаемостью. Так как самое измерение приходится большей частью производить в воздухе, то приходится в магнитный контур включать воздушный промежуток, возможно более тонкий — длиною l. Если длина железной части L, а площадь сечения ее S, то магнитное сопротивление такой цепи равно

$$R_m = \frac{1}{\mu}\frac{L}{S} + \frac{l}{S} = \frac{1}{S}\left(\frac{1}{\mu}L + l\right), \tag{20}$$

а поток магнитной индукции

$$N = \frac{E_m}{R_m} = \frac{4\pi nI}{\frac{1}{S}\left(\frac{1}{\mu}L + l\right)} \tag{21}$$

Часто нам важно создать не столько большой общий поток индукции N, сколько возможно большую плотность B линий индукции. С этой целью полюса электромагнита снабжаются коническими насадками из вещества с возможно высокой магнитной проницаемостью (кобальтовой стали). Почти весь поток магнитной индукции концентрируется на небольшой площадке конических наконечииков, утечка же через воздух сравнительно невелика (рис. 141а).

Практически в современных электромагнитах не удается создать магнитную индукцию B более 60 000 гаусс. Только на очень короткие промежутки времени, порядка сотой секунды, П. Л. Капице удалось осуществлять поля до 400 000 гаусс и несмотря на кратковременность их существования применить их для изучения ряда магнитных явлений.

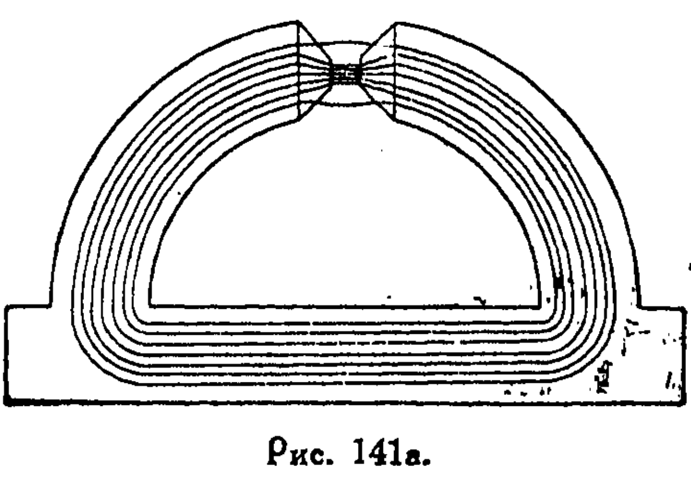


Рис. 141а.

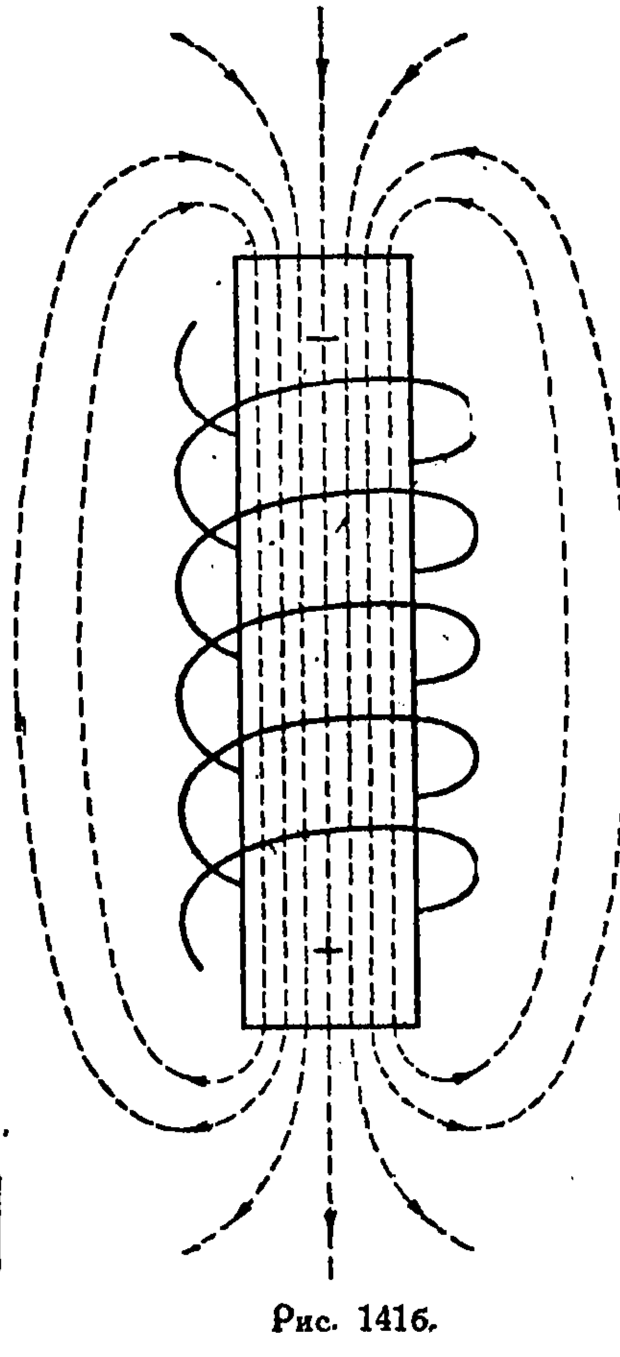


Рис. 141б.

Для увеличения потока индукции в катушки вставляют железные сердечнники. Если катушка и сердечник не замкнуты, то сердечник — намагничиваясь — в свою очередь влияет на поле катушки. В железном стержне создаются полюса: положительный — в месте выхода линий индукции, и отрицательный — с той стороны, откуда линии входят (рис. 141б). Эти полюса создают в железе поле обратного направления (снизу вверх), которое размагничивает сердечник. Чем короче стержень, чем ближе, следовательио, полюса к средней части катушки, тем сильнее там размагничивание и ослабление поля, вызванное полюсами. Когда стержеиь очень короток, так что длина его меньше толщины и он имеет уже вид пластинки, размагничивающее влияние полюсов сводит почти на-нет усиление поля, вызванное большой проницаемостью железа.

Если внутри тела создать щель, перпендикулярную к потоку индукции, то поле в ней $H_1 = B$. Таким образом, измеряя в ней H_1, мы определяем индукцию в данном теле. Если бы, наоборот, вместо плоской щели, перпендикулярной к полю, создать узкий продольный канал, то поле в нем будет равно напряжению поля в теле H. При помощи такого канала можно определить напряжение магнитного поля.

Аналогия, которую мы установили между законами тока и потока магнитной индукции, не должна заставнть нас считать, что и самые явления схожи. Это было бы совершенно ошибочно. В то время как ток есть движение электрических зарядов, непрерывно затрачивающее энергию, доставляемую электродвижущей силой, магнитный поток естественного магнита, например, может существовать столетиями, не расходуя энергии и не требуя ее на свое поддержание. Ничего подобного закону Джоуля для магнитного потока не существует.

Далее, магнитная проницаемость—величина, по своей физической природе напоминающая диэлектрическую постоянную, а не проводимость. Никаких проводников магнетизма и постоянных магнитных токов, связанных с движением магнитных масс, не существует, как нет и самих магнитных масс.

ГЛАВА VII.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В МАГНИТНОМ ПОЛЕ.

§ 1. Действие магнитного поля на элемент тока.

Ампер заметил, что находящийся в магнитном поле проводник начинает двигаться, как только через него пропустить ток. Следовательно, в магнитном поле на ток действуют какие-то силы. Величину и направление этих сил мы могли бы уже предсказать, исходя из общих законов механики и из закона Био-Савара. Результат, к которому мы придем таким путем, вполне совпадает с наблюдениями Ампера.

Представим себе систему из тока и магнита. Мы знаем, что на магнит будут действовать силы, которые заставят его перемещаться и вращаться. Если бы никаких других сил при этом не появлялось, то под действием одной этой силы вся система из тока и магнита, которую мы можем представить себе, например, заключенной в ящик, придет в движение. Между тем механика утверждает, что такое движение изолированной системы при помощи одних внутренних сил невозможно. Что́ бы ни находилось внутри системы, центр тяжести ее по закону инерции будет оставаться в покое или двигаться равномерно и прямолинейно, пока извне на нее не подействует сила, которая одна только может сообщить ускорение системе. Поэтому если в системе имеется одна сила, действующая в определенную сторону, то непременно внутри той же системы должна появиться и другая сила противодействия, равная ей и прямо противоположная по направлению. Это — закон равенства действия и противодействия в изолированной системе.

Применяя эти рассуждения к нашему случаю, мы можем сказать что если ток действует на магнит с силою $\vec{f}$, то и магнит должен действовать на ток с силой $-\vec{f}$. Этим определяются и величина и направление вектора $-\vec{f}$.

Возьмем снова элемент тока I длиною dl и магнитную массу m на расстоянии r от нее под углом α (рис. 142); тогда сила, с которою элемент тока действует на магнитную массу m, равна

$$df = \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2} m$$

и направлена — по правилу буравчика — от чертежа к нам.

Следовательно, равная и противоположная сила $-df$ будет действовать на элемент тока со стороны магнитной массы m. Согласно тем представлениям, которыми мы все время руководствуемся, мы приписываем эту силу не самой массе m, действующей на расстояние, а тому магнитному полю H, которое она создает вокруг элемента тока dl. Поэтому в выражении для силы $-df$ мы заменим магнитную массу m создаваемым ею полем H в том месте, где находится элемент тока. Это поле на расстоянии r равно

$$H = \frac{m}{\mu r^2},$$

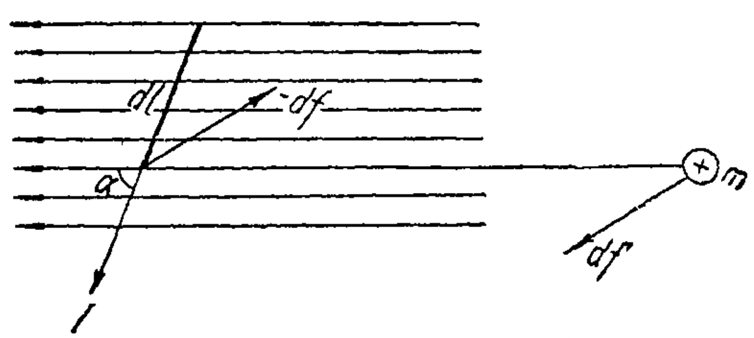


Рис. 142.

и имеет направление радиуса r. Угол α есть в то же время угол между направлением поля и током. Подставляя значение m в выражение силы $-df$, имеем

$$-df = -\mu \cdot I \cdot H \cdot dl \cdot \sin\alpha = -I \cdot B \cdot dl \cdot \sin\alpha. \tag{1}$$

Направление силы перпендикулярно как к направлению тока, так и к направлению поля, в котором он находится. Знак (—) определяет направление ее по отношению к силе Био и Савара. Такая сила действует на всякий элемент тока в магнитном поле.

Тот способ, которым мы определили направление силы, не всегда удобен на практике, где мы имеем магнитное поле, созданное вовсе не магнитною массою m, а другими токами. Поэтому для возможности быстрого и правильного нахождения направления силы необходимо пользоваться другим более быстрым и удобным приемом. Введем с этой целью мнемоническое правило, сведя связь трех направлений — направления магнитного поля, электрического тока и его движения — к трем другим направлениям, которые всегда легко воспроизвести. Такие три направления, из которых одно может быть перпендикулярно к двум другим как движение тока перпендикулярно к току и полю, мы можем осуществить тремя первыми пальцами руки. Большой палец может быть поставлен перпендикулярно к двум другим и изображать направление движения тока в магнитном поле. Два остальных пальца покажут направление поля и тока. Чтобы легче запомнить, чему должен соответствовать каждый палец, расположим их в алфавитном порядке так, что первый (большой) палец указывает направление движения, второй (указательный) — поле и третий (средний) — ток (д., п., т.). Мы имеем две руки, пальцы которых представляют собою зеркальное изображение друг друга. Если расположить первый и второй пальцы обеих рук параллельно друг другу, то третьи пальцы будут показывать в противоположные стороны.

Поэтому и наше мнемоническое правило даст противоположные результаты при пользовании разными руками. Нужно раз навсегда твердо установить, о пальцах какой руки идет речь. Данное правило относится к **левой** руке. Так как это главное, что нужно помнить, применяя его, то и назовем его **правилом левой руки**. Остальное запоминается легко, так как порядок пальцев соответствует алфавитному порядку начальных букв д., п., т.

Применяя правило левой руки, легко видеть, что с изменением направления поля или направления тока и направление движения изменяется. Так, например, если ток идет кверху, а поле — слева направо, то движение проводника будет направлено от нас к чертежу; если ток в том же поле идет вниз, то он будет перемещаться за плоскость бумаги и т. п.

Величина силы, действующей на ток, пропорциональна не напряжению поля H, а магнитной индукции B, и, следовательно, в одном и том же магнитном поле H тем больше, чем больше магнитная проницаемость μ среды, окружающей проводник с током. Вспомним, что в выражение закона **Био-Савара**, определяющего напряжение поля H вокруг тока, и силу, действующую на помещенную в его поле магнитную массу m, магнитная проницаемость вовсе не входит. Но она вошла бы, если бы мы хотели определить не поле H вокруг тока, а магнитную индукцию B вокруг него, которая равна μH.

Сила, действующая на ток, пропорциональна силе тока I, длине проводника l и sin угла α между направлениями тока и поля. Поэтому ток не будет совсем испытывать действия поля, если их направления совпадают и $\alpha = 0$. Сила будет наибольшей, когда проводник перпендикулярен к полю (рис. 143) и $\alpha = \frac{\pi}{2}$; тогда сила

$$f = IlB. \tag{2}$$

Мы здесь, как и в законе Био-Савара, рассматриваем отдельный элемент тока вместо всего замкнутого тока. Однако, применяя к каждому элементу приведенное правило [ур-ние (2)] и суммируя силы, действующие на все элементы, мы всегда получаем правильный результат. Простейшую форму непрерывного движения одной части тока в магнитном поле представляет собою колесо Барлова (рис. 144а).

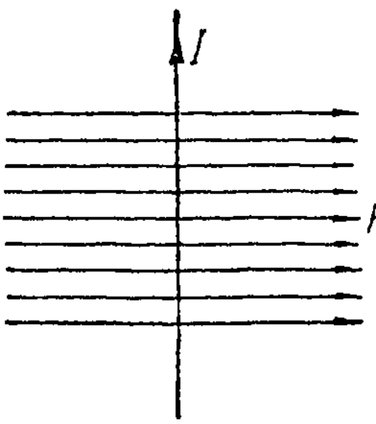


Рис. 143.

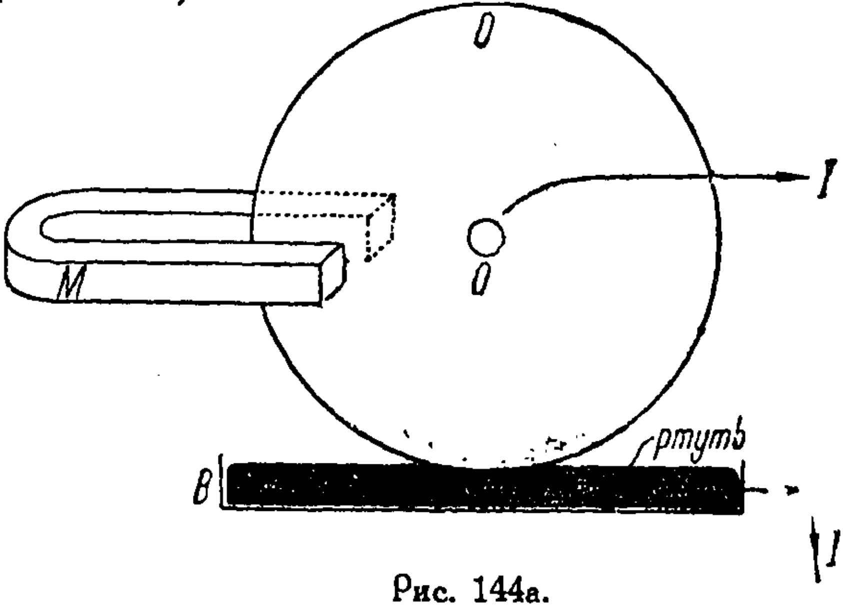


Рис. 144а.

Колесо представляет собою тонкий медный диск D, вращающийся вокруг оси O и касающийся нижним своим краем ртути, налитой в ванночку B. Электрический ток подводится к ванночке B и оси O; он идет по диску от точки касания к O и здесь находится в магнитном поле магнита, направленном перпендикулярно к плоскости диска, положим — от нас к чертежу. Правило левой руки утверждает тогда, что ток I, текущий в диске снизу вверх, должен притти в движение в направлении слева направо. В этом направлении, т. е. в направлении, противоположном движению часовой стрелки, и придет во вращение диск D, который будет вращаться, пока существуют ток I и магнитное поле магнита M. Если изменить направление тока или поля, то диск будет вращаться по направлению часовой стрелки.

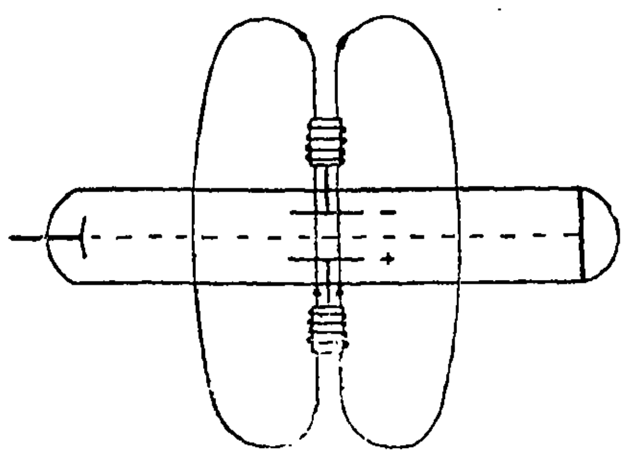


Рис. 144б.

Электрический ток можно осуществить не только в металлической проволоке, но и в виде катодных лучей — потока электронов в пустоте или воздухе. Каждый элемент этого потока — электрон — обладает отрицательным электрическим зарядом $e = -4 \cdot 774 \cdot 10^{-10}$ абс. эл.-ст. ед., а весь поток представляет собой ток, направленный противоположно движению электронов. Если в пространстве, через которое проходит (рис. 144б) слева направо пучок электронов, создать электрическое поле, направленное снизу вверх, то электроны получат ускорение по направлению сверху вниз, и весь пучок искривится вниз. Если в том же пространстве создать магнитное поле, направленное, например, также снизу вверх, то по правилу, левой руки поток электронов должен отклониться по направлению, перпендикулярному к току и полю назад, за плоскость чертежа.

Оба отклонения, и электрическое и магнитное, тем больше, чем сильнее вызвавшие их поля. Этими отклонениями пользуются в катодных осциллографах для изучения и измерения быстро меняющихся полей, токов и потенциалов. Скорости движения электронов близки к скорости света: они достигают 10^{10} *см/сек*. Поэтому всю длину катодного осциллографа 20—50 *см* они пробегают за время, меньшее чем 10^{-8} сек., а измеряемое поле — меньше 10^{-9} сек. Встречая на своем пути экран из флуоресцирующего вещества, например сернистого цинка, катодные лучи заставляют его светиться в месте своего падения. Когда поток электронов попадает на фотографическую пластинку, он вызывает ее почернение.

Чтобы зарегистрировать быстро меняющуюся разность потенциалов, ее присоединяют к обкладкам конденсатора, сквозь который проходит пучок электронов. Тогда пучок электронов будет описывать вертикальную линию. Часто изучаемое поле изменяется так быстро, что не удается уследить за перемещением светящегося пятнышка на экране. Тогда включается быстро меняющееся магнитное поле, которое одновременно отклоняет пучок назад или вперед. Под одновременным действием обоих полей электронный пучок описывает на фотографической пластинке наклонную линию, из которой можно вычислить изменение потенциала во времени. Для создания магнитного поля пользуются катушкой.

Быстрое изменение поля получается, например, пропусканием через нее тока от разряжающегося конденсатора. В переменных токах та же кривая повторяется многократно.

§ 2. Замкнутый ток в однородном магнитном поле.

Рассмотрим сначала замкнутый ток I, плоскость которого параллельна направлению однородного поля H и магнитной индукции B. На отдельные части контура (рис. 145) будут действовать силы, которые определяются правилом левой руки. На участках AC и EA сила будет направлена от нас к чертежу, а на части CDE — от чертежа к нам. Вычислим равнодействующую всех этих сил, т. е. алгебраическую сумму выражений:

$$df = I \cdot B \cdot dl \cdot \sin\alpha$$

для всего контура тока. Проведем плоскость S, перпендикулярную к направлению поля. Величина

$$dl \cdot \sin\alpha = dl \cdot \cos\varphi,$$

где φ — угол между током и направлением S, перпендикулярным к полю. Следовательно $dl \cdot \sin\alpha$ — проекция элемента dl на направление S.

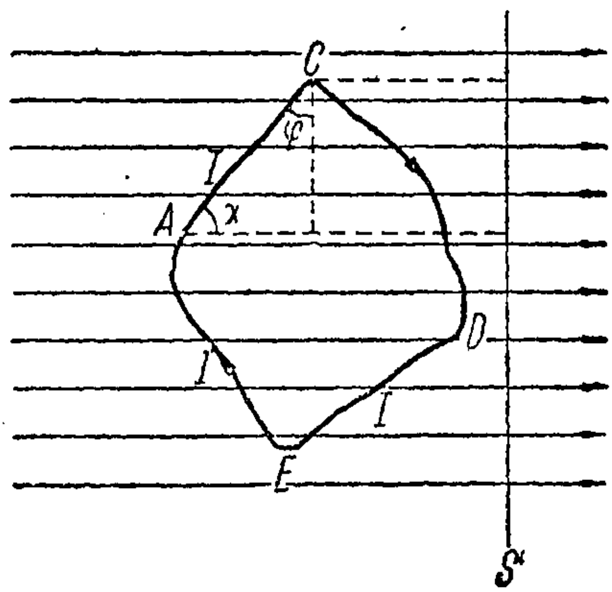


Рис. 145.

Равнодействующая сила

$$F = \int df = \int I \cdot B \cdot dl \cdot \sin\alpha = I \cdot B \int dl \cdot \sin\alpha.$$

Здесь IB мы вынесли за знак интеграла, так как индукцию мы считаем одинаковой во всей области тока, а сила тока также одинакова во всех его элементах.

Оставшееся под интегралом выражение есть проекция элемента тока на направление S. Сумма таких проекций для замкнутого контура всегда равна нулю, так как при возвращении к исходной точке в этой сумме будет столько же положительных элементов, сколько и отрицательных. Итак, интеграл, входящий множителем в выражение силы F, всегда равен нулю для замкнутого контура, а следовательно и сила $F = 0$, т. е. равнодействующая всех сил, действующих в однородном магнитном поле на замкнутый контур тока, всегда равна нулю. В однородном поле замкнутый ток не может получить поступательного движения.

Но зато он получит вращательное движение; а именно, части EAC будут двигаться от чертежа за плоскость бумаги, а часть CDE — к нам. Контур повернется так, что сторона D окажется впереди, а сторона A — позади. Контур с током I создает ведь и свое собственное магнитное поле, направление которого дается правилом буравчика. В том положении, как он изображен на чертеже, ток создает поле, направленное от нас к чертежу. Когда ток повернется и сторона D окажется впереди, поле тока будет направлено слева направо, т. е. по направлению поля H. Легко убедиться, что как бы ни были направлены ток и поле, в которое он помещен, ток всегда будет стремиться повернуться так, чтобы его собственное поле совпадало с тем внешним полем, которое его вращает.

В этом отношении ток ведет себя совершенно так же, как магнит. Если подвесить проводник с током в земном магнитном поле, то он повернется, став перпендикулярно к полю, так чтобы создаваемые им линии индукции совпадали с направлением земного поля. Та сторона, из которой линии исходят, будет направлена к северу, противоположная — к югу. Мы можем, следовательно, говорить о северной и южной сторонах тока или катушки с током так же, как мы говорим о северном или южном конце магнита или магнитного листка.

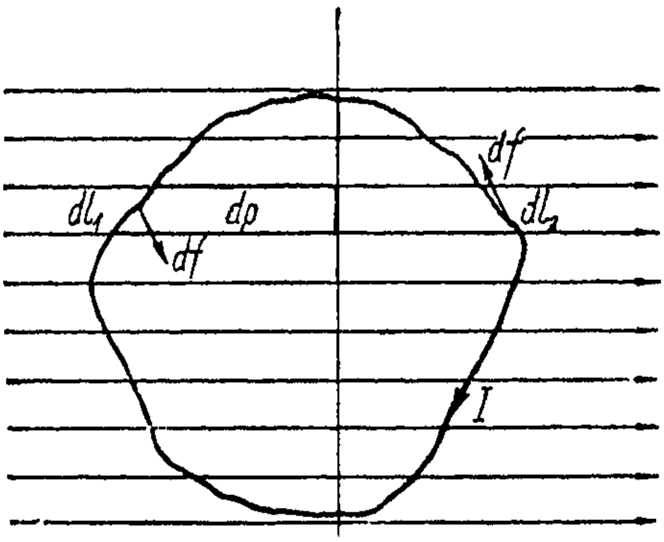


Рис. 146.

Вычислим момент сил, вращающих ток в однородном магнитном поле, для того случая, когда плоскость тока стоит под произвольным углом φ к направлению линий индукции B и поля H (рис. 146).

Для этого проведем ряд бесконечно близких параллельных плоскостей параллельно направлению линий индукции и разобьем таким образом весь контур тока на ряд бесконечно малых элементов dl. Рассмотрим сначала одну пару таких элементов dl_1 и dl_2, лежащих между двумя соседними плоскостями. Силы, действующие на них, будут

$$I \cdot B \cdot dl_1 \cdot \sin\, a_1 \text{ и } I \cdot B \cdot dl_2 \cdot \sin\, a_2.$$

Но величины $dl_1 \cdot \sin\, a_1$ и $dl_2 \cdot \sin\, a_2$ суть, как мы уже видели, проекции элементов dl_1 и dl_2 на направление, перпендикулярное к полю. Они равны, следовательно, расстоянию по нормали между двумя соседними плоскостями

$$dl_1 \cdot \sin\, a_1 = dl_2 \cdot \sin\, a_2 = dp.$$

Итак, на оба элемента действуют две равные и прямо противоположные силы $df = I \cdot B \cdot dp$ и $-df = -I \cdot B \cdot dp$. Чтобы вычислить момент этих сил, нужно умножить их на плечо, т. е. на расстояние между этими силами, считая по нормали к их направлению. Расстояние между точками приложения этих двух сил равно расстоянию между элементами dl_1 и dl_2; обозначим его через a; это — ширина контура между избранными плоскостями. Контур стоит под углом φ к направлению поля, а сила df нормальна к полю, следовательно направление линии a образует с нормалью к силам df угол φ. Поэтому проекция длины a на нормаль к силам df (т. е. плечо пары сил) равна $a \cdot \cos\varphi$.

Итак, момент пары, вращающей элементы dl_1 и dl_2, равен

$$dM = I \cdot B \cdot dp \cdot a \cdot \cos\varphi.$$

Здесь произведение $dp \cdot a$ представляет собою произведение ширины a той площадки, которую две соседние плоскости вырезали из контура тока, на вышину dp этой площадки. Следовательно, $dp \cdot a$ есть площадь ds этой площадки, а момент сил, на нее действующих,

$$dM = I \cdot B \cdot ds \cdot \cos\varphi. \tag{3}$$

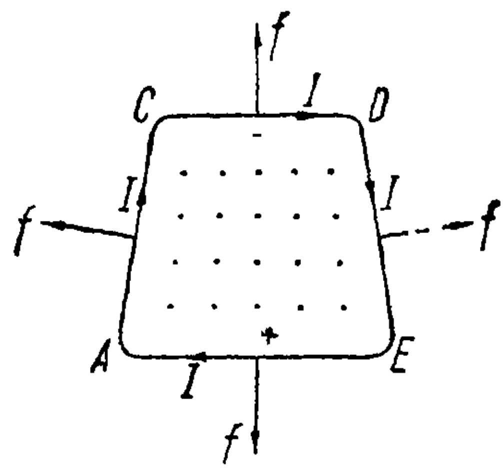


Рис. 147.

Теперь просуммируем моменты, действующие на все элементарные площадки, на которые разбился весь контур тока, чтобы получить равнодействующий момент, вращающий контур с током:

$$M = \int dM = \int I \cdot B \cdot ds \cdot \cos\varphi = I \cdot B \cdot \cos\varphi \int ds = I \cdot B \cdot \cos\varphi \cdot S, \tag{4}$$

где S — сумма всех площадок, на которыеразбился весь ток рядом параллельных плоскостей, т. е. вся площадь, охватываемая током.

Мы видим, что момент, вращающий ток в однородном магнитном поле, пропорционален силе тока, магнитной индукции, площади тока и, наконец, cos угла φ между плоскостью тока и полем. Когда $\varphi = 0$, т. е. плоскость тока параллельна полю, то $\cos\varphi = 1$, и момент достигает наибольшего значения

$$M_{\max} = I \cdot B \cdot S; \tag{5}$$

когда же плоскость тока перпендикулярна полю, $\cos\varphi = 0$, и $M = 0$.

Рассмотрим теперь силы, действующие на ток, когда он уже повернулся и стал своей плоскостью перпендикулярно к направлению поля. Предположим, что поле направлено перпендикулярно к чертежу — от нас к плоскости бумаги, и ток стоит так, что его поле совпадает с внешним полем (рис. 147). По правилу левой руки мы увидим, что силы направлены теперь везде наружу перпендикулярно к току и растягивают его равномерно во все стороны. Их равнодействующая снова равна нулю; но они не поворачивают контура тока, а растягивают его, стремясь увеличить его площадь. Так же будет действовать на контур тока и то магнитное поле, которое он сам создает.

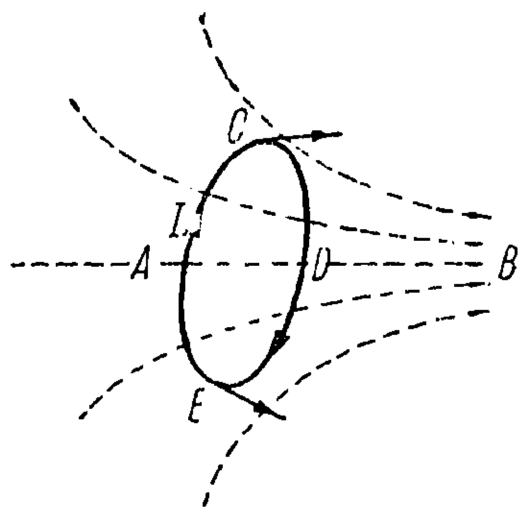


Рис. 148.

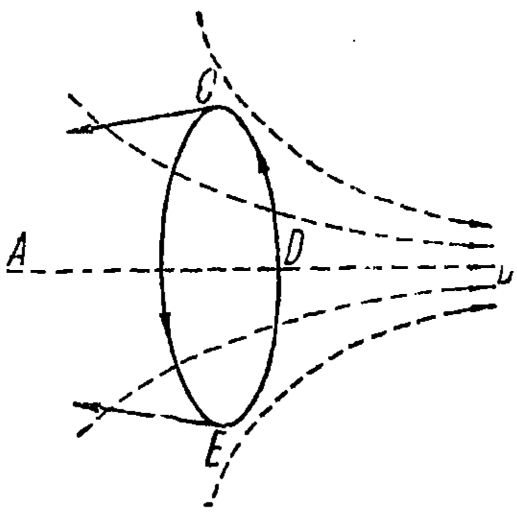


Рис. 149.

Заметим, что все эти случаи можно подвести под одно общее правило: ток испытывает такие изменения (поворот, растягивание его контура), чтобы число создаваемых им вдоль поля H линий индукции увеличилось.

§ 3. Ток в неоднородном поле.

Если различные части тока находятся в различных по величине или направлению магнитных полях, то силы, на них действующие, не уравновешиваются взаимно и получают равнодействующую, приводящую ток в поступательное движение; кроме того и здесь могут иметь место вращения или растяжения контура.

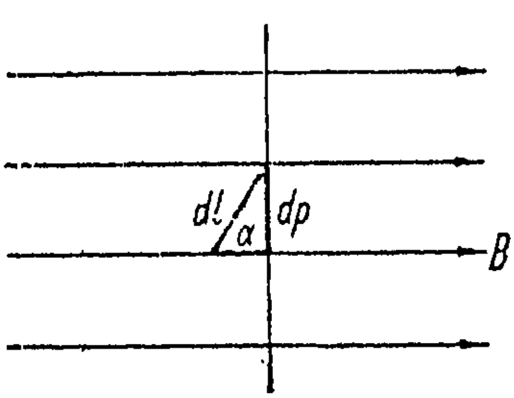


Рис. 150.

Рассмотрим проводник с током, находящийся в неоднородном магнитном поле, линии индукции которого сгущаются слева направо (рис. 148). Положим, что ток повернут так, что сторона его D ближе к нам, чем A; тогда его поле, как и внешнее, направлено влева направо. Применяя правило левой руки, мы увидим, что силы, действующие на отдельные части тока, все имеют сос авляющую слева направо, следовательно и весь ток будет двигаться с эту сторону, туда, где линии индукции сгущаются. Если направление тока было таково, что его поле противоположно внешнему, т. е. сторона A впереди, а D позади, то силы получили бы составляющую справа налево (рис. 149), т. е. проводник был бы вытолкнут из области с бо́льшим B в части, где линии индукции реже.

И здесь можно легко убедиться, что проводник с током всегда перемещается полем так, чтобы число линий индукции, создаваемых им по направлению его собственного поля, увеличилось.

§ 4. Работа при движении тока в магнитном поле.

Возьмем сначала элемент тока I длиною dl под углом a к направлению индукции B (рис. 150). Сила на него действующая

$$df = I \cdot B \cdot dl \cdot \sin a,$$

причем $dl \cdot \sin a$ есть проекция dp элемента тока на направление, перпендикулярное к полю. Отсюда

$$df = I \cdot B \cdot dp.$$

Чтобы получить работу этой силы, нужно умножить ее на путь, пройденный в направлении самой силы df, т. е. в направлении нормальном к полю. Если в действительности перемещение элемента dl происходило под каким-нибудь произвольным углом к полю, то мы можем разложить его на две составляющие, из которых одна будет препендикулярна к полю и к элементу тока; эта составляющая, следовательно, будет совпадать с направлеием силы df, а другая, перпендикулярная к этому направлению, будет перпендикулярна также и к силе и, следовательно, никакой работы не произведет. Обозначим длину первой составляющей перемещения через dq.

Тогда работа dW, произведенная при перемещении проводника, выразится так:

$$dW = df \cdot dq = I \cdot B \cdot dp \cdot dq.$$

Но произведение $dp \cdot dq$ представляет собою перпендикулярную к полю площадку, описанную элементом dl при его передвижении в поле. Действительно, dp есть проекция элемента dl на направление перпендикулярное к полю, а dq — проекция перемещения этого элемента на направление перпендикулярное как к полю, так и к самому элементу dl. Таким образом оба направления dp и dq перпендикулярны к полю и перпендикулярны друг к другу. Их произведение есть площадь прямоугольника, который можно рассматривать как проекцию площадки, описанной элементом dl при своем перемещении, на плоскость, перпендикулярную к полю. Обозначим эту площадку:

$$dp \cdot dq = ds.$$

Работа может быть тогда выражена так:

$$dW = I \cdot B \cdot ds.$$

Магнитная индукция B есть число линий индукции, проходящих через перпендикулярную к полю площадку в 1 *см*. Следовательно, $B \cdot ds$ есть число линий, проходящих через площадку ds, т. е. число линий индукции, перерезанных элементом dl при его перемещении в поле. Обозначим это число через dN

$$dN = B \cdot ds$$

$$dW = I \cdot dN. \qquad (6)$$

Итак, работа при передвижении проводника с током в магиитном поле равна произведению силы тока I на число линий магнитной индукции, перерезанных проводником при его движении. Работа будет положительной, т. е. силы будут производить работу, передвигая проводник, если направление движения и направлеиие силы образуют острый угол; работа будет отрицательной, т. е. нам придется затрачивать работу против сил поля, когда угол тупой.

Перейдем теперь к замкнутому току. Работа при его перемещении равна сумме работ, затраченных каждым из его элементов

$$W = \int dW = \int I \cdot dN = I \int dN = I(N_2 - N_1). \qquad (7)$$

Здесь сила тока, как постоянный множитель, может быть вынесена за знак интеграла, а сумма всех линий индукции, перерезанных отдельными элементами контура, равна общему изменению числа линий внутри этого контура. Если до начала движения через ток проходило N_1 линий индукции, а к концу его N_2, — то изменение числа линий равно $N_2 - N_1$.

Что касается знака работы W, то нам прежде всего необходимо условиться относительио знака тех линий индукции N_1, которые проходят сквозь контур тока. Условимся считать линии индукции положительными, если их направление совпадает с направлением линий, создаваемых самим током, т. е. если они входят с южной стороны и выходят из северной стороны тока в направлении, отвечающем правилу буравчика. Если же внешние линии индукции противоположны собственным линиям тока, то будем их считать отрицательными.

Вспомним все рассмотренные до сих пор случаи действия магнитного поля на ток: вращение и растяжение в однородном поле, втягивание или выталкивание в неоднородном поле. Все их мы можем подвести под одно общее правило: силы, действующие на ток в магнитном поле, стремятся переместить его так, чтобы число линий индукции, пронизывающих его контур, стало возможно больше. При вращении ток стремится стать перпендикулярно к линиям индукции и притом в таком направлении, чтобы линии индукции были положительными. Потом поле стремится растянуть контур, увеличить его площадь так, чтобы еще дальше увеличить число положительных линий индукции. Если бы ток был повернут противоположной стороной и через него проходили бы отрицательные линии индукции, то поле стремилось бы сжать контур и таким образом уменьшить абсолютное число отрицательных линий. В неоднородном поле ток перемещается в такие части поля, чтобы число проходящих сквозь его контур положительных линий стало возможно больше.

Следовательно, когда магнитное поле перемещает ток, то оно увеличивает число N линий индукции. Эту работу мы условились считать положительной. Если в выражении для работы

$$W = I(N_2 - N_1)$$

$N_2 > N_1$, то работа положительна; если $N_2 < N_1$, то работа, производимая полем, отрицательна.

§ 5. Энергия тока в магнитном поле.

При передвижении тока в магнитном поле производится работа всякий раз, когда число линий индукции, через него проходящих, увеличивается. Наоборот, чтобы уменьшить число линий N, нужно затратить работу, которую мы получим обратно, когда число N снова возрастает. Поэтому мы должны приписать току, находящемуся в магнитном поле, некоторую энергию, измеряемую той работой, которую он может произвести, перемещаясь в поле так, чтобы N увеличилось.

Работа, производимая над током в поле, совершается за счет энергии, доставляемой источником электродвижущей силы, поддерживающей ток, а не за счет энергии магнитного поля.

При изменении числа линий индукции, проходящих в положительном направлении сквозь контур проводника, от N_1 до N_2, изменение энергии $U_2 - U_1$ выразится так:

$$U_2 - U_1 = -I(N_2 - N_1). \tag{8}$$

Условимся еще считать энергию тока вне магнитного поля, где $N=0$, равной нулю; тогда мы можем определить энергию тока, когда через него проходят в положительном направлении N линий индукции:

$$U = -IN. \tag{9}$$

Знак минус показывает, что с увеличением числа N энергия уменьшается.

Это выражение для энергии позволяет нам не только в рассмотренных частных случаях, но и во всех других — заранее предсказать направление сил, действующих на ток. Так как свободная энергия в природе всегда стремится уменьшиться, а в данном случае при отсутствии тепловых явлений свободная энергия совпадает с потенциальной, то понятно, что постоянный электрический ток всегда испытывает такие изменения, которые увеличивают число пронизывающих его линий индукции.

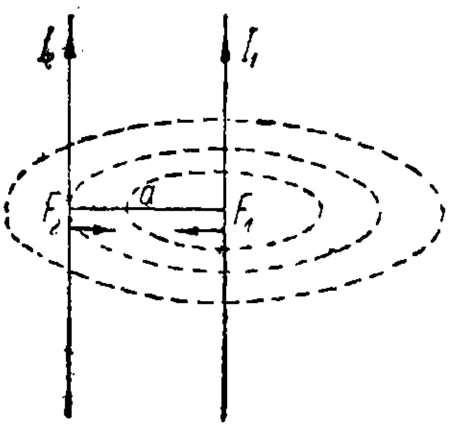


Рис. 151.

§ 6. Взаимодействие токов.

Всякий ток создает вокруг себя магнитное поле. С другой стороны, в магнитном поле на ток действуют силы, его двигающие. Понятно поэтому, что и два тока должны действовать друг на друга.

Возьмем, например, два параллельных прямолинейных тока I_1 и I_2 на расстоянии a друг от друга (рис. 151). Первый ток создает магнитное поле H, которое на расстоянии a, т. е. в месте нахождения второго тока, равно

$$H = \frac{2I}{a}$$

и направлено по правилу буравчика от чертежа к нам, перпендикулярно к току I_2. Сила, испытываемая им со стороны магнитного поля, равна

$$F_2 = \mu H I_2 = \frac{2\mu I_1 I_2}{a} \tag{10}$$

и направлена по правилу левой руки слева направо.

С другой стороны, ток I_1 находится в поле тока I_2, равном $\frac{2I_2}{a}$ и направленном от нас к чертежу. Сила, действующая на ток,

$$F_1 = \mu \frac{2I_2}{a} \cdot I_1 = \frac{2\mu I_1 I_2}{a}$$

и направлена справа налево.

Итак, оба тока взаимно притягивают друг друга с силой

$$F = \frac{2\mu I_1 I_2}{a}.$$

Если бы направления токов I_1 и I_2 были противоположны, то силы F их расталкивали бы.

Возьмем еще два круговых тока на одной оси на расстоянии R, значительно большем их радиусов. Здесь каждый ток, находясь в неоднородном поле другого тока, будет к нему притягиваться, если они одинакового направления, и отталкиваться, если направления противоположны, так как при таком перемещении поток индукции N через них возрастет. Величину силы взаимодействия мы могли бы подсчитать, вспомнив, что круговой ток равноценен с магнитным листком или диполем, момент которого

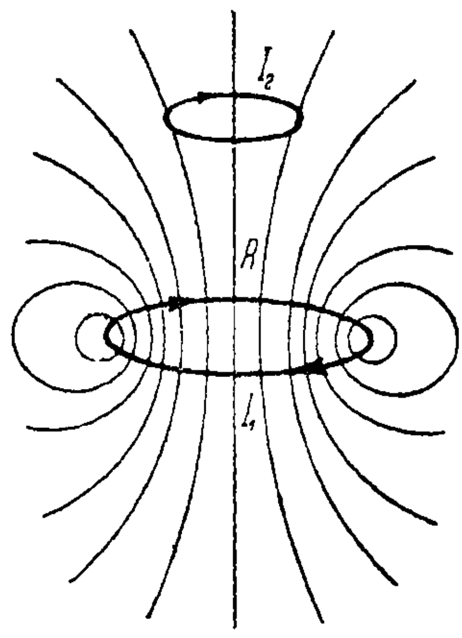


Рис. 152.

$$M = \mu I S,$$

где I—сила тока, а S—площадь его.

Мы можем, следовательно, свести взаимодействие круговых токов к взаимодействию двух диполей с моментами

$$M_1 = \mu I_1 S_1 \text{ и } M_2 = \mu I_2 S_2,$$

находящихся на расстоянии R по их оси. Эту силу мы уже вычислили и нашли ее равной

$$F = \frac{6 M_1 M_2}{R^4}$$

в воздухе, а в среде с магнитной проницаемостью μ

$$F = \frac{6 M_1 M_2}{\mu R^4} = \frac{6\mu^2 I_1 I_2 S_1 S_2}{\mu R^4} = \frac{6\mu I_1 I_2 S_1 S_2}{R^4}, \qquad (11)$$

если R велико по сравнению с размерами токов.

Результат, к которому приводит взаимодействие токов и действие поля на ток, мы могли бы предвидеть, исходя из общих свойств магнитных линий — их стремления к сокращению и к взаимному расталкиванию.

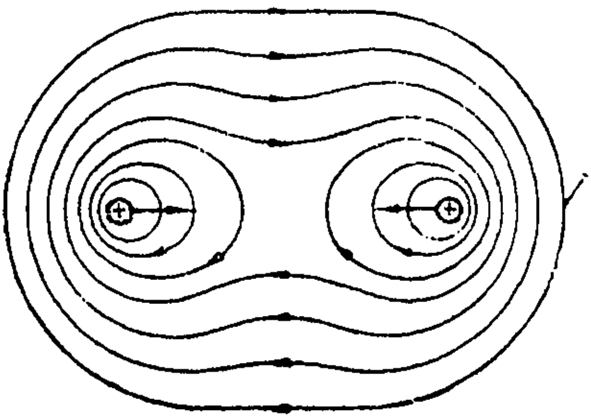


Рис. 153а.

Так, например, на рис. 153а и 153б изображены картины магнитных полей двух параллельных одинаково и противоположно направленных токов в плоскости к ним перпендикулярной.

В первом случае мы получаем притяжение как результат сжатия

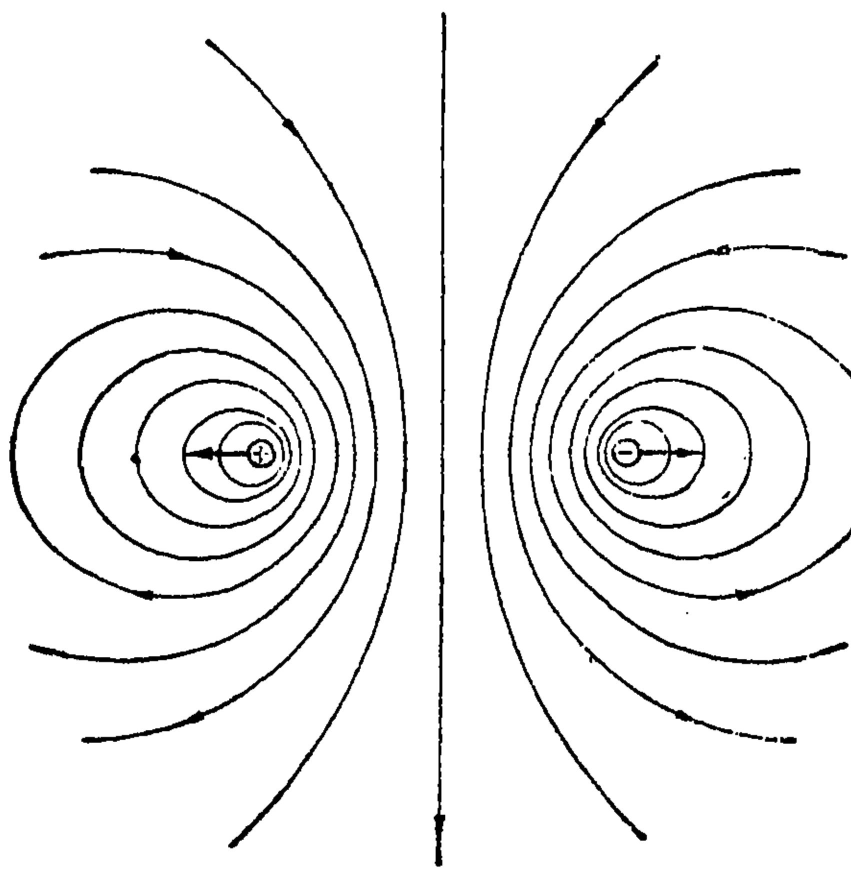


Рис. 153б.

линий индукции по длине, во втором — отталкивание вследствие взаимного расталкивания в противоположном направлении.

ГЛАВА VIII.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ.

§ 1. Открытие Фарадея.

Фарадей ожидал, что ток, текущий в одном проводнике, может возбудить ток и в соседнем замкнутом проводнике, подобно тому как наэлектризованное тело вызывает через влияние электризацию в соседнем или магнит намагничивает соседний кусок железа. Однако все попытки обнаружить это явление давали отрицательный результат. В этих опытах через один проводник пропускался сильный ток, а второй, расположенный вблизи первого, был замкнут на весьма чувствительный гальванометр, который обнаружил бы присутствие самого слабого тока. Гальванометр, однако, не давал отклонения в то время, как по соседнему проводнику шел сильный ток.

Но, производя эти опыты, Фарадей заметил, что в моменты включения и выключения тока в одном контуре—гальванометр в соседнем контуре давал отклонение, которое затем снова исчезало, когда ток устанавливался. Точно так же замечалось отклонение гальванометра, когда к его контуру приближался или удалялся проводник с током. Усиление или ослабление тока также вызывало отклонение гальванометра в соседней цепи. Наконец, можно получить тот же эффект, приближая или удаляя магнит.

Все эти разнообразные по внешности случаи имеют нечто общее: отклонение гальванометра наблюдается всякий раз, когда изменяется по той или другой причине поток магнитной индукции, пронизывающий контур, в который включен гальванометр.

Итак, не самый ток с его магнитным потоком создает электрический ток в соседнем замкнутом проводнике, а только изменение магнитного потока. Отклонение гальванометра продолжается лишь столько времени, сколько длится изменение магнитного поля, и прекращается, как только поток магнитной индукции принял постоянное значение. Это явление получило название **электромагнитной индукции**, а сами токи, создаваемые изменением магнитной индукции, **индукционных токов**.

§ 2. Правило Ленца.

Что касается направления появляющихся индукционных токов, то оно вполне определяется общим правилом, установленным Ленцем: при изменении потока индукции в замкнутом контуре, в нем появляется ток такого направления, чтобы создаваемая этим током магнитная индукция противодействовала тому изменению, которое этот ток вызвало. Так, если мы приближаем магнит или проводник с током или увеличиваем силу тока в соседнем проводнике, то число линий, проходящих через данный контур, растет. Тогда появляется индукционный ток, создающий линии обратного направления. Благодаря этому возрастание числа линий замедляется.

Если, наоборот, удалять магнит или ток, то поток индукции убывает. Тогда индукционный ток создает линии того же направления, противодействующие убыванию поля.

Во всех случаях индукционный ток стремится противодействовать всякому изменению потока индукции, в каком бы направлении оно ни происходило. Явление электромагнитной индукции есть стремление противодействовать всякому изменению и замедлить его.

Правило Ленца не следует, конечно, рассматривать как проявление каких-то определенных целей, преследуемых природой. Но оно является безошибочным средством правильно предсказать направление индукционных токов и правильно оценить их результат. Правило Ленца дает только направление того тока, который может появиться при индукции, но оно ничего не говорит о том — появится ли индукционный ток и какова будет его сила. Это зависит от того, имеется ли в том месте, где изменился поток магнитной индукции, замкнутый проводящий контур. Если такого контура нет, то и ток появиться не может, а вместе с ним не будет и магнитного поля, противодействующего изменению потока.

§ 3. Вывод закона индукции.

Мы уже в предыдущей главе, рассматривая движение тока в магнитном поле или движение магнитов в поле тока, установили, что единственным источником производимой работы может быть только самый ток или та электродвижущая сила, которая его производит.

Производя подсчет энергии в этих случаях, мы получим возможность вывести количественно закон индукции.

Положим, что мы имеем замкнутый контур, в котором электродвижущая сила E (например аккумулятор) создает ток силою I. Тогда вся доставляемая электродвижущей силой E за время dt энергия

$$E \cdot I \cdot dt \tag{1}$$

переходит в тепло, развиваемое частью внутри аккумулятора, частью же во внешней цепи. Если R есть сумма внутреннего и внешнего сопротивления цепи, то выделяемая теплота по закону Джоуля равна за то же время dt

$$I^2 \cdot R \cdot dt. \tag{2}$$

Если никакой другой работы не производится, то выражения (1) и (2) равны друг другу, и сила тока

$$I = \frac{E}{R}. \tag{3}$$

Но как только поток индукции, проходящий сквозь контур тока, изменится на величину dN, ток должен будет произвести механическую работу, равную

$$I \cdot dN, \tag{4}$$

которая прибавится к расходу энергии, переходящей в теплоту. Энергия (1), доставленная электродвижущей силой, будет равна сумме работы (2), перешедшей в теплоту, и работы (4), пошедшей на движение проводника в поле

$$E \cdot I \cdot dt = I^2 \cdot R \cdot dt + I \cdot dN. \tag{5}$$

Разделив обе части уравнения на $I\,dt$, получим

$$I = \frac{E - \frac{dN}{dt}}{R}. \tag{6}$$

Сравнивая выражение (6) с (3), мы видим, что благодаря изменению потока индукции—к внешней электродвижущей силе E прибавилась новая электродвижущая сила

$$e = -\frac{dN}{dt}, \tag{7}$$

вызванная электромагнитной индукцией. Эта новая электродвижущая сила не зависит от величины E. Она останется той же, каково бы ни было E, в частности и при $E = 0$, т. е. тогда, когда мы имеем замкнутый проводник без всякой электродвижущей силы (без элемента или аккумулятора). В таком проводнике появится электродвижущая сила индукции, как только изменится поток линий, сквозь него проходящий.

Величина $e = -\frac{dN}{dt}$ есть действительно электродвижущая сила, так как она может служить источником тока, и как всякая другая электродвижущая сила создает при замыкании цепи ток, равный

$$I = \frac{e}{R} = \frac{-\frac{dN}{dt}}{R}. \tag{8}$$

Пока цепь не замкнута—существует только электродвижущая сила, ток же равен нулю, так как сопротивление разомкнутого контура бесконечно велико. Если даже в данном месте не существует никаких проводников, то все же изменение потока индукции создает во всяком охватывающем этот поток контуре электродвижущую силу, определяемую ур-нием (7), хотя бы и в полной пустоте. Здесь электродвижущая сила сказывается в виде электрического поля, охватывающего поток индукции.

Итак, явление электромагнитной индукции заключается в появлении электродвижущей силы индукции, которая по величине равна скорости изменения потока индукции N, или производной от потока индукции по времени. Знак минус в выражении (7), является выражением правила Ленца. Направление электродвижущей силы созданного ею тока и магнитного поля этого тока противоположно знаку $\frac{dN}{dt}$.

Основной закон индукции выражается уравнением

$$e = -\frac{dN}{dt}; \tag{7}$$

из него следует, что сила индукционного тока

$$I = \frac{e}{R} = \frac{-\frac{dN}{dt}}{R} \tag{8}$$

и количество электричества, прошедшего при индукции через сечение проводника за время dt,

$$dq = I \cdot dt = \frac{-\frac{dN}{dt}}{R}\, dt = -\frac{dN}{R}. \tag{9}$$

За конечное время t, в течение которого поток индукции изменился от N_1 до N_2, количество протекшего через контур электричества будет равно

$$q = \int dq = \int -\frac{dN}{R} = -\frac{1}{R}\int dN = -\frac{1}{R}(N_2 - N_1). \quad (10)$$

Последнее выражение представляет особый интерес, так как в иего кроме сопротивления R входит только изменение потока индукции $(N_2 - N_1)$ и совсем не входнт время, в течение которого изменение совершилось. Поэтому измерение количества протекшего при индукции электричества q служит лучшим средством для измерения потоков индукции и магнитных полей.

Для измерения q пользуются баллистическим гальванометром, обладающим большим периодом колебания. Чтобы измерить магнитную индукцию в данном месте, берут катушку из n витков проволоки площади сечения S, соединенную с баллистическим гальванометром, при этом общее сопротивление цепи пусть будет R. Перенося эту катушку из места, где поля нет, в данное место с индукцией B и поставив ее перпендикулярно к полю, мы внутри каждого витка создаем $B \cdot S$ линий индукции, а во всех n витках BSn линий. От этого через гальванометр проходит количество электричества $q = \frac{nBS}{R}$.

Если время, потребовавшееся на перемещение катушки, было мало по сравнению с периодом колебания гальванометра, то все это количество электричества пройдет через гальванометр раньше, чем он успеет заметно отклониться, и стрелка гальванометра получит кратковременный импульс. Отклонение гальванометра при этом оказывается пропорциональным величине q.

Вместо того чтобы вносить катушку в измеряемое поле, можно повернуть ее в нем на 90° или 180°. Если катушка стояла сначала перпендикулярно к полю, то через нее проходило $nB \cdot S$ линий индукции. При повороте на 90° она станет вдоль поля, и число лиинй, ее пронизывающих, упадет до нуля. При дальнейшем повороте еще на 90° в нее снова войдут с противоположной стороны — $nB \cdot S$ линий, которые мы будем считать отрицательными. Таким образом при повороте на 90° изменение числа линий будет

$$N_2 - N_1 = 0 - nBS = -nBS, \quad (11)$$

а при повороте на 180°:

$$N_2 - N_1 = -nBS - nBS = -2nBS. \quad (11a)$$

§ 4. Взаимная индукция.

Электродвижущая сила индукции вызывается изменением потока магнитной индукции. Этот же последний во всех важнейших практических случаях создается электрическим током. Изменяя силу тока в одном проводнике, мы создаем электродвижущую силу и ток в другом. Установим соотношение между токами в обоих проводниках.

Положим, что через первый проводник проходит меняющийся во времени ток I_1, который создает пропорциональный ему поток индукции. Из всего этого потока некоторая часть — N_1 линий индукции — проходит через контур второго проводника (рис. 154). Очевидно, что N_1 пропорционально току I_1:

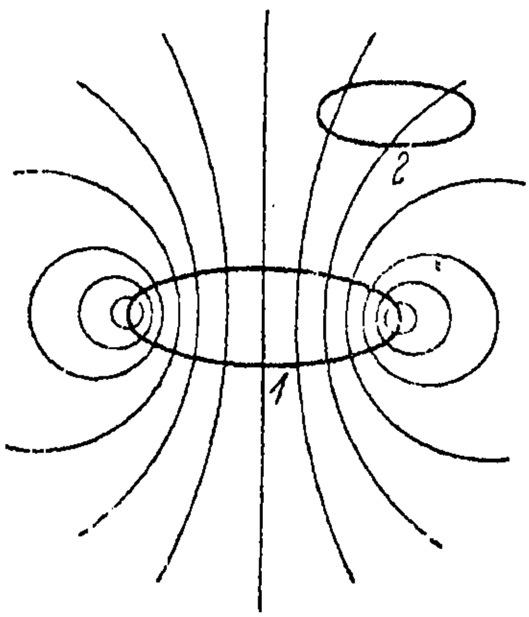


Рис. 154.

$$N_1 = M_1 I_1, \tag{12}$$

где M_1 — некоторый коэффициент, зависящий от размеров 1-го и 2-го контуров и от их взаимного расположения. M_1 называется **коэффициентом взаимной индукции**. Взаимной — потому, что он, с одной стороны, определяет согласно уравнению (12) поток индукции, проходящий сквозь контур, когда в первом проходит ток $I = 1$; с другой стороны, тот же коэффициент M определяет и число линий, проходящих через 1-й контур, когда через 2-й проходит ток $I_2 = 1$, т. е. в уравнении

$$N_2 = M_2 I_2 \tag{13}$$

$$M_2 = M_1. \tag{14}$$

Покажем, что это свойство коэффициента взаимной индукции вытекает из закона сохранения энергии.

Второй контур с током I_2, находясь в магнитном поле первого тока, обладает некоторой энергией, которая равна

$$U_2 = N_1 I_2 = M_1 I_1 I_2. \tag{15}$$

Первый ток I_1 в поле второго тока I_2 обладает энергией

$$U_1 = N_2 I_1 = M_2 I_2 I_1. \tag{15a}$$

Как энергия U_2, так и энергия U_1 вызваны близостью токов I_1 и I_2. Если мы удалим эти токи на такое расстояние, при котором их взаимодействие станет ничтожно малым, то и энергия (15) н (15а) исчезнет. Она будет затрачена на работу против сил притяжения обоих контуров. Если мы удалим 2-й контур, то уничтожим его энергию и совершим работу $M_1I_1I_2$; если же вместо того удалим 1-й контур, то затратим работу $M_2I_2I_1$. И в том и в другом случае мы разными путями придем к одному и тому же результату и, следовательно, должны будем затратить одну и ту же работу:

$$M_1I_1I_2 = M_2I_2I_1,$$

откуда и вытекает, что

$$M_1 = M_2.$$

В дальнейшем мы будем писать M без значка или с двойным значком, обозначающим оба контура. Чем больше каждый из контуров, чем ближе они друг к другу и чем ближе их оси, тем больше коэффициент взаимной индукции. Последний зависит таким образом от чисто геометрических величин. Кроме того он зависит также от магнитной проницаемости среды, в которой проходят линии индукции, связывающие оба контура.

Электродвижущая сила индукции, появляющаяся во 2-м контуре, когда меняется сила тока I_1 в первом, равна

$$\mathcal{E} = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d(MI_1)}{dt}. \tag{16}$$

Если ни геометрические размеры, ни расположение контуров, ни среда их окружающая не меняются, то M остается постоянным и может быть вынесено за знак дифференциала:

$$e = -M\frac{dI}{dt}. \tag{17}$$

Электродвижущая сила индукции зависит здесь только от изменения тока. Такие условия мы имеем, например, в трансформаторах переменного тока или катушках Р у м к о р ф а (рис. 156), где две катушки намотаны на один общий железный сердечник. Магнитный поток одной катушки почти целиком проходит сквозь другую. При изменении силы тока в первичной катушке изменяется поток внутри контура вторичной катушки и вызывает в ней индукционный ток, если она замкнута. Различие в устройстве трансформатора и катушки заключается в том, что трансформаторы имеют замкнутый железный контур магнитного потока (рис. 155), тогда как в катушках Р у м к о р ф а имеется только прямой железный сердечник, охватываемый обеими обмотками (рис. 156); остальная же часть магнитного потока проходит в воздухе. Кроме того в трансформаторах мы имеем непрерывно меняющийся ток, тогда как в катушках—ток прерываемый и вновь замыкаемый. В каждом витке проволоки, из которой состоит вторичная катушка, индуцируется электродвижущая сила

$$e = -M\frac{dI_1}{dt}.$$

Если в катушке имеется n_2 последовательно соединенных витков, то электродвижущая сила индукции

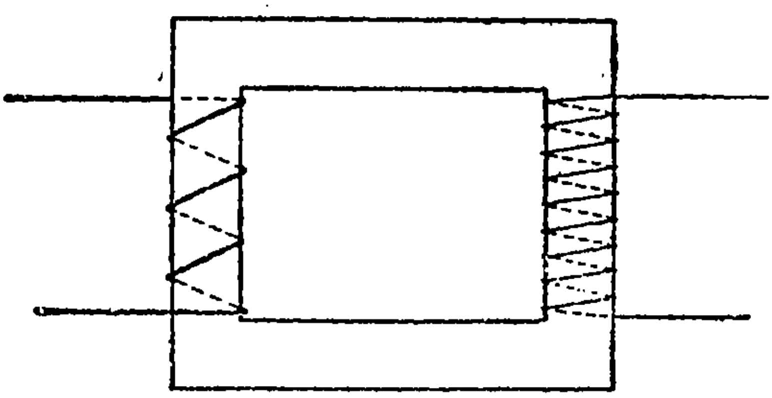


Рис. 155.

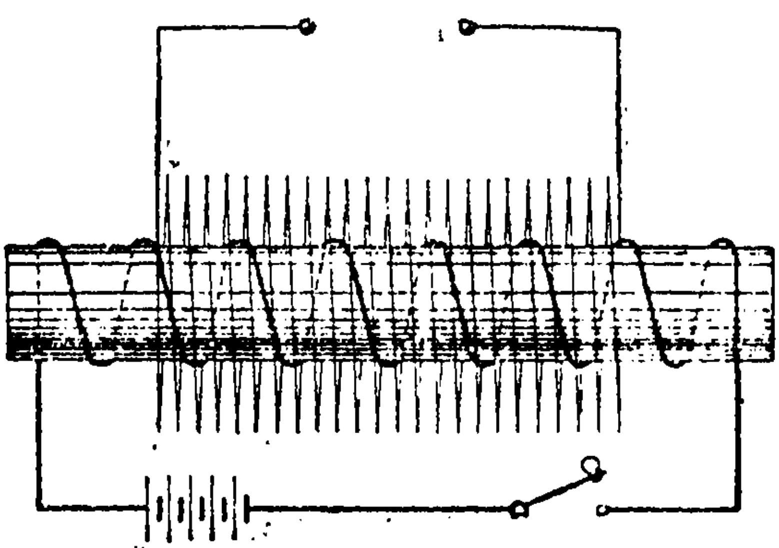


Рис. 156.

$$E = -Mn_2\frac{dI_1}{dt},$$

где M—магнитный поток, создаваемый первичной обмоткой, когда через нее проходит ток $I_1 = 1$. Этот поток в свою очередь пропорционален числу витков n_1 тока I_1, его создающего

$$M = n_1 \cdot M_0;$$

$$E = -M_0 n_1 n_2 \frac{dI_1}{dt}; \qquad (18)$$

здесь M_0—поток индукции, создаваемый одним витком тока I в одиом витке вторичной обмотки. Величину M_0 можно определить, пользуясь законами магнитной цепи.

Сила индукционного тока во вторичной цепи равна

$$I = \frac{E}{R} = -\frac{M_0 n_1 n_2}{R} \cdot \frac{dI_1}{dt}, \qquad (19)$$

где R—общее сопротивление замкнутой цепи вторичной обмоткн.

Электродвижущая сила взаимной индукции может быть создана, как показывает общее ее выражение [ур-ние (16)], не только изменением тока, но и изменением коэффициента взаимной индукции M. В этом случае, положим, что I_1 остается постоянным; тогда оно может быть вынесено за знак дифференциала, и ур-ние (16) даст для электродвижущей силы индукции

$$e = -I_1\frac{dM}{dt}. \qquad (20)$$

Если, не меняя силы тока, в проводнике изменять коэффициент взаимной индукции его по отношению к другому проводнику, изменяя расстояние между ними, изменяя форму или размеры одного из проводников или магнитную проницаемость среды между ними, то в этом другом проводнике появится электродвижущая сила индукции и ток, если проводник замкнут. Таково происхождеиие токов, даваемых динамомашинами. В них имеются две обмотки: одна неподвижная, намотанная на железный статор и создающая магнитное поле, в котором вращается другая катушка ротора, также намотанная на железный вращающийся цилиндр (якорь). Постоянное перемещение ротора по отношению к статору изменяет коэффициент их взаимной индукции и создает ток в роторе.

§ 5. Самоиндукция.

Когда сила тока в проводнике изменяется, то меняется поле не только в окружающих проводниках, но и внутри контура того самого проводника, который создал это поле. И в этом случае, как и при всяком другом изменении магнитного потока, в проводнике появляется электродвижущая сила индукции

$$e = -\frac{dN}{dt}.$$

Здесь N—поток индукции, созданный проводииком внутри своего собственного контура. Мы опять можем положить, что поток N пропорционален создающему его току I:

$$N = LI. \tag{21}$$

L иазывается **коэффициентом самоиндукции**. Он численио равен числу линий индукции, пронизывающих контур проводника при пропускании сквозь него тока, равного единице. За единицу коэффициента самоиидукции принимается коэффициент самоиндукции такого проводника, в котором единица силы тока создает одну линию индукции. В практической системе единиц сила тока измеряется в амперах, поток индукции—в максвеллах. Соответствующая единица самоиндукции называется одним **генри**. Коэффициент самоиидукции L, как и коэффициент взаимной индукции, зависит от геометрических размеров и формы проводника и от магнитной проницаемости среды, заполняющей его контур.

Электродвижущая сила самоиндукции

$$e = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt}. \tag{22}$$

И здесь мы можем различить два частных случая: 1) L остается постоянным, т. е. проводник не меняет своей формы, размеров и среды, но меняется сила тока I; тогда

$$e = -L\frac{dI}{dt}; \tag{23}$$

и 2) сила тока I не изменяется, но зато L меняется; тогда

$$e = -I\frac{dL}{dt}. \tag{24}$$

В общем случае, когда одновременно меняется и сила тока в проводнике и его форма, электродвижущая сила индукции

$$e = -L\frac{dI}{dt} - I\frac{dL}{dt}, \tag{25}$$

а сила тока самоиндукции

$$I = \frac{e}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d(LI)}{dt}.$$

Явление самоиндукции имеет место во всяком проводнике, в котором меняется сила тока или коэффициент самоиндукции. Этого явления мы не принимали во внимание раньше, когда рассматривали закон О м а. Поэтому выведенные там законы относятся только к постоянным токам в неподвижных проводниках.

Если же ток или форма проводника не строго постоянны, то к внешней электродвижущей силе E, действующей в цепи, нужно прибавить электродвижущую силу самоиндукции e, и закон О м а примет вид:

$$I = \frac{E - \frac{d(LI)}{dt}}{R}. \tag{26}$$

При постоянном L, т. е. для неизменных по форме проводников,

$$I = \frac{E - L\frac{dI}{dt}}{R}. \tag{26a}$$

Данное выше основанное на формуле (21) определение коэффициеита самоиндукции L не вполне удобно, так как измерение потока индукции N—задача довольно сложная. Вместо этого, исходя из выражения (23), можно L определить как ту электродвижущую силу, которая возникает в проводнике, когда ток в нем изменяется на один ампер в секунду, а один генри — как самоиндукцию проводника, в котором возникает электродвижущая сила в один вольт при изменении тока на 1 ампер в секунду.

При помощи коэффициента самоиндукции L проводника можно выразить энергию U магнитного поля, создаваемого прохождением в нем тока I. Мы видели, что на изменение dN магнитного потока, пронизывающего контур с током I, приходится затратить энергию $I\,dN$. Подставив вместо $dN=L\,dI$, мы получим

$$dU = L \cdot I\,dI,$$

откуда энергия U, затраченная на создание магнитного поля при возрастании тока от нуля до I, равна

$$U = \int_0^I LI\,dI = L\int_0^I I\,dI = \frac{1}{2}LI^2, \tag{27}$$

так как

$$I\,dI = d\left(\frac{1}{2}I^2\right).$$

Ур-ние (27) для практических целей удобнее, чем вычисление энергии из значения магнитной индукции B в отдельных участках поля, так как входящие в ур-ние (27) величины — L и I легко измеримы. Отметим аналогию между формулой (27) и выражением кинетической энергии $\frac{1}{2}mv^2$ для поступательно движущегося тела. Коэффицнент самоиндукции действительно в электромагнитных явлениях играет роль, аналогичную массе в механике. Он измеряет собой, как и масса, инертность электромагнитного поля. Чем больше масса, тем медленнее нарастает скорость под действием данной силы. Точно так же скорость нарастания тока под действием данной электродвижущей силы тем больше, чем меньше L. Сопротивление R играет ту же роль, что коэффициент трения K в механике (§ 8 главы I). Сила тока I — роль скорости. Приведем ряд других аналогий, кроме ур-ния (27):

$$e = -L\frac{dI}{dt}; \quad f = m\frac{dv}{dt}$$

$$E = RI_0; \quad f = kv_0,$$

где I_0 и v_0 — установившиеся после достаточного времени ток и скорость.

§ 6. Появление и исчезновение тока.

Сила тока меняется не только в тех случаях, когда мы имеем переменную внешнюю электродвижущую силу; в цепях постоянных элементов или аккумуляторов сила тока также должна меняться в моменты замыкания или размыкания тока. Здесь ток меняется от нуля до того значения, которое вытекает из закона Ома для постоянного тока:

$$I_0 = \frac{E}{R}. \tag{28}$$

Явление самоиндукции, которое есть частный случай электромагнитной индукции, противодействует всякому изменению потока индукции. При замыкании тока создается поэтому обратная электродвижущая сила, которая противодействует нарастанию тока, а при размыкании—электродвижущая сила индукции того же направления, как и исчезающий ток, чтобы противодействовать его уменьшению. Величина этих электродвижущих сил пропорциональна скорости изменения силы тока. Поэтому при внезапном изменении тока от 0 до I_0 или от I_0 до 0 электродвижущая сила самоиндукции была бы равна бесконечности. В действительности внезапного изменения тока не происходит, а ток постепенно увеличивается и уменьшается до требуемой величины. Явление самоиндукции приводит к замедлению процесса установления тока и исчезновения его. В каждый элемент времени dt справедливо уравнение:

$$I = \frac{E - L\dfrac{dI}{dt}}{R}. \tag{29}$$

Вычислим отсюда закон, по которому сила тока I изменяется в зависимости от времени t. Выражение (29) есть дифференциальное уравнение, зависящее от двух переменных: I и t. Простейший способ решения таких уравнений—это разделение переменных. Представим его в таком виде, чтобы левая часть выражала собою приращение некоторой функции, зависящей только от I, а правая—только от t. Если приращения двух функций равны, то самые функции могут отличаться только на постоянную, не зависящую ни от I ни от t. Таким образом мы получаем связь между двумя конечными функциями от I и t; решив ее, найдем $I = f(t)$.

Итак, перепишем (29), освободившись от знаменателя:

$$L \cdot dI = E \cdot dt - R \cdot I \cdot dt.$$

Чтобы отделить I от t, разделим уравнение на $E - RI$:

$$\frac{L \cdot dI}{E - RI} = dt.$$

Теперь нужно левую часть представить в виде приращения некоторой функции от I. Такой функцией может быть логарифм, так как левая часть имеет вид дроби, в числителе которой стоит dI, а в знаменателе I. Преобразуем левую часть так, чтобы числитель представлял дифференциал знаменателя. Умножим обе части уравнения на $\frac{R}{L}$

$$\frac{R \cdot dI}{E - RI} = \frac{R}{L} dt.$$

Так как E и R—величины постоянные, то

$$-R \cdot dI = d(E - RI); \qquad -\frac{d(E - RI)}{E - RI} = \frac{R}{L} dt.$$

Левая часть представляет собою дифференциал логарифма функции $(E - RI)$, а правая—дифференциал функции $\frac{R}{L} t$, так как R и L — постоянные

$$d \lg (E - IR) = d\left(-\frac{R}{L} t\right),$$

а следовательно самые функции отличаются только на постоянную, которую мы обозначаем через $\lg C$ и которую определим позднее.

$$\lg (E - IR) = -\frac{R}{L} t + \lg C$$

$$E - IR = Ce^{-\frac{R}{L} t}$$

$$IR = E - Ce^{-\frac{R}{L} t}$$

$$I = \frac{E}{R} - \frac{C}{R} e^{-\frac{R}{L} t}. \qquad (30)$$

Здесь остается еще неопределенной постоянная C. Чтобы определить ее, мы примем во внимание, что ур-ние (30) справедливо для каждого момента, и C как величина, не зависящая от времени, остается все время одинаковой. Если мы для какого-нибудь момента времени t знаем соответственное I, то из ур-ния (30) мы можем для этого момента времени вычислить единственную неизвестную величину C.

Рассмотрим процесс нарастания тока при замыкании постоянной электродвижущей силы E с некоторым сопротивлением. Соображения, которые мы привели выше, показывают, что ток нарастает постепенно от $I=0$ до $I_0=\frac{E}{R}$. Итак, вначале, в момент времени $t=0$ и $I=0$. Применим к этому моменту времени ур-ние (30)

$$0=\frac{E}{R}-\frac{C}{R}e^0=\frac{E}{R}-\frac{C}{R}.$$

Отсюда

$$C=E,$$

и ур-ние (30) для процесса нарастания тока после замыкания принимает такой вид:

$$I=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)=I_0\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right). \tag{31}$$

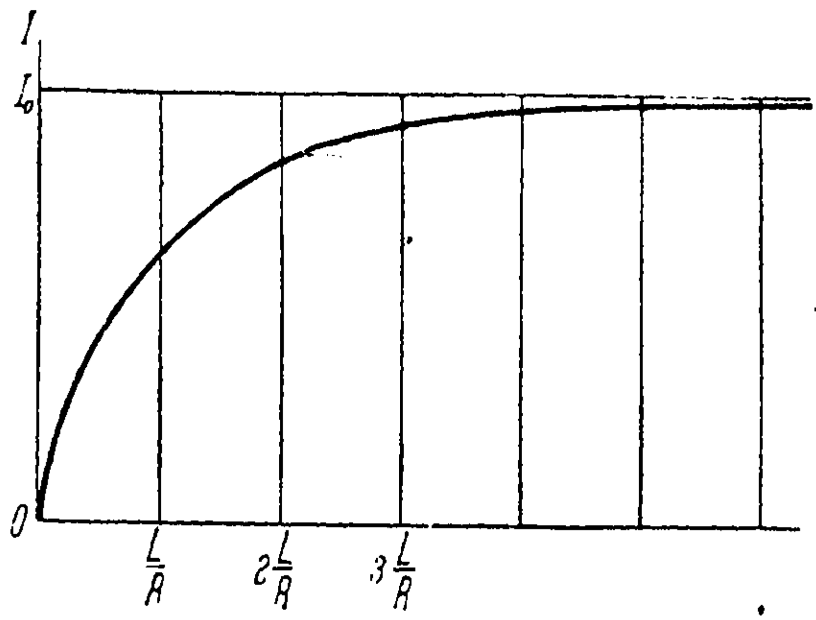


Рис. 157.

Здесь $I_0=\frac{E}{R}$ — та сила тока, которая вытекает из закона Ома.

Эта сила тока достигается не мгновенно, а постепенно. Поставим вопрос: когда же, через сколько секунд после включения тока, он достигнет величины I_0, определяемой законом Ома? Ур-ние (30) отвечает на это: никогда или при $t=\infty$, т. е. через бесконечное время после включения тока. С момента замыкания ток непрерывно растет; но закон этого нарастания таков, что сначала он растет быстро, а затем, по мере приближения к величине I_0,— все медленнее. Когда $t_1=\frac{L}{R}$, то ток равен

$$I_1=I_0(1-e^{-1})\approx 0{,}63\ I_0.$$

Через промежуток времени $t_2=2\frac{L}{R}$ ток равен

$$I_2=I_0(1-e^{-2})\approx 0{,}86\ I_0.$$

Через промежуток времени $t_3=3\frac{L}{R}$

$$I_3=I_0(1-e^{-3})\approx 0{,}95\ I_0 \text{ и т. д.}$$

Графически связь между I и t, выражаемая ур-нием (30), изображается кривой на рис. 157.

С течением времени кривая I все ближе и ближе подходит к прямой $I_0=\frac{E}{R}$, требуемой законом Ома. Хотя кривая I никогда не достигает прямой I_0, но вскоре подходит к ней настолько близко, что разница между ними становится неощутимой. Уже через промежуток времени $t=10\frac{L}{R}$ после включения тока разница между I и I_0 составляет менее одной двадцатитысячной I_0:

$$I_{10}\approx 0{,}99995\cdot I_0.$$

Таким образом практически через некоторое время после включения тока мы можем уже считать $I=I_0$ и с этого момента применять закон Ома. Какое время нужно для этого, зависит, как можно видеть из сказанного, от отношения $\frac{L}{R}$ — коэффициента самоиндукции к сопротивлению. В обычных цепях сопротивление выражается единицами, десятками омов; коэффициент же самоиндукции в практических единицах выражается малыми долями генри. Поэтому $\frac{L}{R}$ обыкновенно весьма малая дробь порядка 10^{-5}—10^{-3}. Вследствие этого период установления тока в этих цепях очень мал — он изменяется тысячными или стотысячными секунды,—а затем ток уже настолько близок к величине I_0, что разница не может быть замечена никакими измерительными приборами.

Если нам желательно ускорить этот процесс, то нужно взять проводник с весьма малым коэффициентом самоиндукции, т. е. проводник такой формы, чтобы поток индукции сквозь него при токе $I=1$ был возможно меньше. С этой целью пользуются сопротивлениями из бифилярно намотанной проволоки (рис. 126а).

Если же проводник обладает, наоборот, большим коэффициентом самоиндукции L и малым сопротивлением, то период нарастания тока может быть значительным, достигая нескольких секунд или даже нескольких минут, и тогда его легко наблюдать.

Применим теперь ур-ние (30) к процессу исчезновения тока. Если мы выключаем ток, размыкая и разрывая цепь тока внезапно, то появляющаяся электродвижущая сила самоиндукции так велика, что она пробивает воздушный промежуток и дает светящуюся искру или дугу, через которую идет ток. Но условия здесь настолько сложны, что их трудно учесть количественно. Поэтому мы предположим, что цепь не разомкнута, но что в некоторый момент выключена действовавшая в ней электродвижущая сила. Этого можно достигнуть, например, шунтируя элемент параллельно сопротивлением чрезвычайно малым по сравнению с внутренним сопротивлением самого элемента.

Другой случай, где мы имеем замкнутую цепь тока без электродвижущей силы, можно осуществить так: Ток мы могли создавать, изменяя поток индукции в контуре. В некоторый момент, когда ток равен I_0, перестанем менять магнитное поле (к этому моменту поле может, например, совсем исчезнуть). Тогда мы будем иметь ток I, постепенно убывающий от I_0 до нуля.

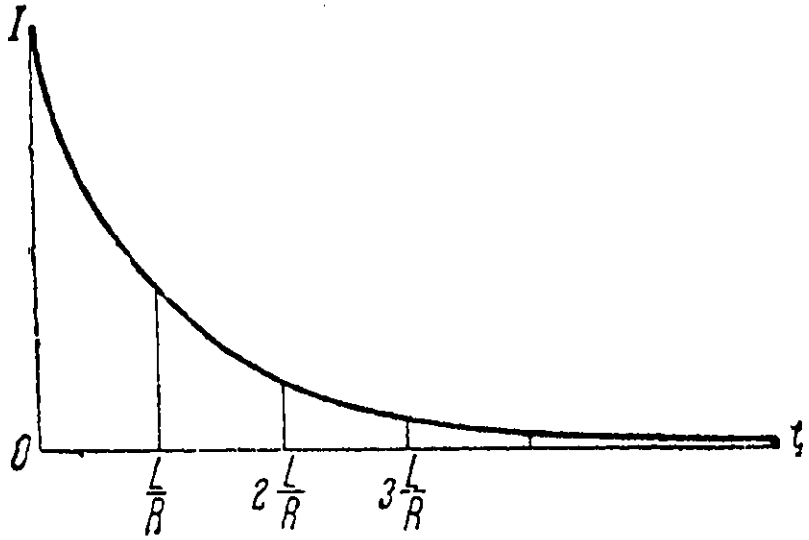


Рис. 158.

Применим ур-ние (30) к моменту $t=0$, когда $I=I_0$, а $E=0$, так как внешней электродвижущей силы с этого момента нет:

$$I_0 = -\frac{C}{R},$$

$$C = -I_0 R.$$

Подставив это значение C в ур-ние (30), получаем

$$I = I_0 C^{-\frac{R}{L}t}. \tag{32}$$

Ток I убывает и становится математически точно равным нулю через время $t=\infty$, но практически, когда $t = 10\frac{L}{R}$, ток уже менее 0,00005 I_0. Кривая, изображающая зависимость I от t по ур-нию (32), показана на рис. 158.

Скорость исчезновения тока и здесь зависит от отношения $\frac{L}{R}$.

Камерлинг-Оннес обнаружил, что при понижении температуры до нескольких градусов абсолютной шкалы сопротивление некоторых чистых металлов (ртути, свинца, олова) падает до неизмеримо малых величин: $R < 10^{-12}$; поэтому даже при $L = 10^{-4}$ отношение $\frac{L}{R} > 10^8$. Ток, раз созданный в цепи такого сверхпроводника, исчезает чрезвычайно медленно. Камерлинг-

Оннес, помещая замкнутую цепь из этих металлов в магнитное поле при температуре, когда их сопротивление еще велико, охлаждал их до состояния сверхпроводимости и тогда удалял магнит, создававший поле. Вследствие индукции появлялась электродвижущая сила, которая создавала ток и поддерживала прежний поток индукции. Создаваемое током магнитное поле служит для измерения тока. Оказывалось, что еще через 4 суток ток едва уменьшился, несмотря на то, что в цепи не было электродвижущей силы.

§ 7. Токи Фуко.

Везде, где изменяется число или направление линий индукции, появляется электрическое поле, охватывающее кольцеобразно линии магнитной индукции. Если в этом пространстве имеется проводник, образующий замкнутый контур, то электродвижущая сила создает в этом контуре индукционный ток, магнитное поле которого противодействует тому изменению, которое его вызвало.

Индукционные токи могут возникать не только в линейных проводниках, проволоках, образующих замкнутые цепи, но еще в большей степени внутри больших проводящих масс, например внутри кусков металла, находящихся в переменном магнитном поле. В этом случае индукционные токи называют токами Фуко, по имени их исследователя французского физика Фуко. Так как здесь токи протекают внутри сплошных масс металла, то сопротивление их весьма мало, а поэтому самая сила индукционного тока и вызванный ею магнитный поток велики и энергично противодействуют всякому изменению поля. Энергия, затрачиваемая токами Фуко в металле, переходит в тепло. Поэтому сплошная масса металла нагревается, находясь вблизи переменного тока, в особенности, если металл обладает малым удельным сопротивлением, как, например, медь. Электродвижущая сила индукции e не зависит от природы среды, в которой она возникает: она равна

$$e = -\frac{dN}{dt};$$

количество же тепла, выделяемое в проводнике при электродвижущей силе e и сопротивлении R за время t, равно

$$Q = 0{,}239\,\frac{e^2}{R}\cdot t.$$

Чем меньше, следовательно, сопротивление, тем сильнее нагревание. Еще большее влияние, как легко видеть из приведенных формул, имеет частота переменного тока. Электродвижущая сила индукции e определяется скоростью изменения поля. Поэтому если вместо обычного 50-периодного переменного тока воспользоваться током высокой частоты (например 10^6 периодов в секунду) той же силы тока, e окажется в $2 \cdot 10^4$ раз больше, а Q в $4 \cdot 10^8$ раз. Магнитным полем токов высокой частоты пользуются как для металлургических печей, так и для прогрева металлов в пустоте и для прогрева организма в целях лечения.

Благодаря токам Фуко коэффициент самоиндукции проводника уменьшается. В самом деле, коэффициент самоиндукции определяет изменение потока индукции при изменении тока на одну единицу. Токи Фуко, создавая линии индукции, противодействующие их изменению, уменьшают то изменение потока индукции, которое наступило бы внутри проводника, если бы этому не мешали токи Фуко. Влияние токов Фуко тем заметнее, чем быстрее меняется магнитное поле.

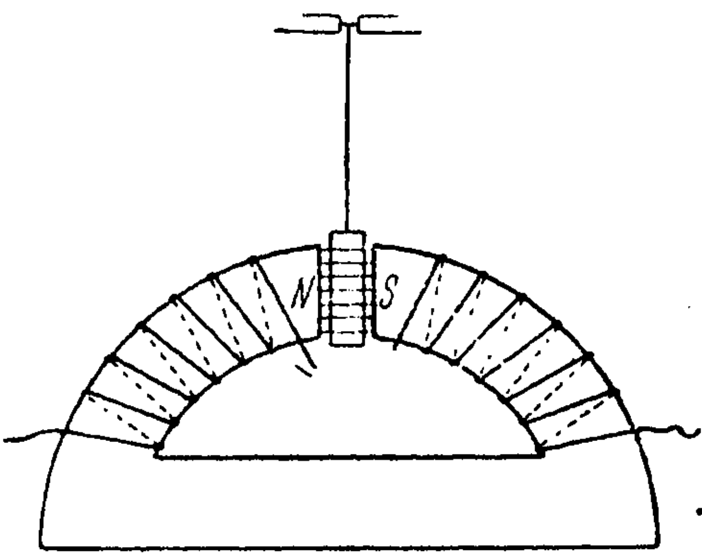


Рис. 159.

Магнитная индукция может изменяться внутри данной проводящей массы и от того, что изменяется расстояние между данной массой и током, создающим магнитную индукцию. И здесь появляются токи, стремящиеся противодействовать взаимному перемещению тока и проводящей массы. Между этими индукционными токами и током, создающим поле, появляется сила взаимного отталкивания или притяжения их магнитных полей. Эта сила, направленная всегда против движения, имеет характер силы трения. Работа, затрачиваемая этими магнитными силами против движения, переходит в тепло так же, как и при трении механическом. Поэтому эти силы можно назвать магнитным трением.

Если, например, подвесить в виде маятника толстую медную пластину между полюсами сильного электромагнита и раскачать ее, то можно заметить, что включение тока в электромагнит, вызывающее появление поля в меди, сразу меняет ее движение (рис. 159). Вместо свободных, медленно затухающих колебаний, которые маятник производил без поля, он начинает медленно падать, как будто попав в вязкую среду с громадным трением.

Сила трения пропорциональна индукционным токам, создаваемым электродвижущей силой, возникающей в металле. Электродвижущая же сила пропорциональна скорости изменения потока индукции, а в тех случаях, когда изменение потока вызвано движением — скоростью движения. Итак, сила магнитного трения прямо пропорциональна скорости движения. Этим обстоятельством пользуются, например, в устройстве счетчиков электрической энергии, где вместо неопределенного механического трения вводят магнитное, поддающееся более точному учету и прямо пропорциональное скорости вращения счетчика (см. § 8 главы I).

Большею частью токи Фуко оказываются вредными, переводя электрическую энергию в теплоту и противодействуя всякому движению. От них стараются избавиться. Простейшим средством было бы не употреблять больших сплошных металлических масс там, где магнитное поле постоянно меняется. Это, однако, не всегда возможно. Часто присутствие железа оказывается необходимым для создания мощного потока магнитной индукции. Поэтому нельзя избежать железа в динамомашинах и электромоторах, в трансформаторах и катушках, несмотря на то, что поле в них постоянно меняется. В этих случаях стараются не допустить в металле больших хорошо проводящих замкнутых контуров, охватывающих линии индукции. Для этого расслаивают железо, применяя тонкие листы, порошок или проволоки, отделенные друг от друга изоляторами, например листами бумаги, а иногда даже только плохо проводящими окислами железа, покрывающими его поверхность.

Необходимо только расположить слои железа так, чтобы токи Фуко всегда пересекались слоями изолятора. Это обстоятельство особенно наглядно обнаруживается на следующем опыте. Приготовляется медный кубик, состоящий из ряда параллельных квадратных тонких пластинок, прослоенных бумагой. Поместим этот кубик в горизонтальное магнитное поле между полюсами электромагнита так, чтобы пластинки лежали горизонтально (рис. 160), и, подвесив его на тонкой нити, закрутим. Предоставленный самому себе, кубик начнет раскручиваться. Токи Фуко, которые должны были бы образоваться при этом движении вокруг каждой линии магнитного поля, не могут замкнуться внутри кубика, так как они встречают непроводящие слои бумаги. И только внутри каждого тонкого листка могут существовать ничтожные по своим размерам токи Фуко, не оказывающие существенного влияния на движение. Поэтому закрученный на нити кубик начнет быстро раскручиваться, почти не испытывая магнитного трения.

Не то получится, если тот же кубик подвесить так, чтобы его пластинки стояли вертикально (рис. 161). В этом случае токи Фуко, охватывающие горизонтальные линии магнитной индукции, замыкаются в каждой вертикальной медной пластинке и дают сильные магнитные поля, противодействующие движению. Закрутив кубик на нитке и предоставив ему раскручиваться, мы заметим, что его вращение резко замедляется и становится ползучим как только между полюсами электромагнита создается магнитное поле.

Легко сообразить, что в трансформаторах и катушках железные сердечники следует изготовлять из проволок или тонких изолированных друг от друга пластин, расположенных вдоль магнитного поля. Если бы сердечник состоял из ряда дисков, перпендикулярных оси магнитного потока, то токи Фуко от этого не были бы ослаблены. Так же поступают и с вращающимся в магнитном поле ротором динамомашин.

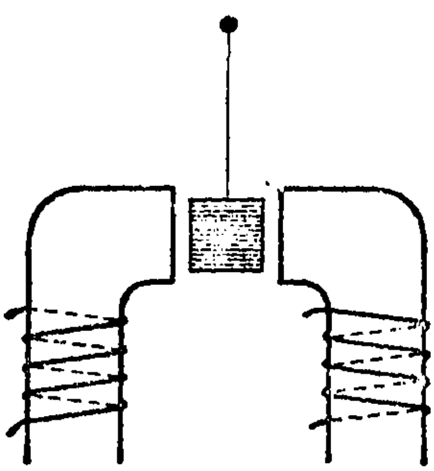


Рис. 160.

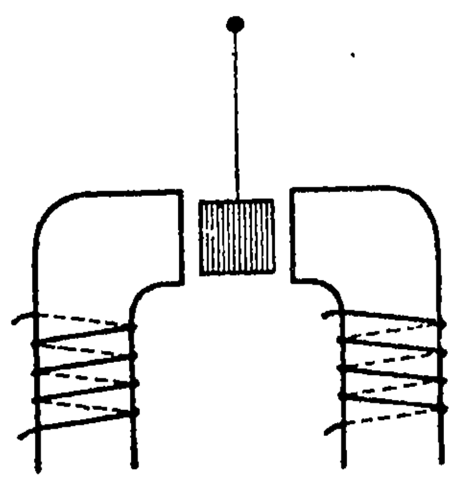


Рис. 161.

§ 8. Переменные токи.

Происхождение переменной электродвижущей силы. На первой стадии изучения электрических явлений в XVIII веке источником их служила электризация трением и основным предметом исследования было электрическое поле. Первая половина XIX века характеризуется развитием гальванических элементов и учения о постоянном токе. Со второй половины XIX века основным источником электрического тока сделались динамомашины, которые хотя и могут при помощи соответственных приспособлений (коллектора) создавать постоянный ток, но которые сами по себе вызывают периодически меняющиеся электродвижущие силы. Поэтому явления электромагнитной индукции получили важное значение.

В динамомашинах электродвижущая сила получается при вращении проводника в магнитном поле. Магнитное поле создается железным статором C, снабженным обмоткой, по которой идет ток. Между полюсами статора (рис. 162) вращается ротор P, также состоящий из железа с заложенными проводами, выводимыми к двум кольцам на оси ротора. Эти вращающиеся вместе с ротором кольца соприкасаются с медными или угольными щетками, которые отводят ток от обмотки ротора во внешнюю цепь.

Магнитный поток, создаваемый статором, пронизывает обмотку ротора. В те моменты, когда площадь обмотки стоит перпендикулярно к линиям индукции поля, магнитный поток N сквозь контур обмотки имеет наибольшее значение N_0. В те моменты, когда площадь обмотки лежит в направлении магнитного поля, $N=0$. Когда площадь обмотки образует угол α с плоскостью нормальною к полю,

$$N = N_0 \cos \alpha, \tag{33}$$

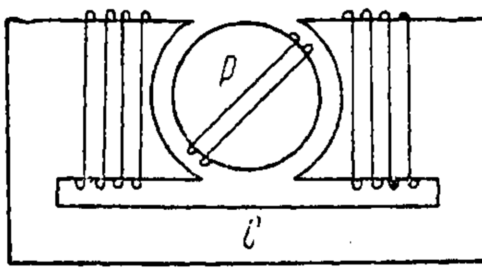


Рис. 162.

если только магнитный поток во всех частях однороден. Угол α меняется с течением времени, а вместе с ним меняется и поток индукции N. Благодаря этому в обмотке ротора индуцируется электродвижущая сила $E = -\frac{dN}{dt}$. Если ротор вращается с постоянной угловой скоростью ω, то угол α меняется со временем по закону

$$\alpha = \omega\, t. \tag{34}$$

Следовательно поток N изменяется по закону

$$N = N_0 \cos \omega\, t \tag{33a}$$

а появляющаяся вследствие этого электродвижущая сила равна

$$E = -\frac{dN}{dt} = -N_0 \frac{d \cos \omega\, t}{dt} = N_0\, \omega \sin \omega\, t. \tag{35}$$

Вместо угловой скорости ω вращения ротора мы могли бы выразить E через число оборотов n, совершаемых ротором в секунду. Один полный оборот соответствует углу 2π; угловая же скорость ω обозначает, что за 1 секунду ротор проходит угол ω. Следовательно, число целых оборотов в 1 секунду

$$n = \frac{\omega}{2\pi} \tag{36}$$

или

$$\omega = 2\pi n. \tag{36a}$$

N_0 ω в ур-нии (35) определяет наибольшее значение электродвижущей силы E, достигаемое тогда, когда $\omega t = \frac{\pi}{2}$. Обозначим это наибольшее значение электродвижущей силы через E_0, тогда

$$E = E_0 \sin \omega t. \tag{35a}$$

Закон Ома для переменного тока. Рассмотрим, какой ток будет создан переменной электродвижущей силой, выражаемой ур-нием (35а). Было бы неправильно применить к нему тот закон Ома, который мы установили для постоянного тока, разделив значение электродвижущей силы E, действующей в данный момент на сопротивление цепи. В самом деле, переменная электродвижущая сила создает в цепи переменный во времени ток, а следовательно и переменный магнитный поток самоиндукции. Следовательно, помимо внешней электродвижущей силы E динамомашины в цепи будет действовать и электродвижущая сила самоиндукции

$$E' = -L \frac{dI}{dt},$$

где L обозначает коэффициент самоиндукции всей замкнутой цепи тока. Таким образом, если через R обозначить все сопротивления цепи, сила тока I в любой момент t выразится

$$I = \frac{E - L \frac{dI}{dt}}{R}. \tag{37}$$

Определение I из этого уравнения требует сложных рассуждений, так как помимо I в левой части равенства, мы встречаем величину $\frac{dI}{dt}$ в правой. Ур-ние (37) представляет собою дифференциальное уравнение первого порядка. Его решение однако упрощается, если мы примем во внимание, что электродвижущая сила, периодически меняющаяся n раз в секунду, должна создать и силу тока с тем же периодом n или с той же угловой скоростью ω. Однако мы не можем ожидать, чтобы ток I принимал нулевое значение как раз тогда же, когда и E, т. е. в моменты времени, когда $\omega t = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$ Действительно, уравнение показывает, что при $E = 0$, $I = -\frac{L}{R}\frac{dI}{dt}$. Нулевое значение ток будет принимать в некоторый другой момент, когда угол $\alpha = \omega t$ имеет какое-то значение, которое обозначим через φ. Так как I меняется с тем же периодом, то при угле $\omega t + \varphi = 0, \pi, 2\pi, \ldots$ I обращается в нуль.

Таким образом мы предполагаем, что... I может быть выражено формулой

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi), \tag{38}$$

где I_0 и φ — какие-то неизвестные нам пока постоянные. Подставим значение (38) в ур-ние (37) и посмотрим, при каких значениях I_0 и φ уравнение удовлетворяется. Производная

$$\frac{dI}{dt} = I_0 \frac{d \sin(\omega t + \varphi)}{dt} = I_0 \omega \cos(\omega t + \varphi).$$

Умножив ур-ние (37) на R, получаем

$$I_0 R \sin(\omega t + \varphi) = E_0 \sin \omega t - L I_0 \omega \cos(\omega t + \varphi).$$

Выразим далее синус и косинус суммы двух углов через синус и косинус углов

$$I_0 R \sin \omega t \cos \varphi + I_0 R \cos \omega t \sin \varphi =$$
$$= E_0 \sin \omega t - L I_0 \omega \cos \omega t \cos \varphi + L I_0 \omega \sin \omega t \sin \varphi. \tag{39}$$

Мы получим одно уравнение, заключающее в себе две неизвестные нам величины I_0 и φ. Однако это уравнение можно разбить на два уравнения, если вспомнить, что оно должно быть справедливо для любого момента времени t. В уравнение же входят как члены, содержащие $\sin \omega t$, так и члены с $\cos \omega t$. Когда $\sin \omega t = 0$, $\cos \omega t = \pm 1$ и наоборот. Применим наше уравнение сначала к моменту времени $t = 0$, когда $\sin \omega t = 0$, тогда все члены, содержащие этот множитель, обратятся в нуль и останутся лишь множители с $\cos \omega t = 1$. Затем выберем момент времени, когда $\cos \omega t = 0$ и применим к этому моменту ур-ние (39). Таким образом мы получим два уравнения:

$$\left.\begin{aligned} I_0 R \sin \varphi + L I_0 \omega \cos \varphi &= 0 \\ I_0 R \cos \varphi - L I_0 \omega \sin \varphi &= E_0 \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

Чтобы решить эти уравиения, возведем их в квадрат и сложим между собою, тогда φ исключается и мы получаем

$$I_0^2 R^2 + L^2 I_0^2 \omega = E_0^2,$$

откуда

$$I_0^2 = \frac{E_0^2}{R^2 + L^2 \omega^2}$$

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}. \tag{41}$$

Заменив ω через $2\pi n$ из ур-ния (36а), получаем

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 n^2 L^2}}. \tag{41a}$$

Другую постоянную φ можно определить из первого из ур-ний (40)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R} \tag{42}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{L\omega}{R}. \tag{42a}$$

Мы видим таким образом, что, приписав I_0 значение (41), а φ — значение (42a), мы можем удовлетворить ур-нию (37) при помощи формулы (38). Следовательно такой ток может протекать в рассматриваемой сети. Но в действительности при точно заданных значениях E, L и R ток вполне определен, и решение может быть только одно. Если ур-ние (38) представляет собою, как мы убедились, правильное решение, то никакого другого быть не может. Это и есть тот ток, который мы должны ожидать. И действительно, измеряя осциллографом ток I как функцию времени, мы убеждаемся в справедливости нашего вывода. Наш результат расходится с законом Ома для постоянного тока. Так например, для момента времени, когда $\omega t = 0$, $I = I_0 \sin\varphi$, хотя $E = 0$.

Действующие или эффективные значения. Для отдельного момента закон Ома не имеет места, если учитывать одну только внешнюю электродвижущую силу. Но такое мгновенное значение тока хотя и может быть измерено осциллографом, не имеет существенного значения. Обычный переменный ток имеет 50 периодов в секунду и меняется настолько быстро, что мы можем заметить лишь некоторое среднее его действие. Можно было бы обратиться к средней силе тока. Однако легко видеть, что ток и э. д. с. (электродвижущая сила) выражаются периодическими симметричными величинами, одинаково часто принимающими как положительные, так и равные им отрицательные значения. Среднее значение $\sin \omega t$ за каждый полный период равно нулю. Действительно, если измерять силу переменного тока по пропорциональному ему количеству выделенного им в электролитическом вольтаметре вещества, то мы убедились бы, что средняя сила тока равна нулю. Количество вещества, выделенного за одну половину периода, как раз восстанавливается обратным ему током, текущим во вторую половину периода. Это особенно ясно, если силу тока как функцию времени изобразить графически (рис. 163).

Такими приемами, измеряющими среднюю силу тока (т. е. среднее количество электричества, переносимого током через сечение провода в 1 сек.), мы, следовательно, не можем пользоваться для оценки переменного тока. Так же непригодно измерение тока по отклонению магнитиой стрелки. Полпериода она будет отклоняться током в одну сторону, полпериода в противоположную, следовательно она должна была бы колебаться вокруг положения равновесия 50 раз в секунду. Обыкновенно вследствие большого момента инерции собственные колебания стрелки происходят гораздо медлениее. За $\frac{1}{100}$ сек., когда ток ее отклоняет в одну сторону, она едва успеет сдвинуться, как уже направление отклонения изменится на противоположное. В результате стрелка останется неподвижной.

Но среди проявлений тока имеются и такие, которые не изменяют своего знака, когда направлеиие тока меняется на противоположное. Это те явлеиия, которые определяются квадратом силы тока, как например теплота dQ, выделяемая током I в проводнике с сопротивлением R за время dt

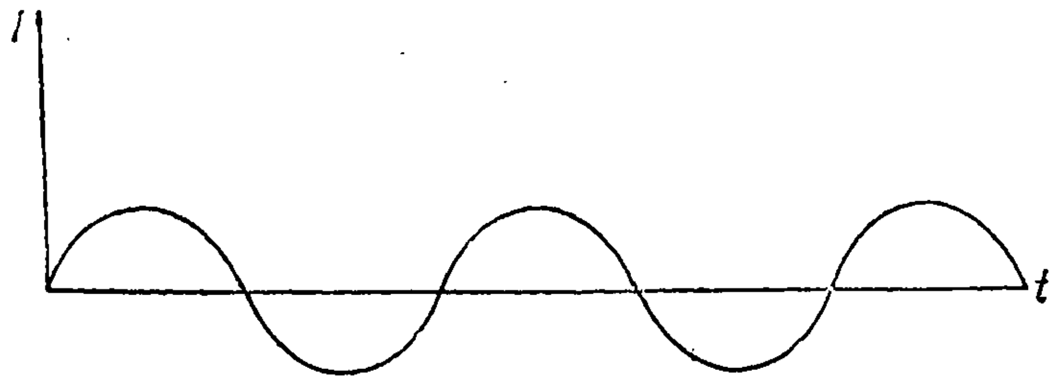


Рис. 163.

$$dQ = I^2 R\,dt.$$

Эта теплота всегда положительна, каков бы ни был знак тока.

Другое подобное же явление — это сила взаимодействия двух одинаковых токов, пропорциональная их произведению, т. е. квадрату тока. При прохождении переменного тока эти действия его имеют все время одинаковый знак, но по величине меняются вместе с током, обращаясь в нуль, когда ток становится равным нулю, и достигая максимального значения, когда ток равен максимальному значению I_0. Таких быстрых изменений мы обычно не замечаем, а наблюдаем какое-то среднее выделение тепла в 1 сек. или среднее отклонение. Это среднее уже не выражается средним арифметическим силы тока, а средним из квадратов сил тока за все время.

Достаточно вычислить это среднее за время T одного периода, так как за каждый следующий период мы получим ту же величину.

Для этого вычислим, например, количество тепла Q, выделяемого за время T одного периода:

$$Q = \int_0^T I^2 R\,dt = RI_0^2 \int_0^T \sin^2(\omega t + \varphi)\,dt.$$

В то время как

$$\int_0^T \sin \omega t\,dt = 0$$

$$\int_0^T \sin^2(\omega t + \varphi)\,dt = \frac{T}{2}, \tag{43}$$

если T — полный период изменения синуса (вывода этого значения мы здесь не приводим).

Следовательно

$$Q = \frac{T}{2} I_0^2 R. \tag{44}$$

Для того чтобы судить о переменном токе, мы можем сравнить его с таким постоянным током, который за то же время T выделил бы такое же количество тепла Q. Сила такого тока называется **действующей** или **эффективной силой тока** и обозначается $I_д$ или I_{eff}. Приравнивая теплоту, выделяемую в том же сопротивлении R за время T постоянным током $I_д$, теплоте Q, выделяемой согласно ур-нию (44), получим

$$\frac{T}{2} I_0^2 R = I_д^2 R T,$$

откуда

$$I_д^2 = \frac{I_0^2}{2} \tag{45}$$

$$I_д = \frac{I_0}{\sqrt{2}}. \tag{45a}$$

Итак, действующая сила переменного тока в $\sqrt{2}$ раз меньше максимальной силы тока I_0.

Совершенно так же мы должны были бы судить о переменной электродвижущей силе E не по среднему арифметическому ее значению, а по среднему квадратичному, называемому **действующей** или **эффективной** э. д. с. Результат будет такой же:

$$E_д^2 = \frac{E_0^2}{2} \tag{46}$$

$$E_д = \frac{E_0}{\sqrt{2}}. \tag{46a}$$

Единственная разница в выводе — вместо ур-ния (43), мы получили бы

$$\int_0^T \sin^2 \omega t\, dt = \frac{T}{2},$$

так как ур-ние (43) справедливо при всяком φ, следовательно и при $\varphi = 0$. Подставив значения (45а) и (46а) в ур-ние (41), мы получаем закон, связывающий действующую силу тока $I_д$ с действующей электродвижущей силой $E_д$:

$$I_д = \frac{E_д}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}. \tag{47}$$

Эта зависимость между $I_д$ и $E_д$ заменяет собою закон Ома для постоянного тока. Она относится не к мгновенным значениям I и E, а к средним квадратичным, измеряющим, например, тепловые действия тока. Под силой переменного тока или его электродвижущей силой обычно и понимают эти эффективные значения; они же даются и измерительными приборами переменного тока.

Величина, стоящая в знаменателе формулы (47), представляет собою сопротивление Z переменному току. Оно зависит от двух величин: 1) омического сопротивления цепи R и 2) так называемого индуктивного сопротивления $\omega L = 2\pi n L$. Если бы построить прямоугольный треугольник с катетами R и ωL, то замыкающей их гипотенузой или геометрической суммой будет

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}. \tag{48}$$

Чем больше коэффициент самоиндукции и чем больше частота n переменного тока, тем более кажущееся сопротивление Z по сравнению с омическим R. С другой стороны, ур-ние (42) показывает, что в этом случае возрастает и угол φ, т. е. запаздывание силы тока по сравнению с электродвижущей силой (электродвижущая сила обращается, например, в нуль в моменты $\omega t = 0, \pi, 2\pi, \ldots$ а сила тока в моменты $\omega t + \varphi = 0, \pi, 2\pi$; максимального значения э. д. с. достигает, когда $\omega t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots,$ а сила тока, когда $\omega t + \varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots$).

Часто машины дают э. д. с., хотя и периодическую, но не выражающуся простой формулой

$$E = E_0 \sin \omega t. \tag{49}$$

Какова бы ни была форма зависимости E от t, ее всегда можно представить в виде суммы синусоидальных членов с угловыми скоростями ω, 2ω, 3ω и т. д., (в виде ряда Фурье):

$$E = E_1 \sin \omega t + E_2 \sin 2\omega t + E_3 \sin 3\omega t + \ldots \tag{50}$$

Чем меньше коэффициенты E_2 и E_3 по сравнению с E_1, тем ближе э. д. с. к простому выражению (49). Ток, создаваемый э. д. с. (50), выразится формулой

$$I = I_1 \sin \omega t + I_2 \sin 2\omega t + I_3 \sin 3\omega t + \ldots \tag{51}$$

$$I_1 = \frac{E_1}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}; \quad I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R^2 + 4\omega^2 L^2}}; \quad I_3 = \frac{E_3}{\sqrt{R^2 + 9\omega^2 L^2}} \ldots$$

Для каждого из членов суммы (50) имеется свое сопротивление, которое тем больше, чем больше частота. Когда мы имеем дело с э. д. с., в которой кроме основного первого члена имеется еще какой-нибудь член с высокой частотой, например 7-й, то можно получить ток I, гораздо менее искаженный, если включить в цепь достаточную самоиндукцию L так, чтобы ωL было велико по сравнению с R. В этом случае сопротивление для 7-го члена будет почти в 7 раз больше, чем для первого. Если в ур-нии (50) для электродвижущей силы 7-й член составлял 20% первого, то в выражении (51) для силы тока он будет составлять всего 3%.

Энергия и мощность переменного тока. Энергия dU, выделяемая током за промежуток времени dt, выразится так:

$$dU = EI\,dt = E_0 \sin \omega t\, I_0 \sin(\omega t + \varphi)\, dt. \tag{52}$$

Эта энергия будет иметь различный знак в различные моменты времени в зависимости от того, имеют ли оба синуса одинаковые или различные знаки. Нас интересует однако не энергия за время dt, а средняя энергия, выделяемая за длительное время. Для этого вычислим энергию за один период T:

$$U = E_0 I_0 \int_0^T \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) \cdot dt = E_0 I_0 \int_0^T \sin \omega t \sin \omega t \cos \varphi\, dt +$$

$$+ E_0 I_0 \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi\, dt.$$

Второй из интегралов правой части равен нулю, потому что произведение $\sin \omega t \cos \omega t$ на протяжении одного периода одинаково часто бывает как положительным, так и отрицательным. Оно положительно в первой и третьей четверти и отрицательно во второй и четвертой четверти. Сумма положительных и отрицательных частей обращается в нуль. Остается, следовательно,

$$U = t\, E_0 I_0 \cos\varphi \int_0^T \sin^2 \omega t\, dt = \frac{T}{2} E_0 I_0 \cos\varphi.$$

За время t, заключающее большое число периодов тока, энергия выразится

$$U = t\, \frac{E_0 I_0}{2} \cos\varphi = t \cdot I_д E_д \cos\varphi,$$

а средняя энергия за единицу времени, равная средней мощности W переменного тока, равна

$$W = \frac{U}{t} = E_д \cdot I_д \cos\varphi. \tag{53}$$

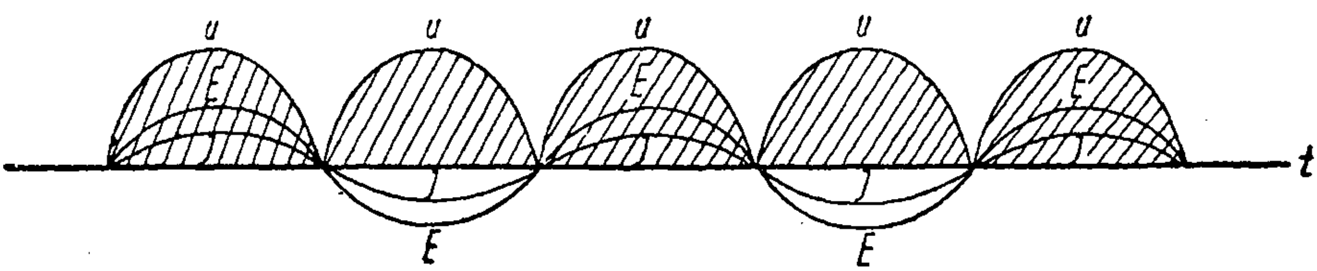


Рис. 164а.

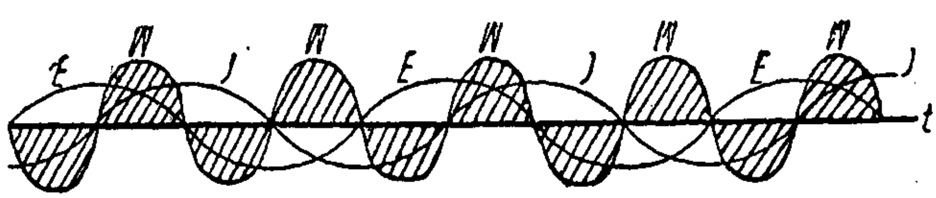


Рис. 164б.

В отличие от постоянного тока средняя мощность зависит не только от э. д. с. и силы тока, но и от запаздывания тока по отношению к э. д. с. Это запаздывание определяется отношением ωL к R. Когда это отношение мало, φ имеет весьма малое значение и $\cos\varphi$ близок к единице, тогда $W \approx E_д I_д$. Когда же, наоборот, $\frac{\omega L}{R}$ большое число, φ приближается к $\frac{\pi}{2}$, а $\cos\varphi$ к нулю, тогда и W приближается к нулю. В этом случае положительная энергия, выделяемая током за одну часть периода, уничтожается отрицательной энергией, поглощаемой током за другую часть периода. Эти соотношения легче всего выяснить себе, изображая графически э. д. с. и ток как функцию времени и нанося их произведение согласно ур-нию (52) на той же диаграмме. На рис. 164а изображен тот случай, когда $\varphi=0$; на рис. 164б $\varphi=\frac{\pi}{2}$. Заштрихованные площадки изображают энергию, выделяемую током. В первом случае она всегда положительна, во втором попеременно энергия то выделяется, то поглощается током.

При одних и тех же значениях $E_д$ и $I_д$ средняя мощность тем меньше, чем больше φ, чем больше ток запаздывает по сравнению с э. д. с.

Выпрямление переменного тока. Существуют различные способы превращения переменного тока в постоянный.

В динамомашинах постоянного тока на оси машины помещается коллектор, состоящий из большого числа медных пластин, поставленных на ребро радиально и входящих при вращении ротора одна за другой в контакт со щетками, отводящими ток (рис. 165). Каждая из пластин соединена с отдельной серией витков обмотки. В каждом из витков создается, как мы видели, переменная э. д. с. Но коллектор соединяет щетку не с одним и тем же витком, а все время лишь с теми, в которых в данный момент индуцируется э. д. с. определенного направления; когда виток вращается далее и в нем создается обратная э. д. с., он уже не соединен со щеткой и не дает тока во внешнюю цепь. Таким образом на внешнюю цепь через щетки действует все время одинаковая по направлению и почти одинаковая по величине э. д. с. Другой способ получения тока одинакового направления — синхронно-вращающийся коммутатор, переключающий ток как раз в те моменты, когда он из положительного делается отрицательным.

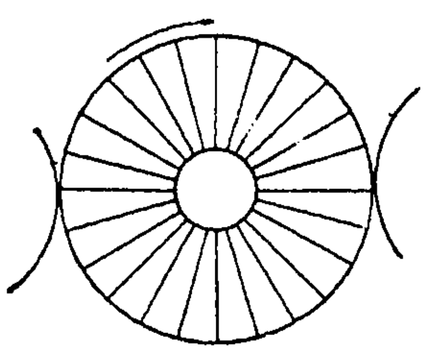


Рис. 165.

Весьма широкое распространение имеют выпрямители, в которых ток проходит через ртутные пары или пустотные выпрямители, где один из электродов (отрицательный) — накаленный металл, испускающий электроны, другой же — холодный. Через эти выпрямители ток идет при одном его направлении, когда накаленный электрод является катодом, и совсем почти не проходит в противоположном. Сила тока как функция времени выражается при этом кривой, изображенной на рис. 166а. Можно составить схему переключений так, чтобы получить в данном участке цепи ток в прямом направлении и тогда, когда в остальных он идет в обратном, как показывает рис. 166б.

В качестве выпрямителя можно применять также твердые полупроводники. При соответственной обработке их поверхности через переходный слой на границе с металлом электроны проходят в гораздо большем количестве, когда ток переносит их из металла в полупроводник, чем наоборот. Такой переходный слой представляет для одного направления тока гораздо меньшее сопротивление, чем для противоположного. Поэтому ток идет преимущественно в первом направлении.

Рис. 166а.

Рис. 166б.

Если включить в сеть конденсаторы достаточно большой емкости, то можно выпрямленный ток сгладить. Когда э. д. с. нарастает, ток идет на зарядку конденсатора, что замедляет повышение потенциала; наоборот, когда э. д. с. падает, конденсатор служит источником тока и замедляет падение потенциала. Таким образом

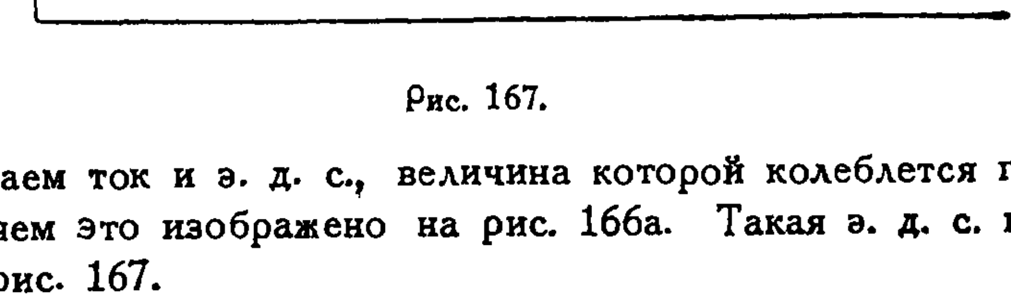


Рис. 167.

мы получаем ток и э. д. с., величина которой колеблется гораздо меньше, чем это изображено на рис. 166а. Такая э. д. с. изображена на рис. 167.

Распределение переменного тока по поперечному сечению проводника. Постоянный ток равномерно заполняет сечение провода, при переменных же токах необходимо считаться с токами Фуко, создаваемыми внутри самого проводника. Эти токи, как легко сообразить, пользуясь правилом левой руки и законом индукции, будут тормозить ток в центральных частях провода и усиливать его в поверхностном слое проводника. Благодаря этому плотность тока вблизи оси провода окажется меньше, чем вблизи поверхности.

Этот эффект не играет существенной роли при обычных 50-периодных переменных токах, но он становится весьма отчетливым при токах большой частоты; тогда вся внутренняя часть провода почти не участвует в переносе тока, и ток почти исключительно сосредоточивается в тонком слое у поверхности проводника (скин-эффект; скин-кожа).

§ 9. Единицы измерений.

Абсолютная система электрических и магнитных единиц обладает рядом недостатков. Мы сначала совершенно независимо друг от друга определили единицу электричества и единицу магнетизма, а потом установили связь между ними при помощи уравнения Био-Савара. Основываясь на этом последнем и на определении единиц магнетизма, можно было установить новую систему абсолютных электромагнитных единиц, которая охватывает и электрические величины. Таким образом для одной и той же величины мы получаем две разные абсолютные единицы: электростатическую, исходящую из закона Кулона, и электромагнитную, построенную на законе Био-Савара и его следствиях. Так например, электростатическая система за абсолютную единицу силы тока должна принять ток, переносящий единицу заряда в одну секунду, а электромагнитная — круговой ток, действующий на помещенную в его центре единицу магнетизма с силой в 2π дин. Ограничиться одними электростатическими единицами было бы однако неправильно, так как электростатика, которая в XVIII веке охватывала все учение об электричестве, в настоящее время играет в технике второстепенную роль. Вся наша основная электротехника машин, трансформаторов, передачи энергии, радиосвязи построена на электромагнитных явлениях. Поэтому для нас важно, чтобы именно электромагнитные законы выражались возможно простым образом. Электромагнитная система для этой цели полагает численный коэффициент в законе Био-Савара равным единице.

Вебер в 60-х годах прошлого столетия, измерив один и тот же ток как в электромагнитных, так и в электростатических единицах, нашел, что первые единицы больше вторых в $3 \cdot 10^{10}$ раз. Совпадение этого числа со значением скорости света в абсолютных единицах дало первое опытное обоснование представлению о свете как об электромагнитном явлении, показав, что электромагнитные поля распространяются в пустоте с той же скоростью, как и свет. Затем Максвелл установил, что значение скорости света в прозрачных изоляторах определяется их диэлектрической постоянной.

Другое неудобство абсолютных электрических единиц—их несоответствие встречающимся в практике величинам. Так например, электростатическая единица заряда и тока в миллиарды раз меньше, чем те токи, с которыми мы обычно имеем дело. С другой стороны, например электромагнитная единица потенциала в миллиарды раз меньше обычных напряжений наших электрических сетей. Значения токов или напряжений пришлось бы выражать либо очень большими числами, либо очень малыми дробями. И то и другое неудобно. Поэтому 50 лет назад в 1881 г., принята была еще третья, так называемая практическая, система еднниц, за основание которой взята была абсолютная электромагнитная система. Но все единицы были изменены в 10^n раз, причем для n подобраны были наиболее удобные значения и притом такие, чтобы связывающие их законы не вводили бы новых численных коэффициентов. Так например, выбрав для единицы напряжения вольт, равный 10^{-8}абс. эл.-магн. ед., а за единицу тока ампер, равный 10^{-1} абс. эл.-магн. ед. необходимо было, исходя из закона Ома, за единицу сопротивления, ом, выбрать такое сопротивлеиие, в котором 1 вольт создавал бы ток в 1 ампер. Для этого ом должен равняться 10^9 абс. эл.-магн. ед. Подбор единиц исходил, впрочем, из техники того времени, когда гальванический элемент играл еще большую роль как источник тока. Поэтому вольт примерно выражает электродвижущую силу элементов. Сейчас, когда ток дается динамомашинами, и напряжение городской осветительной сети составляет 110,220 вольт, а для линий передач достигает сотен тысяч вольт, представлялась бы более удачной единица, в сто раз превышающая вольт. А единица емкости фарад оказалась настолько большой, что приходится ввести одну миллионную фарады как микрофараду.

Этот недостаток практической системы единиц однако не очень серьезен. Гораздо важнее другое неудобство, присущее одинаково всем трем системам — обеим абсолютным и практической. Мы видели, что связь между числом линий индукции N и зарядом e выражается формулой $N = 4\pi e$ с коэффициентом 4π. Точно так же связь между полем и плотностью заряда, потенциалом и зарядами выражается формулами

$$\frac{dE}{dn} = \frac{4\pi\rho}{\varepsilon}; \quad \frac{d^2V}{dn^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon}\rho$$

с тем же коэффициентом. Работа электрического тока при обходе его единицей магиетизма

$$W = 4\pi I.$$

Магнитодвижущая сила E_m выражается через число ампервитков nI формулой $E_m = 4\pi nI$. Везде один и тот же коэффициент 4π, хотя все указанные формулы являются основными для всего современного учения об электромагнитных явлениях и служат основой всех технических расчетов.

Для устранения этого коэффициента нужно было бы ввести новую систему единиц, так избранных, чтобы единица заряда создавала не 4π линий индукции, а лишь одну, для чего единица напряжения поля и индукции должна была быть в 4π раз больше или единица заряда в 4π раз меньше.

Вместе с тем очевидно и $\frac{dE}{dn}$ и $\frac{d^2V}{dn^2}$ станут в 4π раз больше Точно так же и W и E_m, которые измеряются произведением из напряжения поля на путь, пройденный единицей магнетизма, возрастут в 4π раз и следовательно коэффициент в 4π сразу исчезает из всех перечисленных формул. Такая система абсолютных электромагнитных единиц была предложена Гевисайдом (Heviside) и получила название **рациональной** абсолютной системы единиц.

Исходя из этой рациональной абсолютной системы, нетрудно было бы построить и соответствующую ей рациональную практическую систему, умножив единицы Гевисайда на 10^n и подобрав n, исходя из тех же соображений, как и в современной системе. Удовлетворяющая этим требованиям система единиц была предложена и за последние годы усиленно рекомендуется. Однако она не установлена международным соглашением и не имеет еще широкого распространения. Уже разнообразие систем электрмагнитных единиц— трех абсолютных и двух практических, свидетельствует о том, что вопрос об единицах еще не может считаться разрешенным. В таблице, помещенной в конце книги, приведены коэффициенты для перевода из одной системы в другую.

Основные единицы. Весьма важной задачей является не только рациональное установление системы единиц, но и точное их измерение и воспроизведение. Все измерения любых из перечисленных единиц осуществляются путем сравнения с основными единицами, которые должны возможно точнее совпадать в разные времена и в разных странах и в то же время возможно лучше соответствовать определению единицы. Последнее условие однако на практике имеет меньшее значение, чем первые два, так как если даже единица и не точно соответствует теоретической, но если известно, насколько она от нее отличается, легко внести поправку простым умножением на соответственный коэффициент. Зато для устойчивости всех наших выводов чрезвычайно важно знать, что два измерения, сделанные в разных условиях, совпадают. Поэтому для практического осуществления единиц выбирают наиболее точно воспроизводимые условия (измерение количества электричества по количеству выделившегося при электролизе серебра; сопротивление столба чистой ртути определенной длины, электродвижущая сила элемента Вестона). Эти единицы проверяются и сравниваются между разными странами (Всесоюзный институт мер и стандартов СССР, Физикотехническое государственное учреждение Германии, Национальная лаборатория Англии, Бюро стандартов САСШ и Международное бюро мер и весов в Париже) и дают основу международным единицам: амперу, вольту, ому и т. д.

1 международный ампер — это сила тока, выделяющаяся при электролизе водного раствора азотного серебра, 0,001118 *г* серебра в секунду. Эта единица, с точностью до пятого знака совпадающая с абсолютным ампером, равна $\frac{1}{10}$ абс. эл.-магн. ед.

1 международный ом — это сопротивление при 0° С столба ртути сечением в 1 *мм*^{2} и длиною 106,3 *см*. Он равен 1,0005 абс. ома.

1 международный вольт — это разность потенциалов на проводнике с сопротивлением в 1 международный ом при прохождении через него тока в 1 международный ампер; 1 международный вольт равен 1,0005 абс. вольта.

Электродвижущая сила элемента Вестона при 20° С равна 1,01830 международных вольт.

§ 10. Измерительные приборы.

Из многочисленных и разнообразных применений электромагнитных явлений, проникающих во все области современной жизни, мы рассмотрим только чисто физические измерительные приборы

Тепловые амперметры. В главе об электрическом токе мы рассмотрели уже тепловой амперметр, основанный на удлинении проволоки при нагревании ее током. Так как выделение тепла не зависит от направления тока (оно пропорционально квадрату силы тока), то тепловой амперметр применяется для измерения переменных токов. Чувствительность их обыкновенно не превышает 0,01 ампера. Для измерения более слабых переменных токов их пропускают через спай термоэлемента, помещенный в хорошо выкачанный резервуар, и чувствительным гальванометром измеряют вызванный нагреванием спая термоэлектрический ток. На рис. 168 изображено устойство теплового амперметра.

Амперметры с железным стерженьком. Другой весьма простой по устройству, но не очень точный тип амперметра основан на втягивании железного стержня в магнитное поле катушки, по которой пропускается измеряемый ток (рис. 169). Стержень придерживается пружинкой, которая тем сильнее натягивается, чем больше сила, втягивающая железный стержень. Втягивание стержня связано с передвижением стрелки по шкале амперметра. Намагничивание железа, однако, не всегда одинаково при данной силе тока в катушке благодаря явлению гистерезиса. Если железо перед этим было намагничено в том же направлении, то притяжение сильнее, чем после намагничивания в противоположном направлении. При отсутствии тока железо не вполне размагничивается. Эти свойства делают показания такого амперметра не вполне однозначными.

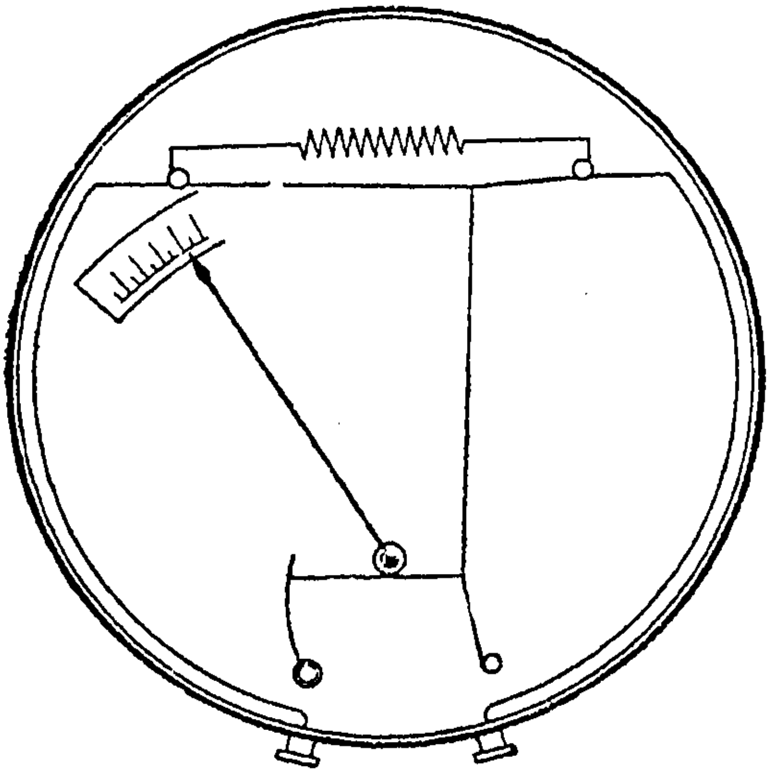


Рис. 168.

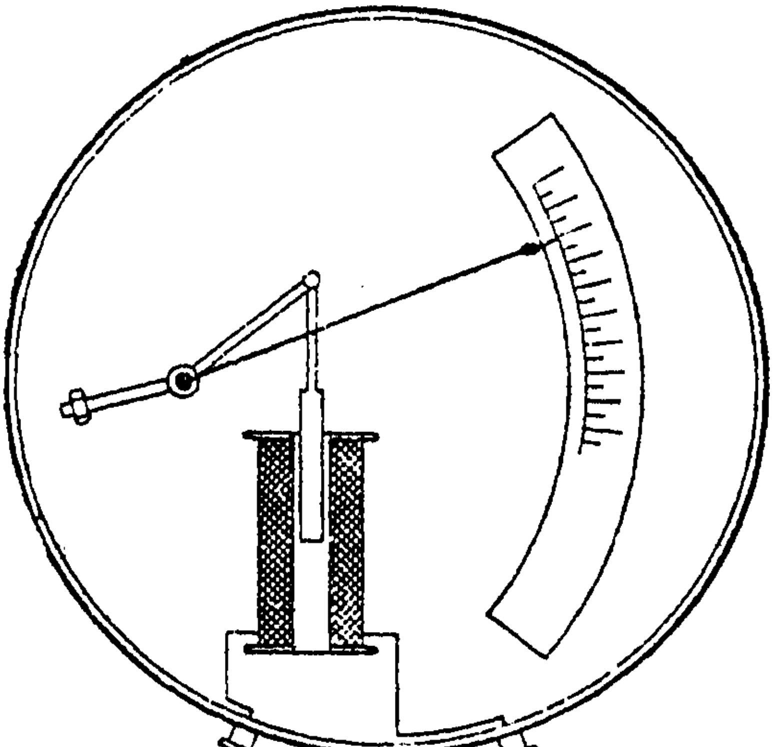


Рис. 169.

Направление движения стерженька и стрелки не зависит от знака тока; каково бы ни было магнитное поле в катушке, железный стержень намагничивается так, что его поле совпадает с полем катушки, и стержень всегда в нее втягивается. Поэтому амперметры с железным стерженьком могут применяться и для измерения переменного тока.

Приборы с подвижной катушкой. Наиболее точной и широко распространенной как в амперметрах, так и в наиболее чувствительных гальванометрах является система, в которой катушка C, по которой пропускается измеряемый ток, подвешивается в поле сильного постоянного магнита AA (рис. 170). Ось катушки стремится стать параллельно линиям поля и закручивает нить или пружинки, на которых она подвешена. Для усиления числа линий индукции в пространстве между полюсами магнита внутри катушки помещается неподвижный железный сердечник B. В узком пространстве между полюсами и сердечником вращается катушка. При этом магнитное сопротивление цепи сильно уменьшается, а следовательно увеличивается поток индукции и момент, вращающий ток в магнитном поле. Такие приборы введены в измерительную технику французскими физиками Депрэ и д'Арсонвалем. Они пригодны только для измерения постоянных токов. Пользуясь специальными сортами стали, удается изготовить магниты с весьма устойчивым магнитным потоком, позволяющим получать строго постоянные отклонения.

Наиболее чувствительные из таких гальванометров обладают чувствительностью порядка в 10^{-9} ампера. Это значит, что при токе в 10^{-9} ампера, проходящем через катушку, зайчик, отраженный от зеркальца, соединенного с катушкой, перемещается по шкале, отстоящей на расстоянии 1 *м* от зеркала, на 1 *мм*.

Радиомикрометр. Несколько иной тип гальванометра, предложенный Бойсом, применяют для измерения весьма слабого нагревания, вызванного, например, лучистой энергией. Такой прибор, называемый радиомикрометром, состоит из петли, заменяющей катушку, подвешенной между полюсами сильного постоянного магнита (рис. 171). Петля состоит из двух различных металлов, дающих возможно бóльшую термоэлектрическую электродвижущую силу. Один спай этих двух металлов подвергается нагреву, другой же сохраняет неизменную температуру. Так как сопротивление замкнутой цепи этого термоэлемента, представляющего собою небольшую металлическую петлю, весьма мало, то небольшая электродвижущая сила, вызванная нагреванием одного из спаев, создает в этой цепи довольно сильный ток, который заметно отклоняет зеркальце прибора, связанное с петлей.

Струнный гальванометр Эйнтховена. Помещая тонкую проводящую нить между полюсами магнита или электромагнита и пропуская через нее измеряемый ток, мы заметим ее отклонение в сторону, определяемую правилом левой руки. Нить рассматривается в микроскоп или проектируется при помощи микроскопа на матовый экран. При большом увеличении микроскопа в 500—1000 раз можно наблюдать отклонеиия, вызванные токами в 10^{-10}—10^{-12} ампер (рис. 172). Преимуществом этого гальванометра является быстрота его установки. Если нить иатянута, то она отклоняется за время менее 0,01 сек. Чем слабее натянуть нить,

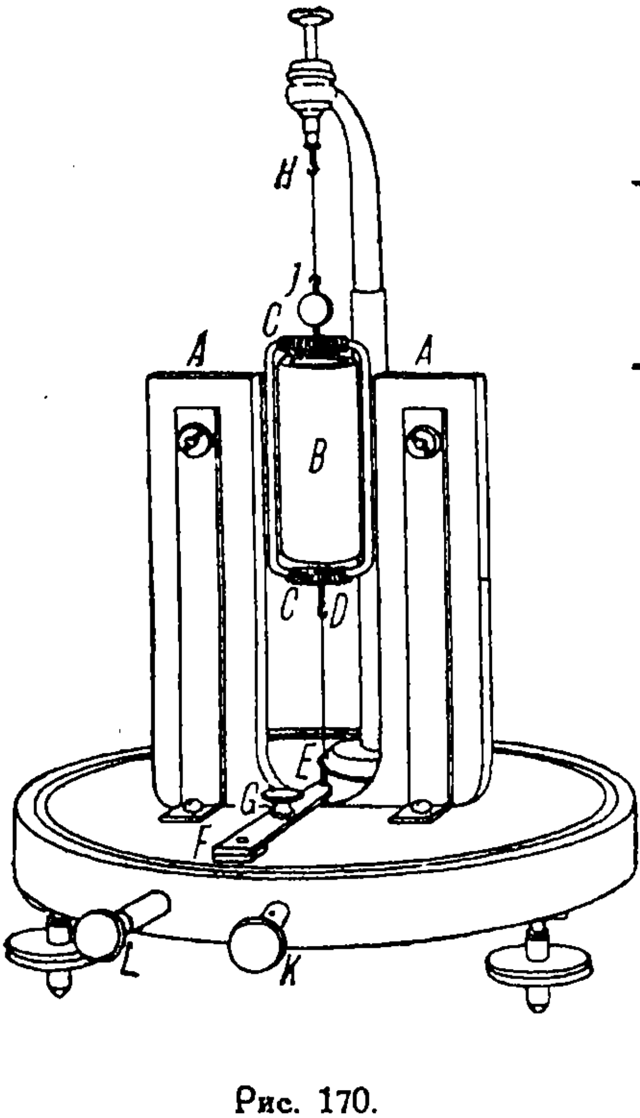
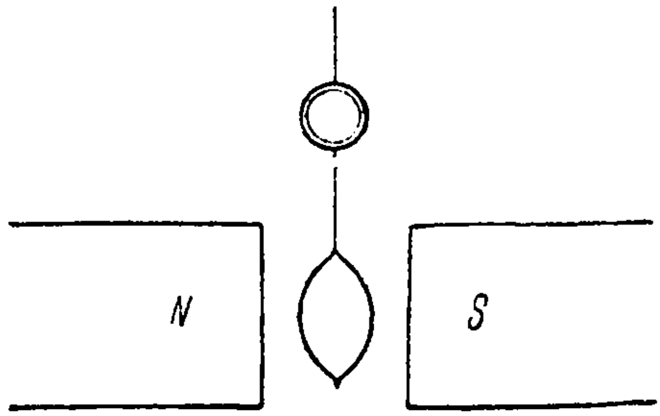


Рис. 170.



ис. 171.

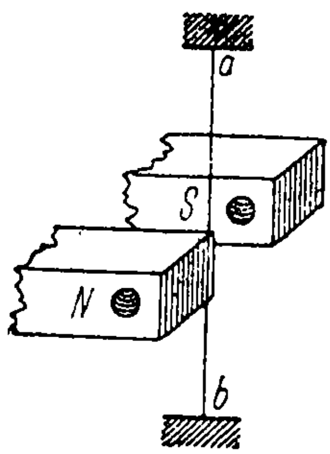


Рис. 172.

тем больше период установки ее, но зато тем больше и чувствительность. Первоначально этот гальванометр был сконструирован голландским физиологом Эйнтховеном для наблюдения быстро меняющихся физиологических токов.

Электродинамометр. Приборы, в которых измеренный ток проходит как по катушке, создающей магнитное поле, так и по катушке, вращающейся в этом поле, называются электродинамометрами (рис. 173). Показания их не зависят от направления тока, так как при изменении направления тока одновременно меняется направлеиие в обеих катушках, и их взаимодействие, зависящее от произведения обоих токов, не изменяет знака. Эти приборы пригодны поэтому также для токов переменного направления. Чувствительность их значительно меньше, чем в гальванометрах с подвижной катушкой в постоянном магнитном поле, так как поток индукции магнита гораздо больше, чем катушки, по которой идет слабый измеряемый ток.

Панцырный гальванометр. Первоначальный тип гальванометра с магнитной стрелкой, подвешенной в поле двух катушек, по которым идет измеряемый ток, имел существенные недостатки. Всякое

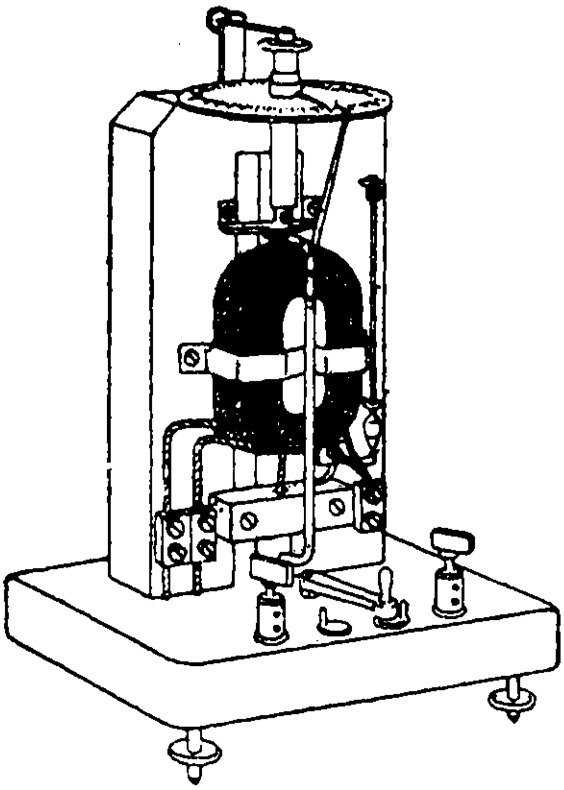


Рис. 173.

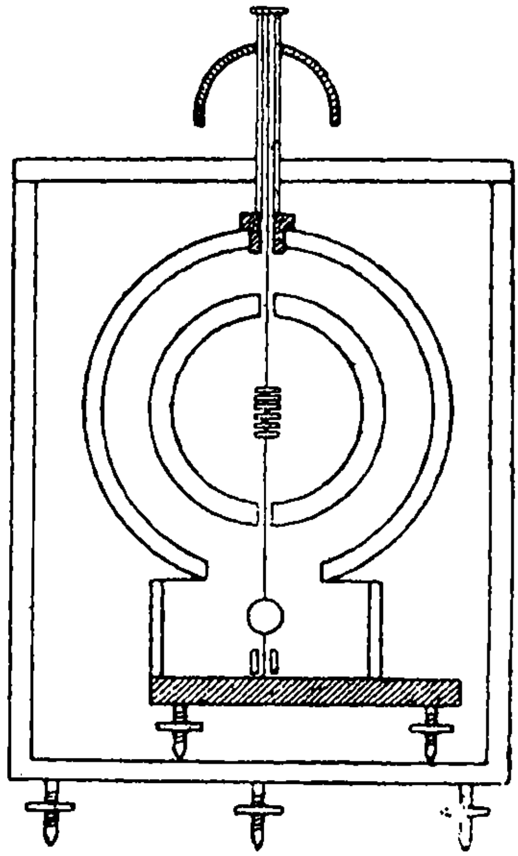


Рис. 174.

изменение внешнего магнитного поля вследствие, например, приближения наблюдателя, имеющего в кармане стальной нож или железные ключи, изменяет показание прибора. Однако этот недостаток можно сильно ослабить, введя магнитную защиту. Мы знаем, что магнитное поле внутри полого тела, обладающего большой магнитной проницаемостью, сильно ослаблено.

В современных панцырных гальванометрах (рис. 174) магнитная стрелка, подвешенная на тонкой кварцевой нити, помещается в пространство, окруженное тремя последовательными железными панцырями, уменьшающими внешнее магнитное поле в 1000 раз. Система дополнительных магнитов, расположенных противоположно земному магнитному полю, ослабляет его влияние.

ГЛАВА IX.

ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ.

§ 1. Формулировка законов электромагнетизма.

Мы видели, что между электрическим и магнитным полем существует тесная взаимная связь, которая проявляется, с одной стороны, в том, что каждое изменение магнитного поля создает электрическое поле, а с другой стороны, всякое изменение электрического поля вызывает вокруг него появление магнитного поля. Первое соотношение определяется законом индукции:

$$-\frac{dN_m}{dt} = +E_e,$$

где N_m есть общее число линий магнитных индукций, проходящих сквозь любой замкнутый контур, а E_e обозначает электродвижущую силу, появившуюся в этом контуре.

Если электрическое поле, существующее в каком-либо элементе контура длиной dl, мы обозначим через E, то $E \cdot dl$ будет электродвижущей силой в отдельном элементе контура длиною dl, т. е. $\int E \cdot dl = E_e$ и будет представлять собой электродвижущую силу во всем контуре. Если в том же контуре находятся электродвижущие силы другого происхождения, как например химического в гальванических элементах и термоэлектрического, то их действие присоединяется к электродвижущей силе, созданной изменением потока магнитной индукции N_m, и общее значение электродвижущей силы выразится таким образом:

$$E_e = -\frac{dN_m}{dt} + \sum E. \tag{1}$$

С другой стороны, мы видели, что изменение числа линий электростатической индукции N_e создает в окружающем пространстве такое же магнитное поле, какое создал бы электрический ток:

$$I = \frac{1}{4\pi} \frac{dN_e}{dt}.$$

Подобно тому, как электрическое поле вокруг изменяющегося магнитного N_m мы описали при помощи электродвижущей силы, мы можем и магнитное поле, создаваемое изменением потока N_e, выразить при помощи магнитодвижущей силы E_m. Обозначим магнитное поле, появившееся вследствие изменения N_e в каком-либо элементе, окружающем его контур, через H. Тогда магнитодвижущая сила во всем замкнутом контуре, окружающем поток электростатической индукции N_e

$$E_m = \int H dl;$$

здесь E_m есть не что иное как работа, производимая магнитным полем при передвижении единицы магнетизма по замкнутому контуру вокруг данного тока. Мы видели, что эта работа равна $4\pi \cdot i$. Если где-либо в пространстве изменяется число линий электростатической индукции N_e, то в любом контуре, окружающем этот поток, появляется магнитодвижущая сила

$$E_m = \frac{dN_e}{dt}.$$

Если внутри того же контура возникает электрический ток i иного происхождения, например ток проводимости в металлической проволоке, то и он создает магнитодвижущую силу, равную $4\pi i$. Таким образом общее выражение магнитодвижущей силы в замкнутом контуре

$$E_m = \frac{dN_e}{dt} + 4\pi \sum i. \tag{2}$$

Ур-ния (1) и (2) выражают связь между электрическим и магнитным полем. К ним мы можем еще присоединить два закона, установленные нами для числа линий электростатической и магнитной индукции, выходящей из любой замкнутой поверхности

$$N_e = 4\pi \sum e, \tag{3}$$

где $\sum e$ — алгебраическая сумма всех зарядов, находящихся внутри этой замкнутой поверхности. Для магнитной индукции, линии которой всегда замкнуты, мы имеем

$$\sum N_m = 0. \tag{4}$$

Эти четыре уравнения представляют собой установленные Максвеллом основные законы электрических и магнитных явлений с той только разницей, что наши ур-ния (1) и (2) связывают электродвижущую и магнитодвижущую силы во всем замкнутом контуре с изменением проходящего сквозь этот контур потока магнитной или электростатической индукции, тогда как ур-ние Максвелла относится к отдельным бесконечно малым объемам поля. Отметим, что стоящие в левой части ур-ний (1) и (2) значения E_e и E_m измеряются электрическим и магнитным полем E и H, тогда как величины N_m и N_e в правой части измеряются индукцией B и D. Для того чтобы левые и правые части выразить через одни и те же величины, нужно число линий поля в правой части умножить на магнитную проницаемость μ и диэлектрическую постоянную ε или величины E уменьшить в μ и ε раз.

§ 2. Уравнение Максвелла.

Вводя понятие об электрическом и магнитном поле как причине, вызывающей взаимодействие зарядов или токов, мы тем самым отказываемся от представления о непосредственном действии одного заряда на другой или тока на ток на расстоянии. Мы заменяем его теорией „близкодействия“ — распространения действия от заряда через создаваемое им поле от элемента к элементу, причем самое поле создается и распространяется во все стороны со скоростью света. Для математического выражения этой теории удобнее поэтому пользоваться не замкнутыми контурами, а составить законы для каждого бесконечно малого элемента пространства. Такие дифференциальные уравнения электромагнитного поля и были установлены Максвеллом (*James Clerk Maxwell*). Они охватили все известные во второй половине XIX века факты из области электрических явлениий и оптики. И по настоящее время уравнения Максвелла служат исходной точкой для решения всех задач, касающихся электромагнитных и световых явлений в свободном пространстве.

Для получения уравнений Максвелла применим формулы (1)—(4) к бесконечно малому элементу пространства. Воспользуемся тремя взаимно перпендикулярными осями координат X, Y, Z и обозначим составляющие электрического и магнитного поля по этим осям соответственными значками. Например E_x — составляющая электрического поля по оси X; H_z — составляющая магнитного поля по оси Z и т. п.

Возьмем бесконечно малый контур (рис. 175а), лежащий в плоскости XZ со сторонами dx и dz, и применим к нему формулу (1).

Электродвижущая сила E_e представится как $\int E\,dl$ по всем четырем сторонам прямоугольника.

Пусть электрическое поле, направленное по оси X, в первой стороне имеет в некоторый момент времени значение E_x. Интеграл по всей этой стороне мы получим, умножив E_x на длину стороны dx.

Третья сторона, параллельная первой, расположена от нее на расстоянии dz. Если поле E_x переменное (а у нас нет никаких оснований считать его везде и всегда одинаковым), то в этот же момент значение его будет изменяться на некоторую величину $\frac{\partial E_x}{\partial z}$ при перемещении на 1 *см*, а на расстоянии dz оно изменится на $\frac{\partial E_x}{\partial z} dz$. Следовательно, на третьей стороне будем иметь значение поля

$$E_x + \frac{\partial E_x}{\partial z} dz.$$

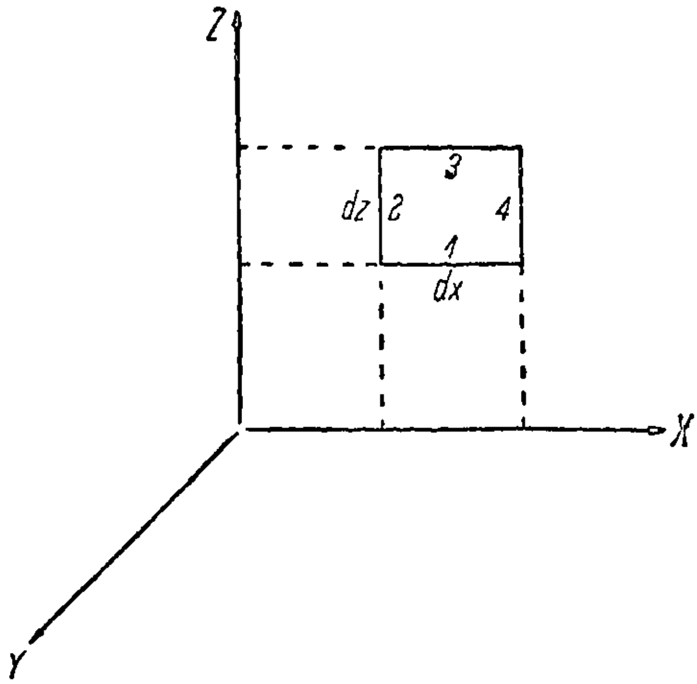


Рис. 175а.

Знаком ∂, в отличие от d, мы обозначаем изменение, вызванное бесконечно малым перемещением в пространстве, но отнесенное к тому же самому моменту времени. Наоборот, бесконечно малую разность значений E не только в двух соседних участках пространства, но и в соответственно иные моменты времени, мы обозначим через dE.

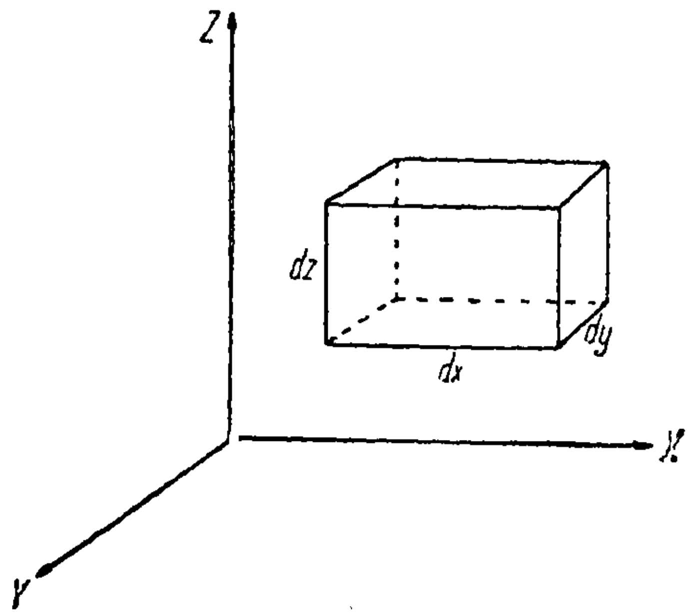


Рис. 175б.

Точно так же, если обозначить поле на второй стороне через E_z, то на четвертой стороне оно будет иметь значение

$$E_z + \frac{\partial E_z}{\partial x} dx.$$

Теперь перемножим значенне поля на каждой из сторон на длину этой стороны и сложим все эти значения. Сумма и даст нам величину $\int E\,dl$, стоящую в левой части ур-ния (1). При этом суммировании надо однако выбрать определенное направление, по которому мы обходим контур, и считать положительными величины, лежащие в направлении обхода, и отрицательными—противоположные этому направлению. Выберем направление движения часовой стрелки. Тогда сумма примет вид

$$-E_x\,dx + E_z\,dz + E_x\,dx + \frac{\partial E_x}{\partial z}\,dz\,dx - E_z\,dz - \frac{\partial E_z}{\partial x}\,dx\,dz =$$
$$= \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)dx\,dz.$$

В правой части ур-ния (1) мы имеем производную потока магнитной индукции сквозь контур $dx\,dz$. Этот поток создается составляющей магнитного поля H_y, так как обе остальные составляющие H_z и H_x параллельны площадке. Поток индукции будет равен $\mu H_y dx\,dz$, а его производная по времени $\mu\,\frac{\partial H_y}{\partial t}\,dx\,dy$.

Никаких других э.д.с. мы более в контуре не предполагаем, поэтому ур-ние (1) приводит к следующему дифференциальному уравнению:

$$-\mu\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}. \tag{1a}$$

Перейдем теперь ко второму уравнению. В левой части мы имеем магнитодвижущую силу E_m, представляющую собой интеграл $\int H\,dl$, распространенный иа весь замкнутый контур. Вычисление, совершенно подобное предыдущему, даст нам

$$\int H\,dl = \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial z}\right)dx\,dz.$$

В правой части формулы (2) мы предположим, что по контуру не течет ток: $i=0$. Тогда правая часть, представляющая собою производную от потока электростатической индукции $\varepsilon E_y\,dx\,dz$ по времени, даст

$$\varepsilon\,\frac{\partial E_y}{\partial t}\,dx\,dz.$$

Ур-ние (2) приведется к следующему виду:

$$\varepsilon\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}. \tag{2a}$$

Для вывода ур-ния (1а) и (2а) мы выбрали площадку в плоскости XZ. Если бы мы вместо этого взяли плоскость XY, то получили бы вместо них уравнения

$$-\mu\frac{\partial H_z}{\partial t}=\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y} \tag{1a}$$

$$\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}. \tag{2a}$$

И наконец для плоскости YZ получим

$$-\mu\frac{\partial H_x}{\partial t}=\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z} \tag{1a}$$

$$\varepsilon\frac{\partial E_x}{\partial t}=\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}. \tag{2a}$$

Обратимся к ур-нию (3). В левой части мы имеем сумму всех линий индукции, входящих через замкнутую поверхность, окружающую заряды e. В качестве такой поверхности возьмем бесконечно малый прямоугольный параллелепипед с ребрами, расположенными параллельно осям координат (рис. 175б). Положим, что на левой грани индукция равна εE_x, а поток ее сквозь эту грань $\varepsilon E_x\,dy\,dz$. На правой грани индукция будет εE_x+ $+\varepsilon\frac{\partial E_x}{\partial x}\,dx$, а ее поток сквозь эту грань $\left(\varepsilon E_x+\varepsilon\frac{\partial E_x}{\partial x}dx\right)dy\,dz$.

Точно так же получим для потока через нижнюю грань $\varepsilon E_z dx\,dy$, а через верхнюю $\left(\varepsilon E_2+\varepsilon\frac{dE_2}{\partial z}dz\right)dx\,dy$.

Поток через переднюю грань $\varepsilon E_y dx\,dz$, а через заднюю

$$\left(\varepsilon E_y+\varepsilon\frac{\partial E_y}{\partial y}dy\right)dx\,dz.$$

Если мы просуммируем потоки через все шесть граней, считая входящий поток отрицательным, а выходящий из переллелепипеда положительным, то получим

$$\sum N=\varepsilon\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}\right)dx\,dy\,dz.$$

Правую часть ур-ния (3) выразим таким образом: обозначим через ρ объемную плотность электричества, т. е. количество электричества в единице объема. Тогда в объеме параллелепипеда $dx\,dy\,dz$ будет заключаться заряд $\rho\,dx\,dy\,dz$.

23*

Итак ур-ние (3) перепишется в виде

$$\varepsilon\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}\right)=4\pi\rho. \tag{3a}$$

Совершенно так же получим вместо (4)

$$\mu\left(\frac{\partial H_x}{\partial x}+\frac{\partial H_y}{\partial y}+\frac{\partial H_z}{\partial z}\right)=0. \tag{4}$$

Совокупность трех ур-ний (1а), трех ур-ний (2а), ур-ния (3а) и (4) представляет собою систему дифференцнальных уравнений Максвелла. Такое большое число уравнений получается благодаря искуственному приему разложения электрического поля E и магнитного поля H на три составляющие. Векторный анализ позволяет оперировать с векторамн, не разлагая их на составляющие. Для тех дифференциальных операций, которые встречаются в формулах (1а)—(4) векторный анализ пользуется определенными символами—обозначениями. Так например, операция, выраженная во второй части ур-ний (1а), обозначается $\operatorname{curl} E$, а для ур-ний (2а) $\operatorname{curl} H$. Производная по времени обозначается точкой над обозначением вектора. Величина, стоящая в скобках левой части ур-ния (3а) через $\operatorname{div} E$, а в ур-нии (4) — $\operatorname{div} H$. При помощи этих символических обозначений можно переписать уравнения Максвелла в виде

$$\left.\begin{aligned} -\mu\dot{H} &= \operatorname{curl} E \\ \varepsilon\,\dot{E} &= \operatorname{curl} H \\ \operatorname{div}(\varepsilon E) &= 4\pi\rho \\ \operatorname{div}(\mu H) &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{M}$$

§ 3. Электронная теория Лоренца.

Лоренц ввел новый вид тока, создаваемого движущимися зарядами, ток переноса или конвекционный, и устранил из уравнения диэлектрическую постоянную ε и магнитную проницаемость μ. Вместо этого предполагается, что существует электрическое и магнитное поле E и H, одинаковое как в пустоте, так и в любом теле. Но так как в материальных телах существуют электрические заряды, то они создают своим смещением добавочное поле E', а если они движутся и следовательно дают ток переноса, то они могут создать и добавочное магнитное поле H'. Этим только и отличается по Лоренцу напряжение электрического и магнитного поля от электростатической и магнитной индукции.

Если заряд, находящийся в данное время в 1 $см^3$, равен ρ и этот заряд движется со скоростью v, то количество электричества, проходящего в одну секунду через 1 $см^2$, равна $\rho \cdot v$.

Если рассматриваемый заряд находится не в целом кубическом сантиметре, а только в небольшом элементе объема $\Delta\tau$, то это соответствует току, равному $\rho \cdot v \cdot \Delta\tau$; здесь $\rho\Delta\tau$ заряд e, находящийся в объеме $\Delta\tau$, а следовательно и в этом случае ток переноса может быть выражен как $e \cdot v$. Так как заряд e измеряется в электростатических единицах, а ток в электромагнитных, то для выражения тока переноса нам нужно и заряд выразить в электромагнитных единицах, разделив его численное выражение на скорость света c.

Таким образом движение заряда e со скоростью v представляет собой некоторый конвекционный ток, сила которого равна $\frac{e \cdot v}{c}$.

По представлениям Лоренца всякий ток проводимости есть не что иное, как конвекционный ток, вызванный движением зарядов внутри данного проводника. Таким образом второй ряд уравнений Максвелла должен быть изменен следующим образом:

$$\varepsilon\frac{\partial E_x}{\partial t} + 4\pi\sum\frac{ev_x}{c} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}. \tag{2б}$$

Раз движущийся заряд обладает свойствами тока и создает вокруг себя магнитное поле, то и он, как всякий ток переноса, должен испытывать со стороны магнитного поля силу f, действующую на движущийся заряд, которая определится выражением

$$f = \frac{ev}{c} H \sin(v, H).$$

Если кроме того, в точке, в которой в данный момент находится заряд, существует электрическое поле E, то заряд испытывает со стороны электрического и магнитного поля силу

$$F = Ee + \frac{ev}{c} H \sin(v, H), \tag{5}$$

причем направление электрической силы определяется направлением электрического поля E и знаком заряда e; направление же силы, вызванной магнитным полем H, перпендикулярно к плоскости vH и определяется правилом левой руки. Под действием этих сил заряженное тело приобретает ускорение $u = \frac{F}{m}$, где m — его масса.

§ 4. Движение заряда в электрическом и магнитном поле.

Рассмотрим несколько частных случаев. Положим, что движущийся заряд не испытывает иных сил, кроме электрических и магнитных, в частности, что он не испытывает силы трения со стороны окружающей среды, двигаясь в пустоте. Положим сначала, что на него действует только одно электрическое поле E, направление которого совпадает с направлением его скорости v_1. В этом случае работа электрических сил на протяжении пути L, равная $E_e \cdot L_1$, будет затрачена иа сообщение заряду кинетической энергии $\frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2$. Произведение $E \cdot L$ равно разности потенциалов между точками, в которых находился заряд в начале и в конце своего пути $(V_2 - V_1)$. Таким образом, если начальная скорость заряда v_1 была равна 0, то кинетическая энергия, приобретенная им к концу пути, выразится

$$\frac{1}{2} mv^2 = (V_2 - V_1)\, e. \tag{6}$$

В дальнейшем нам часто придется иметь дело с движением вполне определенного заряда e, а именно с зарядом электрона, который всегда равен $4{,}744 \cdot 10^{-10}$ абс. эл.-ст. ед. электричества. В этом случае кинетическая энергия такого заряда вполне определяется пройденной им разностью потенцнала $V_2 - V_1$, которую и принимают всегда за меру кинетической энергии. Если мы говорим (совершенно неточно) „электрон скоростью в 10 вольт", то это значит—электрон, кинетическая энергия которого такова, какую он может получить, пройдя разность потенциалов в 10 вольт. Точнее, определение: энергия в 10 вольт электронов — это значит энергия, равная 10 вольтам, умноженным на заряд электрона. Если разность потенцналов V выразить в вольтах, а энергию u в эргах, то $u = 1 \cdot 59 \cdot 10^{-12}\, V$. Столкнувшись с твердой преградой, электрон теряет свою кинетическую энергию и выделяет соответственное количество теплоты (часть энергии переходит при этом в излучение рентгеновых лучей).

Теперь рассмотрим движение электрона в электрическом поле E, перпендикулярном к направлению скорости v. Электродвижущая сила $E \cdot e$ сообщает заряду ускорение $u \frac{Ee}{m}$, направленное перпендикулярио к движению, тогда как скорость по направлению движения не изменяется.

Спустя некоторое время составляющая скорости, приобретенной зарядом в направлении, перпендикулярном к первоначальной скорости, будет равна $u \cdot t$, а путь, пройденный им в этом направлении, $x = \frac{ut^2}{2}$. К концу времени t заряд удалится на эту величину от своего первоначального направления. Вектор скорости его в этот момент представит геометрическую сумму из скорости v, не изменившей ни величины, ни направления, и вновь приобретенной скорости ut, к ней перпендикулярной.

Путь, пройденный зарядом в направлении его первоначальной скорости v, обозначим через L, откуда $t = \frac{L}{v}$. Подставив это значение в выражение для x, мы получим

$$x = \frac{ut^2}{2} = \frac{EeL^2}{2mv^2}. \qquad (7)$$

Наконец, рассмотрим движение заряда в магнитном поле H (перпендикулярном к направленню начальной скорости v). Сила, действующая на движущийся заряд со стороны магнитного поля, всегда, как мы знаем, перпеидикулярна как к направлению поля, так и к направлению движения. Поэтому магнитная сила никакой работы при движении заряда не производит и не может изменить его кинетнческой энергии $\frac{1}{2}mv^2$; следовательно, она не может изменить и абсолютной величины скорости, а только ее направление. Сила, действующая на заряд со стороны магнитного поля и равная

$$f = \frac{ev}{c} \cdot H,$$

создает ускорение u, равное $\frac{f}{m}$, перпендикулярное к направлению скорости v. Благодаря этому ускорению заряд движется криволинейно по кругу такого радиуса r, чтобы центробежная сила как раз была равна силе f. Следовательно, радиус r должен удовлетворять условию

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{ev}{c}H. \qquad (8)$$

$$v = \frac{e}{m \cdot c} \cdot H \cdot r.$$

Таким образом произведение Hr является мерой скоростн движения электрона. Коэффициент $\frac{e}{m \cdot c}$ имеет значенне $1 \cdot 76 \cdot 10^7$.

Ур-ния (6), (7) и (8) дают возможность узнать свойства движущихся зарядов из наблюдений над движением их в магнитном и электрическом полях. Если в этих уравнениях значение электрического поля E и магнитного поля H известно и если кроме того промерить величину x и L в ур-нии (7) и r в ур-нии (8), то, пользуясь двумя из этих трех уравнений, можно вычислить v и затем величину $\frac{e}{m}$, т. е. отношение заряда к его массе. Опыт показал, что в весьма разнообразных условиях, например при накаливании металлов, при освещении их ультрафиолетовым светом или рентгеновыми лучами и при электрическом разряде в разреженных газах появляются отрицательные заряды, в которых отношение $\frac{e}{m}$ всегда сохраняет одно и то же строго определенное значение, равное $1{,}76 \cdot 10^7$ абс. эл.-магн. ед. Этот отрицательный заряд получил название электрона. Для положительных зарядов, получаемых при электролизе, в газовых разрядах, величина $\frac{e}{m}$ не превышает 10^4. Так как величина положительного и отрицательного заряда, как оказалось, одинакова, то это значит, что отрицательные заряды обладают гораздо меньшей массой, чем положительные.

§ 5. Электромагнитная масса.

О массе m какого-либо тела мы судим по тому ускорению ее, которое сообщает ему данная сила f

$$m = \frac{f}{u}$$

и по той скорости v, которую создает определенная затраченная на него работа W

$$W = \frac{1}{2} m v^2. \tag{9}$$

При движении заряженного тела выступает новое обстоятельство: движущийся заряд представляет собой ток, окруженный магнитным полем. Всякое изменение скорости v изменяет силу тока, а следовательно и напряжение магнитного поля вокруг него. Так как магнитное поле обладает энергией, следовательно с изменением скорости заряда изменяется и энергия окружающего поля. На изменение этой энергии приходится точно так же затрачивать работу, как и на увеличение кинетической энергии самого движущегося тела. Таким образом ур-ние (9) перестает быть справедливым; к правой части его приходится еще прибавить изменение энергии магнитного поля во всем простанстве, окружающем движущийся заряд. На основании закона Био-Савара можно сказать, что магнитное поле H на некотором расстоянии r под углом α к направлению движения, а следовательно и тока, равно

$$H = \frac{ev}{c} \cdot \frac{\sin\alpha}{r^2}.$$

Энергия, которой обладает некоторый бесконечно малый объем $d\tau$, в этот момент равна

$$dW = \frac{\mu H^2}{8\pi} d\tau = \frac{\mu \cdot e^2 v^2}{8\pi c^2} \frac{\sin^2\alpha}{r^4} d\tau.$$

Если просуммировать энергию по всему объему, окружающему данный заряд E, то мы получим магнитную энергию всего поля, окружающего заряд

$$W = \int \frac{\mu e^2 v^2}{8\pi c^2} \frac{\sin^2\alpha}{r^4} d\tau = \frac{\mu e^2 v^2}{8\pi c^2} \int \frac{\sin^2\alpha}{r^4} d\tau.$$

Первый множитель мы вынесли за знак интеграла, так как он представляет собой постоянную величину, одинаковую для всех участков поля. Значение оставшегося интеграла зависит от геометрических размеров поля, окружающего заряд, а следовательно и от геометрической формы самого заряда. В случае, если заряд имеет форму шара с радиусом a, интеграл, распространенный на весь объем вокруг такого шара, получает значение $\frac{8\pi}{3a}$. Таким образом энергия магнитного поля, окружающего шаровой заряд e с радиусом a, движущийся со скоростью v,

$$W = \frac{\mu \cdot e^2 v^2}{3a \cdot c^2}$$

или, если движение происходит в пустоте и воздухе,

$$W = \frac{e^2 v^2}{3ac^2}. \tag{10}$$

Прибавив эту энергию к правой части ур-ния (9), мы получим

$$W = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{e^2 v^2}{3ac^2} = \frac{1}{2}\left(m + \frac{2e^2}{3ac^2}\right)v^2. \tag{11}$$

Мы видим, что энергия магнитного поля, как и кинетическая энергия, пропорциональна квадрату скорости v. При движении заряда E он, кроме своей массы m, как-будто бы получает дополнительную массу

$$\frac{2e^2}{3ac^2},$$

которую назвали кажущейся или электромагнитной массой. Зная затраченную на создание кинетической энергии работу W и приобретенную зарядом скорость v, а также заряд его e, можно было определить соотношение между двумя массами, действительной m, и кажущейся. Для электронов опыт показал, что „действительная" масса m неизмеримо мала по сравнению с „кажущейся", которая только одна и существует. Таким образом пришли к заключению, что измеримая масса электрона чисто электромагнитного происхождения. Такая масса должна обладать некоторыми совсем неожиданными свойствами: она должна, например, увеличиваться при увеличении скорости, что станет особенно заметным при скоростях, приближающихся к скорости света c. В самом деле, представим себе крайний случай, что заряд движется со скоростью света. Так как электрическое поле всякого заряда распространяется в пространстве со скоростью света, то заряд, движущийся с этой скоростью в каком-либо направлеиии впереди себя, совсем еще не будет иметь электрического поля, но и за ним электрического поля не будет, так как поле, только что созданное его передней частью, уничтожится противоположными силовыми линиями, исходящими из его задней стороны. Электрическое поле заряда в этом случае ограничится только теми линиями, которые направлены перпендикулярно к его скорости и такое поле будет иметь вид, изображенный на рис. 176.

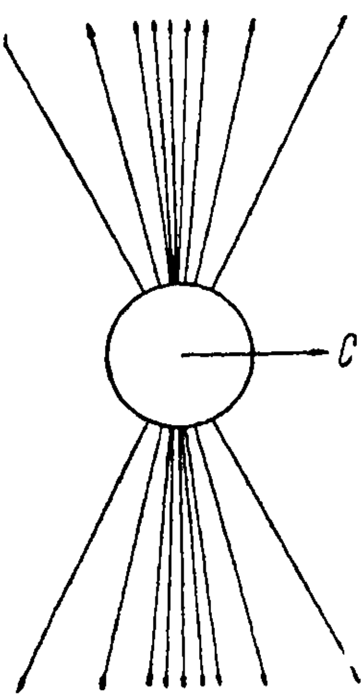


Рис. 176.

Все силовые линии здесь собрались в одной плоскости экватора, перпендикулярной к скорости c. Магнитное поле, создаваемое движением такого искаженного электрического поля, как легко понять, будет резко отличаться от поля того же заряда при малых скоростях. Какова окажется в этих условиях зависимость массы от скорости, определится теми свойствами, которыми обладает заряженное тело. Теория относительности устанавливает эту зависимость в виде:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{12}$$

где m масса, которой обладает тело при скорости v, а m_0 масса, которой оно обладало при очень малых скоростях, весьма далеких еще от скорости света. Можно видеть, что согласно этой формуле масса возрастает с увеличением скорости и при скорости v, равной c, превращается в бесконечность. Следовательно, никакими силами нельзя ускорить движение тела, обладающего уже скоростью света. Для скоростей больших скоростей света масса m становится мнимой, т. е. теряет всякий физический смысл. Скорости большей скорости света теория относительности и не допускает Так как согласно теории относительности всякая масса есть масса электромагнитная, то ур-ние (12) относится ко всякой массе не только заряда, но и всякого другого тела.

Таблица электромагнитных единиц.

Величина	Название в практической системе	Обозначение	Коэффициенты для перевода измерений: Из абс. эл.-магн. в практические	Из абс. эл.-ст. в аб. эл.-магн.	Из един. абс. в рацион.
Эл. заряд	Кулон	e	10	$\frac{1}{3\cdot 10^{10}}$	$\sqrt{4\pi}=3{,}545$
	Ампер-час Ah		$\frac{1}{360}$	—	
Эл. ток	Ампер A	I	10	$\frac{1}{3\cdot 10^{10}}$	$\sqrt{4\pi}=3{,}545$
Потенциал	Вольт V	V	10^{-8}	$3\cdot 10^{10}$	$\frac{1}{\sqrt{4\pi}}=0{,}282$
Сопротивление	Ом Ω	R	10^{-9}	$9\cdot 10^{20}$	$\frac{1}{4\pi}=0{,}0796$
Емкость	Фарада F	C	10^{+9}	$\frac{1}{9\cdot 10^{20}}$	$4\pi=12{,}566$
	Микрофарада μF		10^{+15}		
Напряжение поля	Вольт на см. $\frac{V}{см}$	E	10^{-8}	$3\cdot 10^{10}$	$\frac{1}{\sqrt{4\pi}}=0{,}282$
Эл.-ст. индукции	—	D	10^{-8}		
Поток индукции	—	N	10^{-8}		
Напряжение магн. поля	Эрстедт	H	1	$\frac{1}{3\cdot 10^{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{4\pi}}=0{,}282$
Магн. индукция	Гаусс G	B	1		
Поток индукции	Максвелл	Φ	1		
Коэф. самоиндукции	Генри Hy	L	10^{-9}	$9\cdot 10^{20}$	
Коэф. взаимн. инд.	Генри	M	10^{-9}		
Энергия	Джоуль	U	10^{-7}	1	
	Килловаттчас kWh		$3{,}6\cdot 10^{13}$		
Мощность	Ватт W	W	10^{-7}	1	

Точное значение скорости света $c = 2{,}998\cdot 10^{10}$ *см/сек.*

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I.

Основные понятия из области механики.

Глава II.

Свойства тепловой энергии.

Глава III.

Электростатика.

Глава IV.

Магнетизм.

Глава V.

Электрический ток.

Глава VI.

Магнитное поле электрического тока.

Глава VII.

Электрический ток в магнитном поле.

Глава VIII.

Электромагнитная индукция.

Глава IX.

Законы электромагнитных явлений.

Ответственный редактор Р. С. Рубинштейн. Технический редактор Р. В. Эмдина.
Сдана в набор 26/I 1933 г. Подписана к печати 9/VII 1933 г.
Формат 62×94 1/16 Тип. зн. в 1 печ л. 54.432.
ОНТИ № 558.
Ленгорлит № 13399. Тираж 10.150—23 л. Заказ № 146.